研	究
---	---

金属切削機構の力学的解析 (第4報)

——せん断角の解析——

谷 口 和 雄*

Analytical Research on Cutting Mechanics of Metals

——Report 4: Analysis of Shear Angles——

Kazuo TANIGUCHI

(1) It is one of the essential problems to consider how the shear plane is determined in orthogonal machining.

In this report the process to determine a shear plane is explained by means of plastic dynamics.

The shear plane of orthogonal machining is treated as a plain strain problem, and the angle θ_f between the direction of principal stress and the rake surface of a tool is calculated mathematically from the normal stress and the shear stress on the rake surface of a tool.

The primary shear angle ϕ_1 is expressed as follows:

$$\phi_1 = 45^\circ - \theta_f + \alpha$$

(2) On the other hand, Mohr's stress circle and the diagram of a shear plane are shown for the orthogonal machining of lead.

From Mohr's circle of lead the following relation is obtained experimentally.

$$\frac{p}{k} = 1.7 \sim 2.0$$

$$p: \text{mean stress} \quad -p = \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

k : shear yield stress of chip.

Lee-Shaffer assumes that one of the principal stress in the plastic zone of chip is zero.

$$\text{i.e. } \sigma_x = -p + k = 0 \quad \therefore \frac{p}{k} = 1$$

This assumption is not sufficient for the practical cutting process, and is considered as one of the reasons why Lee-Shaffer's formula of a shear angle shows the different value from the experimental shear angle.

(3) The stress-strain curves of material are seemed to be useful to investigate the relation between the sum of shear strains γ_i and the total mean value of shear stresses τ_i , which are explained in Report 3.

Loizou and Sims have performed high speed compression tests for lead by using the cam plastometer under the conditions of various strains, strain rates and temperature.

From those results the following experimental formula can be obtained, assuming that the temperature is constant at room temperature.

$$\sigma_{ij} = 3.8 \cdot \epsilon_i^{0.23} \cdot \dot{\epsilon}_j^{0.33}$$

σ_{ij} : compression stress for ϵ_i and $\dot{\epsilon}_j$ (kg/mm²)

ϵ_i : compression strain

$\dot{\epsilon}_j$: compression strain rate.

(4) The cutting tests of lead are performed at the room temperature and very slow cutting speed 50mm~4,000mm/min.

* 日本建鉄株式会社 正会員

The mean temperature rises so little in those cutting tests that the effect of temperature on the shear yield stress of chip is negligible. According as the increase of rake angles ranging from 20° to 40° , τ_t decreases but τ_s increases a little.

The increase of τ_t is presumed that the strain rate increases according to the increase of rake angles, and hardens the chip.

As the results of calculation by the experimental formula of σ_{ij} , the mean strain rate $\dot{\gamma}_t$ showed the order of $10^2 \sim 10^4 \text{ sec}^{-1}$.

1. 緒 言

せん断面は被削材が切りくずに変形する領域であつて切削機構上きわめて重要な要素の一つである。そのせん断面の方向、すなわちせん断角がいかんして決定されるかについて、従来多くの研究がある。その代表的なものとして、M.E. Merchant の研究¹⁾では切削エネルギーが最小となる方向にせん断面が生ずると仮定し、Krystof の研究²⁾や Lee-Shaffer の研究³⁾では最大せん断応力方向にせん断面が生ずると仮定した。しかしこれ等の研究は、実験結果に対して未だ満足なものではない。

この研究では、切りくずの塑性変形域に対して主応力方向を合理的に仮定することが根本問題と考へた。すなわち工具すくい面の応力状態から主応力方向を仮定し、その主応力方向に対してせん断面の方向がきまることを明らかにした。更に切りくずのせん断降伏応力と切りくずに働く平均応力とを取入れて、切りくずの塑性変形域に対する Mohr の応力円を描き、切削機構の解析を行なつた。

またその切削機構の解析結果を、被削材の塑性曲線によつて検討し、切削実験に伴うひずみ硬化を考察したものである。

2. せん断角の理論的考察

2.1 基礎理論

せん断面がいかなる過程によつて決定されるかを理論的に考察することは、切削機構の解析上基本になる重要な問題であると同時に、かなり困難な問題であり種々の仮定を必要とすると考えられる。

つきに切削機構の解析の基礎として用いる塑性学上の仮定を説明する。その詳細については、Hill⁴⁾, Prager & Hodge⁵⁾, Prager⁶⁾, 工藤の研究⁷⁾等の著書文献に述べられている。

(a) 工具に対する剛性材料の仮定

工具は完全な剛体としてその弾性変形は無視できるものとする。また切れ刃の先端は、幾何学的点として丸味は考慮しないことにする。

(b) 被削材、切りくずに対する剛塑性材料の仮定

大きな塑性ひずみを生ずる塑性変形域では、ひずみの弾性成分を無視しても実用的には支障のない場合が多い。それに伴い降伏点以下の応力では、剛体のごとき性質を持つものとして、そのヤング係数は無限大と考えるのである。被削材や切りくずを剛塑性材料として扱うことにする。

(c) 応力-ひずみ増分方程式の仮定

塑性変形域内でつぎの3条件が成り立つものとする。

(i) 主応力の主軸は塑性ひずみ増分の主軸と一致する。

(ii) 塑性変形により体積は変化しない。

(iii) Lode のパラメータ μ と ν は相等しい。

以上の3条件に基づいて、塑性変形域にある応力とひずみ増分に関して、Lévy-Mises の方程式が成立するとする。任意の1組の直角座標を X, Y, Z 軸とする。

$$\frac{d\varepsilon_x}{\sigma_x + p} = \frac{d\varepsilon_y}{\sigma_y + p} = \frac{d\varepsilon_z}{\sigma_z + p} = \frac{d\gamma_{yz}}{2\tau_{yz}} = \frac{d\gamma_{zx}}{2\tau_{zx}} = \frac{d\gamma_{xy}}{2\tau_{xy}} \quad (1)$$

$$d\varepsilon_x + d\varepsilon_y + d\varepsilon_z = 0 \quad (2)$$

$$\text{平均応力 (静水圧成分)} - p = \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (3)$$

(d) 降伏条件

静水圧成分 p は、金属の降伏に影響しないことが実験的に認められている。この事実と反しない降伏条件として、Mises の条件 (せん断ひずみエネルギー説) を採用する。

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{xy}^2) = 6k^2 \quad (4)$$

k : 材料のせん断降伏応力で、ある時刻において変形域内で一定であるとする。

(e) 平面塑性ひずみの仮定

2次元切削を平面塑性ひずみと仮定して扱う。

剛塑性体の平面ひずみで主応力方向を x, y, z とする。切削幅方向を z 軸とし、第2報 図3に示したひずみ楕円の短軸方向を y 軸に選ぶものとする。この場合の応力

成分はつぎのごとくあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -p + \tau \\ \sigma_y &= -p - \tau \\ \sigma_z &= -p \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式(5)が降伏条件, 式(4)を満足するにはつぎのごとくとなる。

$$\tau = k \quad (6)$$

図1 二次元切削における主応力方向

図1は式(5)の主応力方向と任意の右手系直角座標 X, Y, Z 軸をあらわす。 Z 軸を切削幅方向に選び, X 軸より x 軸に向かつて測つた角度を θ_i とする。 θ_i が反時計まわりの方向のとき正とする。

式(5)は応力成分の変換式を用いてつぎのごとくとなる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -p + k \cos 2\theta_i \\ \sigma_y &= -p - k \cos 2\theta_i \\ \sigma_z &= -p \\ \tau_{xy} &= k \sin 2\theta_i \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

平面ひずみのすべり線, α, β を右手系直交軸とした場合, その第1, 第3象限に x 軸が入るように α, β 線の方法を定義する。

τ_{xy} の正負は, 図2の方向を正とする。

2.2 単純型切りくず変形モデルのせん断面

単純型切りくず変形モデルにおいて, せん断面を幾何学的作図によつて比較的簡単に決定した。

このせん断面が最大せん断応力方向に相当するか吟味する。

図2 せん断応力の正方向

図3において主応力軸 x, y, z をつぎのごとく選ぶ。

切削幅方向は一つの主応力方向で z 軸とする。

切削抵抗力 R の方向を一つの主応力方向とし y 軸とする。 x 軸は図のごとく, せん断面とすくい面の間にとる。

図3 単純型切りくず変形モデルのせん断面

任意の直角座標軸 X, Y, Z をつぎのごとく選ぶ。

Z 軸を主応力軸 z 軸に一致させる。

X 軸をせん断面の方向にとる。

X 軸より x 軸に向かつて測つた角を θ_s とする。

式(7)にて $\theta_i = -\theta_s$ として τ_{xy} が最大になる方向が仮定によりせん断面の方向となる。

$$\frac{d\tau_{xy}}{d\theta_s} = 0 \quad \therefore \theta_s = 45^\circ$$

せん断面上的の応力成分は式(7)にて $\theta_i = -45^\circ$ を代入して次式のごとくとなる。

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = -p, \quad \tau_{yx} = -k \quad (8)$$

せん断面の垂直応力は静水圧成分となり 塑性変形には無関係となる。そのせん断応力はせん断降伏応力に等しいことになる。したがつてせん断面は一つのすべり線群に属し図3のごとくあらわされる。ゆえに式(8)は, 第1報 3.1節の単純型切りくず変形モデルに対する仮定を, 満足していることになる。

しかるに鉛に対するひずみ楕円法の実験結果は, 第2報, 3.1節の表1と 3.2節の表5に示すごとく, すくい角 $\alpha = 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ$ に対して $\theta_s = 22 \sim 30^\circ$ に変化しており 45° よりかなり小さい値を示す。この実験的事実は単純型切りくず変形モデルの致命的欠陥と考える。

またせん断面の垂直応力が静水圧成分と仮定することとも実験的結果から考えると相当無理と思われる。その理由はせん断面前方の被削材に塑性変形を生じているからである。

2.3 複合型切りくず変形モデルの塑性変形域

(a) 切りくず内塑性変形域の仮定

複合型切りくず変形モデルにおいて, せん断面を幾何学的作図によつて決定するためには, 見かけのせん断面を決定し更に被削材の盛上がり形状を求めてせん断変形開始面とせん断変形終了面を決定するのである。その作図法は第1報 3.3節に説明した。このモデルの本質的特

長は切りくず内塑性変形域と同時に、被削材内塑性変形域を仮定することにある。

図4において切りくず内塑性変形域は工具すくい面とせん断変形終了面の間にある切りくずとし、その上限の境界面は切削抵抗に平行な直線 C_2G_2 とする。したがって切りくず内塑性変形域は $\Delta D_0C_2G_2$ となる。

図4 複合型切りくず変形モデルのせん断面

切りくず内塑性変形域では、工具すくい面の降伏状態によつてきまる均一な降伏状態にあるものとする。

X 軸をすくい面に選び x 軸となす角を図4のごとく θ_f とする、すくい面の応力成分は式(7)に $\theta_i = \theta_f$ を代入する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -p + k \cos 2\theta_f \\ \sigma_y &= -p - k \cos 2\theta_f \\ \sigma_z &= -p \\ \tau_{xy} &= k \sin 2\theta_f \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

(b) 被削材内塑性変形域の仮定

被削材内塑性変形域はせん断変形開始面とせん断変形終了面の間にある被削材とする。図4にて $\Delta D_0K_0C_2$ に相当し、 K_0C_2 面は被削材の盛上がり面である。この領域は奥島、人見の研究⁸⁾にて、“流れ領域”と呼んでいる部分に相当すると考える。

この領域では、せん断変形開始面の降伏状態によつてきまる均一な降伏状態にあるものとする。

被削材内塑性変形域の降伏状態から、切りくず内塑性変形域の降伏状態に遷移する領域を両変形域の間に仮定し、これを遷移塑性変形域と呼び、その変形域は狭い範囲と考え無視できるものとして扱う。

(c) 総平均塑性変形域の仮定

被削材内塑性変形域と切りくず内塑性変形域とでは、降伏状態が異なると考えたのであるが、数学的取扱いを容易にするため総平均的な均一な降伏状態を仮定し、それを総平均塑性変形域と呼ぶことにする。

第3報 5.2節に定義した総せん断ひずみ γ_t と総平

均せん断応力 τ_t を考える。

$$\gamma_t = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_f \quad (10)$$

γ_1 : せん断変形開始面のせん断ひずみ

γ_2 : せん断変形終了面のせん断ひずみ

γ_f : すくい面のせん断ひずみ

$$\tau_t = \frac{W_c}{\gamma_t} \left\{ 1 - \frac{E(\omega)}{W_c} \right\} \quad (11)$$

W_c : 単位切削体積当たりの切削エネルギー

$E(\omega)$: せん断変形開始面、せん断変形終了面、

すくい面以外に消費されるエネルギー

総平均塑性変形域は均一な降伏状態であつて、そのせん断降伏応力を τ_t と仮定するのである。この仮定は切削機構を総平均の立場から考察する場合に、その取扱いが容易で理解しやすい長所があると考えられる。

2.4 主応力方向の解析

図4に示すごとく、右手系直角座標 x, y, z を主応力方向とし、他の1組の右手系直角座標 X, Y, Z とし X 軸を工具すくい面に選ぶものとする。

x 軸が X 軸すなわちすくい面となす角、 θ_f を主応力方向の角と呼ぶことにする。

すくい面の応力成分、式(9)を用いて、主応力方向の角 θ_f を決定する方法について考察する。

すくい面の摩擦係数 μ_f について、つぎの関係式が成り立つ。

第3報 式(4)より

$$\mu_f = \tan \beta_f = \tan (\alpha + \phi_R)$$

ϕ_R : 切削抵抗力が切削方向となす角

式(9)より

$$\mu_f = \frac{\tau_{xy}}{-\sigma_y} = \frac{k \sin 2\theta_f}{p + k \cos 2\theta_f}$$

両式より

$$\frac{\sin 2\theta_f}{\frac{p}{k} + \cos 2\theta_f} = \tan (\alpha + \phi_R) \quad (12)$$

式(12)より $\frac{p}{k}$ の値が与えられれば、 θ_f が求められるのである。

2.5 せん断変形開始角の解析

せん断変形開始面が主応力方向 x 軸となす角を θ_1 とする。鉛切削実験における θ_1 を次式により計算出来る。

$$\theta_1 = \phi_2 + \theta_2 - \phi_1 \quad (13)$$

ϕ_1 : せん断変形開始角

ϕ_2 : せん断変形終了角

θ_2 : せん断変形終了面が主応力方向 x 軸となす角。

表1は鉛実験の θ_1 の計算値を示す。 θ_1 は 45° に近い

の方向とすべり線の方向となる。

主応力方向 θ_f はつぎのごとくなる。

$$\theta_f = \angle x D_0 X$$

せん断変形開始角 ϕ_1 は式(14)よりつぎのごとくなる

$$\phi_1 = 45^\circ - \theta_f + \alpha = (90^\circ + \alpha) - (45^\circ + \theta_f) = \angle K_0 D_0 L$$

せん断変形終了角 ϕ_2 は式(17)よりつぎのごとくなる。

$$\phi_2 + \theta_2 = 90^\circ - \theta_f + \alpha = (90^\circ + \alpha) - \theta_f = \angle x D_0 L$$

したがって 2.6 節に説明した幾何学的近似解法により ϕ_2 , θ_2 を求められるから C_2 点 (図 6-(b)) がきまる。ゆえにせん断変形終了面 $D_0 C_2$, 被削材の盛上がり面 $K_0 C_2$ がきまるのである。

3.3 鉛切削実験結果

第 2 報 3.3 節に説明した鉛の旋削実験の結果を用いて Mohr の応力円とせん断面解析図を描いた。

表 2 諸因子の計算値

試片 項 目	No. 4—20	No. 4—30	No. 4—40
α	20°	30°	40°
F_c/A_0 kg/mm ²	7.98	7.25	6.40
τ_s	1.99	1.52	1.27
τ_f	0.794	0.767	0.696
$\tau_t = k$ kg/mm ²	2.86	3.17	3.25
ϕ_s	28°30′	34°50′	36°50′
θ_s	22°35′	26°20′	28°45′
θ_f'	58°55′	58°50′	64°25′
p/k	2.08	1.87	1.80
τ_f kg/mm ²	2.52	2.79	2.80
σ_f //	4.51	4.38	4.07
ϕ_R	9°	2°10′	-5°20′
$\pi - (\alpha + \phi_R)$	151°	147°50′	145°20′

(a) 諸因子の計算値

表 2 は鉛の旋削実験の結果を用いてつぎの諸因子の計算値を表示した。

(i) せん断降伏応力 k の近似計算値

せん断降伏応力 k を近似的に総平均せん断応力 τ_t に等しいとしてつぎのごとく計算した。

$$k \doteq \tau_t = \frac{W_c}{\tau_t} \left\{ 1 - \frac{E(\omega)}{W_c} \right\} \doteq \frac{W_c}{\tau_t}$$

(ii) p/k の値の近似計算値

図 6 (b) にて, 切削比より計算した, 見かけのせん断角 ϕ_s よりせん断ひずみ τ_s が計算できる。

つぎに第 2 報 式(12)を用いて, 見かけのせん断面とひずみ楕円の長軸となす角 θ_s を計算できる。

$$\cot \theta_s = \frac{\tau_s}{2}$$

したがって, ひずみ楕円の長軸と工具すくい面となす角 θ_f' を計算できる。

$$\theta_f' = (90^\circ + \alpha) - (\phi_s + \theta_s) \quad (19)$$

式 (12) の θ_f の代わりに θ_f' を代入して $\frac{p}{k}$ の近似計算ができる。

$$\frac{p}{k} = \frac{\sin 2\theta_f'}{\tan(\alpha + \phi_R)} - \cos 2\theta_f' \quad (20)$$

k と p/k の値より p の近似値を得る。したがって, Mohr の応力円の中心 M 点がきまる。

(iii) τ_f , σ_f の近似計算値

すくい面の垂直力 N_f , せん断力 F_f の実験値と切りくず接触長さ l_f の計算値より, すくい面の垂直応力 σ_f とせん断応力 τ_f を計算した。

(iv) $\pi - (\alpha + \phi_R)$ の値

切削抵抗力の水平分力 F_c , 垂直分力 F_t の実験値より ϕ_R の計算値より求めた。

(b) Mohr の応力円とせん断面解析図

鉛の試片 No. 4—20 に対する Mohr の応力円とせん断面解析図を図 6 (a), (b) に示し, せん断変形終了角 ϕ_2 の幾何学的解法を図 5 に示した。試片 No. 4—30, No. 4—40 に対しても同様に描くことができる。

表 3 応力円より求めた諸因子

試片 項 目	No. 4—20	No. 4—30	No. 4—40
ϕ_s	28°30′	34°50′	36°50′
p/k	1.99	1.88	1.78
θ_f	54°30′	59°	60°
ϕ_1	10°30′	15°	22°
ϕ_2	31°30′	35°	40°

表 3 に Mohr の応力円より求めた p/k , 主応力方向 θ_f , せん断変形開始角 ϕ_1 , せん断変形終了角 ϕ_2 と, 見かけのせん断角 (切削比より求めた値) の値を示す。

θ_f はすくい角が大きくなつてもその変化はきわめて少ない。 ϕ_1 は第 2 報 3.1 節の平削実験の実験値, 表 3 の ϕ_1 の値に比較的近い値となつた。 ϕ_2 は ϕ_s より大きい値となつた。これは第 2 報 3.4 節, 3.5 節のひずみ楕円実験の結果と同傾向である。

ゆえに Mohr の応力円とせん断面解析図は, 鉛の 2 次元切削の切削機構の実態をかなりよくあらわしていると考ええる。

4. 鉛の塑性曲線と切削ひずみ硬化

4.1 切削理論のための塑性曲線

第3報にて、切削エネルギー置換の仮定に基づいて、総和せん断ひずみ γ_t と総平均せん断応力 τ_t を定義して切削ひずみと切削応力を代表させた。その相関を実験的に検討するために、切削理論のための塑性曲線の研究が必要と考えるが、その例はほとんど見当たらない。

切削加工に伴う切りくずの変形の特性を簡単に述べる。

- (1) 切削ひずみ値が非常に大きい。総和せん断ひずみ γ_t が1~10の範囲におよぶ。
- (2) 切削ひずみ速度が非常に早い。佐田の研究¹⁰⁾によれば、相当ひずみ速度が切削速度 50m/min で $10^4/\text{sec}$ の単位と推定されている。
- (3) ひずみ硬化が大きい。大きなひずみ値、早いひずみ速度により大きなひずみ硬化を生じ、切りくずの硬度は被削材の100%増加になることが経験されている。
- (4) 切削エネルギーが熱に変化して、切りくずの温度が上昇し軟化を生ずる。中山の研究¹¹⁾によれば、快削鋼 (SAEB 1113) を切削速度 136m/min で切削した場合 390°C に温度がなつた。

このような切りくずの塑性変形の特性に比較的近い材料試験法として、高速圧縮試験が適当と考えられるので切削理論の立場から圧縮ひずみと圧縮応力の相関を考察する。

4.2 静的試験による塑性曲線

旋削試験に用いた鉛のインゴットより試験片を作り、静的の引張りと圧縮の試験を行なつた。

試験片 鉛 99.9% 100°C にて約1時間焼鈍

引張試験片 JIS 第4号

圧縮試験片 外径 20mmφ

初めの高さ 30mm

試験機 5t 万能材料試験機

平均相当ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_e = 10^{-3} \sim 10^{-4}/\text{sec}$

変形抵抗応力 $\sigma_p \doteq \sigma_c \doteq 1.6\text{kg/mm}^2$

各応力は塑性ひずみに対してほぼ一定値を示した。

図7は静的試験の結果を示す。実験の範囲内では、変形抵抗応力は塑性ひずみに対してほとんど一定値を示し完全塑性体に近い性質といえる。

4.3 高速圧縮試験による塑性曲線

高速圧縮試験法には、鋳を一定の高さより落下させて試験片を圧縮させる方法と、カムによつて押え板を上下させて試験片を圧縮させる方法がある。

前者を落錐試験機と呼び、A. Pomp & H. Houben の研究¹²⁾、山内、松浦の研究¹³⁾、鈴木、橋爪の研究¹⁴⁾等が

図7 静的試験の塑性曲線

ある。

後者を Cam Plastometer と呼び、E. Orwan の研究¹⁵⁾、N. Loizou & R. B. Sims の研究¹⁶⁾、J. Alder & V. Phillips の研究¹⁷⁾ 等がある。わが国でも生研の鈴木の研究、機械試験所の工藤の研究がある。つぎにその代表的文献を引用して鉛に対する実験結果を説明する。

(a) 落錐型高速圧縮試験

A. Pomp & H. Houben の研究によれば、圧縮試験による対数ひずみ ϵ_e と圧縮応力 σ_c または平均圧縮応力 σ_{cm} との間につぎのごとく power law が成立する。

$$\text{平均圧縮応力 } \sigma_{cm} = c \epsilon_e^n$$

$$\text{圧縮応力 } \sigma_c = c(n+1) \epsilon_e^n = (n+1) \sigma_{cm}$$

c, n は材料、試験条件で定まるパラメータである

鉛に対する実験式はつぎのごとくである。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{cm} &= 4.18 \epsilon_e^{0.33} \\ \sigma_c &= 5.55 \epsilon_e^{0.33} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

平均ひずみ速度は 100~500/sec の範囲で行なつた。

図8に鉛に対する $\sigma_{cm} \sim \epsilon_e$ 、 $\sigma_c \sim \epsilon_e$ の塑性曲線を示す。

(b) カム型高速圧縮試験

N. Loizou & R. B. Sims の研究によれば、cam plastometer のカムの形状をかえて、圧縮速度一定の実験とひずみ速度一定の実験を行なつた。

図 8 高速圧縮試験の塑性曲線

試験片 鉛 99.99%

直径 1.000 ± 0.001 "

高さ 1.500" と 0.750" の2種類

平均ひずみ速度は 1~20/sec の範囲で行なった。

圧縮ひずみ、ひずみ速度、試験温度を変化させて、圧縮応力の測定結果を報告している。

20°C における鉛の実験結果よりつぎのごとき実験式を求めることができた。

$$\sigma_{ij} = 3.8 \epsilon_i^{0.23} \dot{\epsilon}_j^{0.033} \quad (22)$$

σ_{ij} はひずみ値 ϵ_i 、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_j$ に対する平均圧縮応力 (kg/mm²)

図8に Pomp & Houben の実験式 式(21)と Loizou & Sims の実験式 式(22)とを比較図示した。

Pomp & Houben の実験では、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_c = 100 \sim 500/\text{sec}$ の範囲で、圧縮ひずみ ϵ_c が大きくなるほど $\dot{\epsilon}_c$ も大きくなっているため、式 (22) でひずみ値に対するひずみ速度を表 4 のごとく仮定して σ_{ij} を計算した。両者の実験式 式(21)と式(22) は比較的良好一致を示した。

表 4 圧縮ひずみと圧縮ひずみ速度の仮定

ϵ_c	0.1	0.3	0.5	0.7	1	1.5	2.0	2.5	3.0
$\dot{\epsilon}_c$	10	30	50	70	100	150	200	250	300

4.3 切削ひずみによるひずみ硬化

(a) 切削温度の影響

本研究では、常温切削のみを考察し高温切削は取扱わないことにしたので、切削温度を変化させるものとして切削エネルギーから生ずる切削熱のみを考えた。

中山の研究¹¹⁾によれば、切削熱による切削温度の変化には、Loewen & Shaw の理論計算式¹⁸⁾ が実用的であることを明らかにしている。

鉛の試片 No.4—20, No.4—30, No.4—40 に対してその計算式を用いて切削熱による温度上昇を計算した。切削速度 $V_c = 4\text{m/min}$ 、切込み $t_0 = 2\text{mm}$ 、切削幅 5mm

の旋削実験で切削前の試片の温度 $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$ とした。その結果、鉛の切削応力が比較的低いため切りくずの平均温度上昇は、約 2°C 程度となり、切りくずに対する切削熱の影響は無視できるものとする。

鉛の切削実験で $V_c = 4\text{m/min}$ 以下では切りくずの軟化はほとんど認められなかったが、 $V_c = 10\text{m/min}$ では切りくずが軟化して切削比の計算が困難となった。

(b) 切削ひずみによる影響

鉛の切削試験において、切りくずは切削ひずみ、切削ひずみ速度に伴うひずみ硬化と、切削熱に伴う熱軟化の相反する影響を同時に受けて、切削応力はきわめて複雑な変化をするものと推察される。

本実験では、切削熱による熱軟化は前項に説明したごとく無視できるものとする。したがって常温における高速圧縮試験による塑性曲線を用いて、切削ひずみと切削応力の関係を吟味して、切削ひずみによるひずみ硬化を考察する。

2.3 節 (c) 項に説明したごとく、総せん断ひずみ τ_t と総平均せん断応力 τ_t を似つて切削ひずみと切削応力を総平均の立場から代表させ、切削実験におけるひずみ硬化を数量的にあらわすものとする。

第3報の式 (48) と式 (53) より、切削試験の τ_t, τ_t と高速圧縮試験の ϵ_c, σ_{cm} をつぎのごとく関係づけることができる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_c &= \epsilon_{gt} = \frac{1}{\sqrt{3}} \tau_t \\ \sigma_{cm} &= \sigma_{gt} = \sqrt{3} \tau_t \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

鉛の平削試験 $V_c = 50\text{mm/min}$ の試片 No.7—20, No.7—30, No.7—40 と旋削試験 $V_c = 4\text{m/min}$ の試片 No.4—20, No.4—30, No.4—40 に対し、第3報の 4.2 節に説明した切りくずの簡易変形経路 I, II における τ_t と τ_t の値を求めた。

一方高速圧縮試験の実験式 式 (21) よりつぎのごとく τ_{cm} の値を求められる。

式 (23) より τ_t に対する ϵ_c の計算

$$\epsilon_c = \frac{1}{\sqrt{3}} \tau_t$$

式 (21) より ϵ_c に対する σ_{cm} の計算

$$\sigma_{cm} = 4.18 \epsilon_c^{0.33}$$

式 (23) より σ_{cm} に対する τ_{cm} の計算

$$\tau_{cm} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_{cm}$$

また静的試験よりつぎのごとく τ_c の値を求められる。静的圧縮応力 $\sigma_c = 1.6\text{kg/mm}^2$ (一定)

式 (23) より

$$\tau_c = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_c$$

図 9 に、 τ_t 、 τ_{cm} 、 τ_c の計算結果を比較図示する。

試片 No.7 の τ_t の値は、静的試験の τ_c と高速試験の τ_{cm} の中間の値となつている。

試片 No.4 の τ_t の値は、 τ_{cm} に近い値となつている。

試片 No.7 と試片 No.4 の τ_t の値は近似にもかかわらず、 τ_t の値は相当異なる理由として、切削速度が早くなるほどひずみ速度が大きくなりそのため大きなひずみ硬化を生ずるものと考えられる。

図 9 総平均せん断応力 τ_t と圧縮応力との比較

4.4 切削ひずみ速度の推定値

(a) 切削ひずみ速度の定義

前節に述べたごとく、切削熱の影響を無視できる範囲内では、同一切削ひずみであつても切削速度が早くなると、ひずみ速度が大きくなりひずみ硬化を生ずると推察される。ゆえに切削ひずみ速度を数量的にあらわす定義を考える。

(i) すくい面の平均ひずみ速度

すくい面の平均ひずみ速度

$$\dot{\gamma}_f = \frac{\tau_f}{T_f} \quad (24)$$

とする

すくい面のせん断ひずみは第3報の式 (16) より

$$\tau_f = \frac{l_f}{t_f}$$

すくい面と切りくずの塑性接触時間

$$T_f = \frac{l_f}{V_f}$$

式 (24) はつぎのごとくなる。

$$\dot{\gamma}_f = \frac{V_c r_c^2}{t_0} \quad (25)$$

ただし V_c : 切削速度

$V_f = V_c r_c$ すくい面切りくず速度

$$r_c = \frac{t_0}{l_f} \text{ 切削比}$$

$\dot{\gamma}_f$ は、 V_c と r_c^2 に正比例し、 t_0 に反比例する。切込みが小さいほど、ひずみ硬化が大きくなり寸法効果を生ずる原因の一つと考えられる。

(ii) せん断面の平均ひずみ速度

せん断面の平均ひずみ速度を

$$\dot{\gamma}_s = \frac{\tau_s}{T_s} \quad (25)$$

とする。

T_s はせん断変形をおこす周期的時間

$$T_s = \frac{S_c}{V_c} \text{ とする。}$$

S_c は図 10 にて、切削方向に測つた、せん断変形をおこす周期的の間隔 $S_c = A_0 D_0$ とする。

図 10 せん断ひずみ間隔

式 (26) はつぎのごとくなる。

$$\dot{\gamma}_s = \frac{\tau_s \cdot V_c}{S_c} \quad (27)$$

$\dot{\gamma}_s$ は、 V_c に正比例し、 S_c に反比例する。

S_c をせん断ひずみ間隔と呼び、これを実験的または理論的にいかに決定するか今後の研究問題と考える。

(iii) 総平均ひずみ速度

総平均な立場から、ひずみ速度の数学的取扱いを容易にするため、総和せん断ひずみに対応する総平均ひずみ速度、 $\dot{\gamma}_t$ をつぎのごとく考える。

$$\dot{\gamma}_t = \frac{\dot{\gamma}_t}{T_t} \quad (28)$$

一般にせん断面のひずみ速度 $\dot{\gamma}_s$ は、すくい面のひずみ速度 $\dot{\gamma}_f$ の 10^2 倍ほどと実験的に報告されている。ゆえに近似的に $\dot{\gamma}_t$ は $\dot{\gamma}_s$ に等しいと考えても大差ない。

$$\dot{\gamma}_t \doteq \dot{\gamma}_s$$

しかしこれは今後研究すべき問題と考える。

(b) 鉛切削実験のひずみ速度推定値

鉛切削試験の結果と鉛の高速圧縮試験の実験式を比較して切削ひずみ速度の推定を行なった。

(i) 圧縮試験のひずみ速度

鉛の静的圧縮試験のひずみ速度

$$\dot{\epsilon}_c = 10^{-3} \sim 10^{-4} / \text{sec}$$

Pomp & Houben の鉛の高速圧縮試験では

$$\text{圧縮ひずみ速度 } \dot{\epsilon}_c = 5 \times 10^2 / \text{sec}$$

したがってせん断ひずみ速度

$$\dot{\gamma}_c = \sqrt{3} \times 5 \times 10^2 / \text{sec} \doteq 10^3 / \text{sec}$$

図9で、鉛の切削試片 No.4 の τ_t の値が Pomp & Houben の実験式の値に近いことは、そのひずみ速度が $10^3 / \text{sec}$ に近いものと考えられる。

(ii) 鉛試片 No.4 の切削ひずみ速度の推定値

図9に示したごとく、すくい角が大きくなるほど、総せん断ひずみ γ_t は減少するにもかかわらず、 τ_t がやや増加するのは、すくい角の増大によりひずみ速度が増加してひずみ硬化したものとして総平均せん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}_t$ の推定を行なった。

式(23)に τ_t, τ_t の値を入れて ϵ_c, σ_{cm} の値を求め、つぎに Loizou & Sims の実験式 式(22)の ϵ_i, σ_{ij} にその値を代入して $\dot{\epsilon}_j$ を計算した。

ついで式(23)よりひずみ速度 $\dot{\gamma}_t$ を求められる。

$$\dot{\gamma}_t = \sqrt{3} \cdot \dot{\epsilon}_j \quad (29)$$

表5に試片 No.4 に対して変形経路 II によつて求めた $\dot{\gamma}_t$ の計算値を示す。

比較のためすくい面のひずみ速度 $\dot{\gamma}_f$ の計算値を示した。

すくい角 $\alpha = 20^\circ \sim 40^\circ$ の範囲で、 $\dot{\gamma}_t$ は $10^2 \sim 10^4$ の

表5 切削ひずみ速度の推定値

試片	No.4—20	No.4—30	No.4—40
$\gamma_t \text{ II}$	2.790	2.306	2.041
$\tau_t \text{ II kg/mm}^2$	2.86	3.14	3.14
$\dot{\gamma}_t \text{ II sec}^{-1}$	2.18×10^2	1.51×10^4	3.21×10^4
$\dot{\gamma}_f \text{ sec}^{-1}$	8.27	10.46	10.70
$S_c \text{ mm}$	6.1×10^{-1}	6.8×10^{-2}	2.6×10^{-3}

単位となつた。

$\dot{\gamma}_t \doteq \dot{\gamma}_s$ が成り立つとすると、 $\frac{\dot{\gamma}_s}{\dot{\gamma}_f} \doteq 10^2$ の程度となつた。

(iii) せん断ひずみ間隔の推定値

試片 No.4 の実験結果に対して、すくい角 α が大きくなると、 τ_t は減少するにもかかわらず、 $\dot{\gamma}_t$ が大きくなるため τ_t は増加するものと考えた。したがって式(28)より α が大きくなるほど、 T_t が急速に短くならねばならない。

しかし T_t の値の推定は困難であるから、実験的に $\dot{\gamma}_t \doteq \dot{\gamma}_s$ としても大差ないと考えて、式(26)の T_s が非常に短くなればよい。

このためには、せん断変形をおこす周期的間隔を切削方向に測つた長さ、 S_c が非常に小さくすると考える。

$$T_s = \frac{S_c}{V_c}, \quad \dot{\gamma}_s = \frac{\dot{\gamma}_s}{T_s} \\ \therefore S_c = T_s \cdot V_c = \frac{\dot{\gamma}_s \cdot V_c}{\dot{\gamma}_s} \quad (30)$$

式(30)の S_c の計算値は、表5に示すごとく α が 20° から 40° になると 10^{-1}mm から 10^{-3}mm の単位となつた。すなわち、 α が大きくなるほどせん断ひずみ間隔が非常に小さくなるためにひずみ速度が早くなり、大きなひずみ硬化を生ずると考えたのである。

5. 結 言

(1) 2次元切削実験のせん断断面は、すくい面を基準として塑性力学を用いて、数学的に決定できることを明らかにした。すなわち複合型切りくず変形モデルに対して、総平均塑性変形域を仮定して、その主応力方向とすくい面との間の角 θ_f をすくい面の応力成分より求めた。

その主応力方向 θ_f よりせん断変形開始角 ϕ_1 がつぎのごとく決定できる。

$$\phi_1 = 45^\circ - \theta_f + \alpha$$

(2) すくい面の応力成分より主応力方向 θ_f を決定するためには、切りくずのせん断降伏応力 k と平均応力(静水圧成分) p の比 p/k の値が必要であることを明らかにした。この報告の鉛切削実験では、 $p/k = 1.7 \sim 2.0$ の範囲となつた。

しかるに Lee-Shaffer の理論では、被削材や切削条件にかかわらず主応力の一つは零と仮定した。したがって $p/k = 1$ となり $\theta_f = \beta_f$ (すくい面の摩擦角) となつた。

この仮定は、Lee-Shaffer の式によるせん断角の計算値が実験値とかなり異なる原因の一つと考えられる。

(3) p/k の値は被削材の特性と切削条件からきまるものと推察されるが、現在の研究では実験的にその値を直接正確に求める方法はまだ見当たらない。そこで実験的に切削比から求められる見かけのせん断角(従来のせん断角) ϕ_s より主応力方向の近似値 θ_f' を求めた。

このように ϕ_s より近似的に求めた θ_f' を求めて、Mohr の応力円を描いてせん断面を決定する方法を考察した。また Mohr の応力円よりすべり線の方角、主応力軸の方角を決定し、複合型切りくず変形モデルのせん断面解析図を描いて、切削機構の解析結果を1目でわかり易く図示することができた。

(4) 切削機構の解析の結果、決定した切削ひずみと切削応力の相関を実験的に検討するためには、切削理論に役立つ塑性曲線を研究する必要がある。その塑性曲線を得る材料試験法として高速圧縮試験を適当と考えた。したがって鉛に対する落錐型高速圧縮試験と Cam Plastometer による高速圧縮試験の文献を引用して、圧縮応力に対する圧縮ひずみとひずみ速度の実験式を得た。

$$\sigma_{ij} = 3.8 \cdot \epsilon_i^{0.23} \cdot \dot{\epsilon}_j^{0.033}$$

(5) 鉛に対する切削実験で切削熱による温度上昇が降伏応力におよぼす影響は無視できる程度であることを確かめた後、総和せん断ひずみ γ_t と総平均せん断応力 τ_t の相関を検討した。

すくい角が大きくなるにしたがつて γ_t は減少するが τ_t はやや増加した。この関係は一般の塑性曲線の塑性ひずみと塑性応力の関係と逆になっている。したがってすくい角が大きくなるほど、ひずみ速度が増大してひずみ硬化を生ずるものと考えられる。

鉛の高速圧縮試験による塑性曲線の実験式を用いて、総平均ひずみ速度 $\dot{\gamma}_t$ の推定を行なった。その結果、すくい角 α が 20° から 40° になると、 $\dot{\gamma}_t$ は $10^2/\text{sec}$ から $10^4/\text{sec}$ の単位に増大した。(1962, 4月24日受付)

参考文献

- 1) M.E.Merchant : J. App. Phys., Vol.16, No.5 (1945).
- 2) J.Krystof : Technologische Mechanik der Zerspanung. Ber. 12 (1939).
- 3) E.H.Lee & B.W.Shaffer : J. App. Mech., Vol.18, No.4 (1951).
- 4) R.Hill : The Mathematical Theory of Plasticity. 塑性学 (鷺津, 山田, 工藤訳)(1954).
- 5) W.Prager & P.G.Hodge : 塑性学 (安倍, 宮本訳) (1954).
- 6) W.Prager : An Introduction to Plasticity. (1959).
- 7) 工藤英明 : 塑性と加工, Vol.1 No.2 (1960).
- 8) 奥島啓次, 人見勝人 : 日本機械学会論文集, 第26巻163号 (1960).
- 9) W.B.Palmer & P.L.B. Oxley : Proc. of Institution of Mech. Engrs. Vol.173, No.24 (1959).
- 10) 佐田登志夫 : 日本機械学会論文集, 154号 (1959).
- 11) 中山一雄 : 高温切削, 日刊工業 (1955).
- 12) A.Pomp & H. Houben : Mitt. K.-W.-I. Band XVIII (1936) 303.
- 13) 山内弘, 松浦佑次 : Reports of the Casting, Waseda Univ., No.2 (1951).
- 14) 鈴木弘, 橋爪伸 : 金属の塑性変形抵抗, 東大生研 (1960).
- 15) E. Orwan, F. Scott & C. Smith : J. Sci. Instrum. Vol.27, No.118 (1950).
- 16) N. Loizou & R.B. Sims : J. Mech. and Phys. of Solid, Vol.1 (1953) p.234~243.
- 17) J.F.Alder & V.A. Phillips : J. Inst. of Metals. Vol.83 Part 3 (1954).
- 18) E.G.Loewen & M.C.Shaw : On the Analysis of Cutting Tool Temperatures, Trans. ASME, Vol.76 (1954).