玉軸受音の研究

西村 源六郎*

高橋 浩一**

Ball Bearing Noise

Genrokuro NISHIMURA, Koichi TAKAHASHI

In this paper, are studied the problems of characteristics and radiation mechanism of ball bearing noise. The characteristics of this noise are experimentally examined to explain that this noise becomes a kind of impact noise which is generated at the instant when a steel ball comes into collision with an elastic plate.

Ball bearing of 6206 is inserted firmly in a bore of fly wheel which is being driven by a belt. Thereby the sound produced in the state of motion of the fly wheel is picked up by a dynamic or a condenser microphone to obtain the results as follows;

(1) The sound pressure of the noise increases with the rotation speed of the fly wheel.

(2) In the range of low rotation speed, the magnitude of the sound pressure of the noise increases proportionally to the $6/5$ power of the rotation speed. At high rotation speed, however, the sound pressure has no more the tendency which it has at low speed, and this matter is caused by the fact that the motions of all parts by which the bearing is constructed, become very complicate at high rotation speed.

(3) Adopting the fact that the noise becomes the impact noise due to the steel balls collision with the retainer of the bearing, the above mentioned experimental law at low rotation speed can be explained theoretically under the assumption that the collision velocity between them becomes proportional to the rotation speed of the bearing.

(4) When a steel ball collides with a steel bar, at first a sound pressure peak occurs as a transient phenomenon of the forced vibration of the bar, and then the oscillating sound pressure change appears to follow this peak. This oscillation pressure change corresponds to the free vibration of the bar.

(5) The frequency of the free vibration of the bar is much affected by the duration time of the collision and also by the impact position of the bar.

(6) Both the magnitude of the sound pressure peak due to the forced vibration of the bar and also that of the sound pressure change due to the free vibration of it become proportional to the $6/5$ power of their collision velocity.

1. 緒 言

最近玉軸受音の研究が進められ、多くの結果が出されている¹⁾。筆者らは主として深溝形ラジアル玉軸受6206(内径30mm)を用いて、その音響特性をしらべてきた。本報告では玉軸受のいかなる部分から音響ふくしゃがなされているかを明らかにするとともに、玉軸受音の発生機構についても考察した。

玉軸受音は軸受部品の振動表面よりふくしゃされるものであり、その性質は使用条件によって広範囲に変化する。筆者らは玉軸受回転中の玉と保持器の衝突に注目し、玉と一般弾性体との衝突音についても理論的、実験

的に考察を加え、これによって玉軸受音を説明した。

2. 玉軸受音の測定

測定には一般市販の深溝形ラジアル玉軸受6206を11個用い、使用条件を変えて行なった。すなわち、主として外輪回転、純ラジアル負荷とし、玉軸受をフライホイールに組み込んで、ベルト駆動により4000rpm~0までの回転数で行ない(図1)、また、他に参考実験として内輪回転装置(図2)および回転軸の先につけたゴム円すいによる内輪駆動装置(図3)を併用した。

2.1 測定器

使用した測定器のおもなものは次のとおりである。

1. 三研ダイナミックマイクロホンおよび音圧計
2. 周波数選択形周波数分析器

* 名誉会員 東京大学名誉教授

** 正会員 中央大学理工学部

図1 外輪回転装置

図2 内輪回転装置

図3 内輪回転装置

3. ストロボスコープおよびオシロスコープ

これらの装置の結線図を図4に示し、周波数分析器の利得特性を図5に示す。音圧計の特性は鋼球の衝突音の実験²⁾の場合と同じである。また、図1に示した実験装置の写真を図6に示す。

2.2 外輪回転組込み音の周波数分析

玉軸受をフライホイールに JIS P7 程度に固くはめこみ、固定軸に取り付けて内輪をナットで締付ける。次にフライホイールをベルトによって駆動し、回転数を 4000rpm

まで上げた後ベルトをはずして自由減衰回転させる。回転数が 100rpm 下がるごとにそのときの音圧を測定する。

この場合、負荷はフライホイールの重量約 6kg が純ラジアル荷重としてかかる。潤滑は #150 または #60 スピンドル油を用いたが、この二種の油による音響的な差は区別できなかった。

測定用マイクロホンは軸受の軸に対して 45° の方向に 5cm 離しておく。また、外部騒音

図4 玉軸受音測定装置結線図

図5 周波数分析器の増幅特性

図6 外輪回転装置写真

を遮断し、かつ軸受音の反射の影響を防止するために、この装置全体を約 1 m 立方の防音箱の中に収めて測定を行なったが、この防音箱の遮音度は 1000c/s で約 30dB であった。

このような条件で音圧を測定し、周波数分析した結果の例を図 7 (a)(b) に示す。図からわかるように、6206 の分析結果はいずれの軸受でも大体同じ結果を示す。そして更に玉軸受音成分中には回転数によって中心周波数の変化する成分としない成分があることがわかる。100c/s 付近の低周波成分は回転数に比例して変化し、1000c/s 以上の高い周波数成分は回転数が変化しても周波数が変わらない。この高い周波数成分は約 2000c/s, 4000c/s および 9000c/s である。

低周波成分は回転数の 3~4 倍の周波数が現われ、軸受の取付け誤差などによる強制振動的なものと考えられる。普通はこの低周波成分は高周波成分にくらべて小さい。

回転数に無関係な成分は、軸受内の部品の運動が複雑であることと、部品が不規則な振動励振を受けていることから、選択共振により固有振動が励起され、音響ふくしゃが行なわれたものと考えられる。それゆえ玉軸受部品の固有振動数をしらべ、これと周波数分析の際に現わ

表 1 部品の固有振動数

部 品 名	固 有 振 動 数 (s/c)
ラフィホイール	2930, 9100
外 輪	3280
内 輪	17600
保 持 器	1900, 4500, 10000, 30000

れた成分周波数との対応を検討した。

固有振動数をしらべる方法として、振動しがたい形をした鉄のブロックに軸受部品を衝突させ、それによって生じた自由弾性振動音をテープレコーダと周波数分析器を用いて解析した。また、高周波音成分は衝撃音波形をオシロスコープ上に現わし、写真撮影してしらべた。それらの値を表 1 に示す。

このうち保持器については、保持器輪の面を垂直にして水平な鉄ブロック面に落下衝突させる場合、すなわち保持器面内の曲げ振動を起こさせるような衝撃を与えた場合は、1900c/s 成分が多く現われ 4500c/s 成分は少ない。また反対に保持器面を水平な鉄ブロック面に平行になるようにして落下衝突させると、4500c/s 成分が大となり 1900c/s 成分は小さく現われる。保持器の固有振動は軸受によって少しずつ異なり、面内曲げ固有振動数は 1600~2200c/s の間にばらついていた。以上のことより約 1900c/s 成分は保持器のラジアル曲げ振動であり、4500c/s 成分は保持器面に垂直な曲げ振動と考えられる。

これらの事実から、本装置における玉軸受音はおもに保持器の振動に基因し、周波数分析の結果からは回転数の低い場合は約 2000c/s の保持器面内の曲げ振動によるふくしゃ音が多く、回転数の増大によっては 4500c/s または 9000~10000c/s のような高い振動数の、別の振動形による音響成分がふくしゃされることがわかる。

この 9000~10000c/s の音響成分は、玉軸受に組み込まれている鋼球同志をとりだして衝突させたときに生ずる過渡音圧波形にも含まれ²⁾、また保持器の高周波成分としてもあらわれることが実験的に確かめられたが、本実験の場合は後に述べる弾性棒の衝突の項で説明するように、衝突時間が減少したときに高周波振動が現われるという事実に対応していると考えるのが妥当であると思われる。

2.3 保持器の補強による振動数変化

前節において保持器振動が玉軸受音の原因となることが推察されたのであるが、成分周波数が固有振動数に一致しているということだけで玉軸受音が保持器音

図 7 玉軸受音成分 (6206, 外輪回転)

であると結論することは危険であるので、分析によって現われた周波数成分が保持器振動音であることを更に確認するための実験を行なった。

すなわち、図 8 に示すように保持器ポケットのふくらみ部分に太さ 1 mm の銅の棒を橋渡ししてハンダづけし、保持器の剛性および質量に変化を与えた。

このように補強された保持器をもつ玉軸受を装置に組み込んで、前と同様に音響成分を測定したところ、主周波数成分である 2000c/s は図 9 に示すように 200c/s だけ高い方にずれ、またハンダを溶かして補強棒をとった後再び測定すると元の周波数にもどった。一方、4500c/s 成分はこの場合補強によって中心周波数が低い方にず

図 8 保持器補強玉軸受

図 9 保持器の補強による成分周波数のずれ

れ、同時に成分量が大幅小さくなった。

以上の事実は、保持器面内の曲げ振動においては剛性増加の影響が大きいため振動数が上がり、また、面に垂直な振動では質量増加の影響が増したため固有振動数が下がるとともに振動しがなくなったため成分量が減少したと考えて説明できる。

2.4 内輪回転音の周波数分析

図 2 の装置を用い、すべり軸受で支えられた軸をベルト駆動し、軸の端に測定用玉軸受を単体で取付け、外輪に手で約 0~1.5kg のスラストおよびラジアル荷重をかけて玉軸受音を測定した。潤滑は #60 スピンドル油で行ない、回転数は 1600rpm と 6000rpm とした。

まず、ほとんど負荷をかけずに外輪を軽く抑える程度に支えると 4500c/s と 10000c/s 成分が大きく現われ、2000c/s 成分はあらわれなかった。6000rpm の場合は 1600rpm のときに比べてこの 2 つの成分が大になり、前と同様の他の成分は目立たなかった。またスラスト荷重をかけると、この二つの成分の中心周波数は高い方にずれ、そのうち低い方の成分は約 100c/s、高い方の成分は 1000c/s のずれを生じた³⁾。

図 3 の装置によって行なった測定では、玉軸受音は 10000c/s 付近の成分が卓越した。これは図 3 にあるように、フライホイールに玉軸受を組み込んだ場合と単体の場合のいずれも同じ傾向を示した。この実験条件は内輪をゴム円すいの回転によって駆動するため軸の偏心による不安定力が軸受にかかり、実際の使用条件とは大きく異なっている。

これら 2 種の実験によって生じた現象は、図 1 によるフライホイールに組み込まれた外輪回転の場合とくらべて実験条件が異なるから、成分周波数としては保持器面に垂直な曲げ振動である 4500c/s、および更に高い 10,000c/s 以外に、別の種類の振動として、外輪の面内曲げ振動の二次固有振動数である 9300c/s が現われることも考えられる。あるいはまた別に実験的に保持器なしで、内外輪と 9 個の玉のみを用い、スラスト負荷内輪回転で測定を行なう際に現われる約 4000c/s と 10000c/s 成分に相当する成分が現われることも考えられるので、この内輪回転実験の場合にはまだ明確な結論は得られなかった。

2.5 外輪回転による音圧と回転数との関係

図 1 に示す装置で、前節のごとく回転数の減少に従って 4000rpm より 0 まで種々の回転数で音圧測定を行なったが、同一玉軸受では音圧値の再現性がよかった。音圧対回転数の関係は軸受が異なると多少変化するが、一般に回転数が増すと音圧が増大する傾向をもっている。図 10 にこの関係を示す。

図10 外輪回転数変化による玉軸受音変化

図11 2000c/s 付近のピーク成分特性

これらの測定値は次のような特性をもっている。すなわち一般に回転数の低い範囲では音圧が回転数の $6/5$ 乗に比例し、1000rpm 以上になると音圧の変動が大きくなり曲線の傾斜も小さくなる。

また、この測定と同時に周波数成分を観察すると、低回転数の領域では図 8 に示すように約 2000c/s の成分が卓越しており、曲線の傾斜が変化する回転数、すなわち 1000rpm から 4500c/s 成分が現われることがわかる。

このことより 1000rpm 以下の低回転数における曲線の傾きは 2000c/s 成分の影響であると考えられるので、特に 2000c/s 成分のみについて回転数との関係を調べたところ、図 11 に示すように図 10 と同じく回転数の $6/5$ 乗に比例する結果が現われた。

2.6. 内輪回転による音圧と回転数との関係

図 3 の装置でスラスト負荷による組込み音および単体音を測定した。その結果を図 12(a)(b) に示す。この場合は前に述べたように内輪にはスラスト方向以外に変動力がかかり、軸の振れが大きかったが、これによると、玉軸受より発生する音圧は、単体および組込み音の両方の場合共、回転数の $6/5$ 乗に比例していると見

図12 内輪回転玉軸受音

なせる。

3. 考 察

3. 1 実験結果の考察

以上の結果を基礎として玉軸受音の発生機構を推察することができる。そのためには玉軸受各部品の運動状態および運動によって生ずる部品の振動、更には振動部品よりの音響ふくしゃの状態を明らかにすればよい。

玉軸受部品の運動は使用条件によって異なるから、まず本実験で主として行なった外輪回転組込み音について考察し、次にその他の条件の場合について考えることにする。

図1の装置による玉軸受6206部品の運動を考えてみる。負荷は玉軸受を含めたフライホイールの重量であり、スラストはかかっていない。内輪は軸にナットで固定され、外輪はフライホイールに固くはめこまれている。

また、玉は外輪の回転によって次々と負荷圏に入り、また出るが、負荷圏にある間は保持器と力を及ぼし合う可能性があり、更に負荷圏から出たあとも、ポケット内を運動して保持器とすべり摩擦および衝突を行なう。玉と内外輪とはころがり接触を行ない、また、すきまのある軸受では衝突現象も生ずる。保持器は内外輪とは接触しないが、玉と摩擦または衝突し合っている。

このような状態で各部品が運動している場合、部品に振動を起こさせるものは、すべりおよびころがり運動に

よる慣性力と、摩擦力および衝突力であり、振動は内輪、外輪、玉および保持器の各部品に現われることになる。

本実験の場合のように玉軸受音の主成分が回転数の変化によっても、中心周波数の変化しない性質をもった成分音圧である場合は、不規則励振による固有振動音が輻射されていると考えられ、この励振機構には衝撃力が大きな役割を果たしている。

この実験で内外輪振動音が現われないのは、内輪は固有振動数大で振動しがたく、外輪はかたくフライホイールにはめられているので同じく振動しがたいためと思われる。したがって保持器の振動音が現われることになる。

以上の考えより回転数と音圧の関係を考察すれば、1000rpmまでは保持器は玉によってラジアル面内の振動を励振されているから、玉がポケットを励振する方向はラジアル面内にあると考えられる。

1000rpm以上になると、4500c/sの振動、すなわち保持器面に垂直な振動を起こさせる力が保持器に作用しはじめ、2000c/s成分が少なくなる。すなわち保持器に対して横方向の力が現われたことになる。しかもこれらの振動励振力は実験条件が純ラジアル負荷であることと、本実験とは別に行なわれた保持器の運動に関する井沢⁴⁾および鈴木⁵⁾両氏の実験を参照することによって、玉と保持

図13 玉と保持器の衝突

器の衝突状態の変化によるものと考えられる。

上述の現象を次のように簡化したモデルによって考えることができる。図13に示すように玉が保持器ポケット内で、ポケットの中心線上を運動して衝突し、保持器の 2000c/s固有振動を励振させるが、回転数の増大による保持器の不安定な動きのために、玉がポケット内で中心線からずれて運動し、衝突するようになると、中心線方向の衝突速度成分 v により、ラジアル面に垂直な衝撃力成分が発生すると共にラジアル面内の速度成分が減少することがわかる。また保持器が横振動する場合は、その振動は不安定で振幅も変動するから音圧値もばらつきやすい。このようなモデルは図10の実験結果の1つの説明になると考えられる。

一方、以上の説明は、主として1000rpm以上の音圧特性についてのものではあったが、この考えの基礎は、玉がポケット内で幾何学的に規則正しく衝突運動をした場合に、実験結果に現われているように、低回転数領域で音圧が回転数に対して規則正しい変化を示すことを前提としている。それゆえ次に低回転領域の現象について明らかにしなければならない。

図10の実験結果から、低回転数領域では音圧は回転数の 6/5乗に比例しているが、この傾向は後に述べるように、鋼球と弾性体との衝突音圧が衝突速度の 6/5 乗に比例することが確かめられたので、しも回転中の玉軸受中の玉が保持器に衝突する速度が回転数に比例するとすれば、玉軸受音圧は玉と保持器の衝突によって生じた回転数の 6/5 乗に比例するということができ、低回転数領域の音圧特性を説明することができる。

3. 2 他の駆動条件において衝撃力の生ずる例

内輪回転、単体あるいは組み込みでスラスト負荷の場合、玉軸受音圧が回転数の 6/5乗に近いことが筆者らの実験および他の実験結果⁶⁾にも見られるので、このような場合に衝撃的になる可能性について考察する。

たとえば正のすきまをもった玉軸受では、スラスト負荷を受けていても、外輪の軸方向加速度が大になり、慣性力がスラスト荷重以上になればすきまを生じ、次の接触の瞬間に衝撃力が現われる。それゆえ、保持器以外にも衝撃音がでることになる。

図14に重力荷重によるスラスト負荷の例を示す。図のbは玉軸受部品によって構成された振動系の原理図であり、ばね力はすきまが負のときだけ作用する。この図より、振動系は軸方向に2自由度となり、線形系と考えると、2つの共振点が存在する。この系が不規則励振を受けると固有振動が励振され、加速度振幅も大になる。

共振周波数における加速度振幅の大きさは、外力振幅

図14 すきまのある玉軸受のスラスト負荷による軸方向振動系

が一定の場合、系のもつ減衰係数の大きさによって定まるものであるから、減衰係数の小さいときに加速度振幅が大きくなり、条件によってはこの大きさが重力加速度よりも大になることがあり得る。

スラスト負荷において、玉軸受音圧が回転数の 6/5乗に比例する場合は、このような現象により衝撃現象が起こっているものとするのが妥当と思われる。

4. 保持器の衝撃音の理論

前章までの考察により、外輪を固くはめこまれた玉軸受の外輪回転による玉軸受音は、保持器の衝突音によるものであることを推察したが、そのためには玉軸受音圧と回転数との関係を衝突による振動音として説明することが残されている。本章では玉と保持器の衝突の相対速度が回転数に比例するものとして、玉と保持器または一般弾性体との衝突速度と、それによって生ずる音圧との関係を理論的に考察する。それゆえこの理論は玉と外輪との衝突音としても 3.2節の条件によって玉軸受音の回転特性を説明することができることを示している。

被衝突弾性体としては保持器は形が複雑であり、振動数および振動形の計算も容易でないので、便宜上、保持器衝突音の考察に簡単なモデルとして弾性棒を用いることにする。

いま弾性棒に鋼球が衝突した場合を考えると、棒の重心の速度変化と重心の周りの回転角速度による表面の動きによって音圧パルスが発生する。この現象はすでに明らかにされた鋼球の衝突音の場合と同じであるが²⁾、鋼球のように可聴周波領域に固有振動がない場合と異なり、低い固有振動数を持った保持器や棒の場合には、大量の衝突エネルギーが弾性変形エネルギーとなって弾性体内に蓄えられ、衝突後も自由弾性振動が減衰しないで残るので、音響エネルギー源として衝突中に生ずる音圧パルスと共に重要な因子となる。それゆえ、以下に音圧パルス

および衝突後の自由振動音について考察する。

4.1 衝突による加速度

図15に示すように、鋼球が弾性棒の平らな広い面に直角に衝突する場合を考える。球の質量を m_1 、棒の質量を m_2 、重心を通り紙面に垂直な軸の回りの慣性能率を I とする。はじめ棒が静止し、球が速度 v_1 で棒に垂直に衝突するとすれば、図に示すような空間座標を考えて、球の中心位置を $(x_1(t), y_1(t))$ 、棒の重心を原点 $(0, 0)$ とおき、衝突後のおおの重心の速度を v_1', v_2' および棒の回転の角速度を ω' とすると、運動量保存およびエネルギー保存則より次の関係が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} v_1 m_1 &= v_1' m_1 + v_2' m_2 \\ m_1 v_1 y_1 &= I \omega' + m_1 v_1' y_1 \\ m_1 v_1^2 &= m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 + \omega'^2 I \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

上式より

$$\left. \begin{aligned} \omega' &= \frac{2}{1 + \frac{I}{m_1 y_1^2} + \frac{I}{m_2 y_1^2}} \times \frac{v_1}{y_1} \\ v_2' &= \frac{2}{1 + \frac{m_2}{m_1} + \frac{1}{I} m_1 y_1^2} \times v_1 \\ v_1' &= \frac{\frac{m_1}{m_2} + \frac{m_1 y_1^2}{I} - 1}{\frac{m_1}{m_2} + \frac{m_1 y_1^2}{I} + 1} \times v_1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

衝突前の速度から衝突後の速度に移るまでの速度変化は衝突中に生じ、この現象は有限時間を必要とする。もしこの時間が衝突変形エネルギーの弾性体内伝播時間よりも長く、変形が準静的であると見なせる場合は、この時

図15 棒と鋼球の衝突

間をHertzの衝突理論を用いて計算することができる。一方この方法によって計算した値は後に示すように実験値とよく合うので、ここでは上述の仮定を使用することにする。

棒と鋼球との接点における変形量をもとすると、

$$F = k_2 \xi^{3/2} \quad (3^2)$$

ここで k_2 は材料と形より定まる定数であり、力 f を慣性力とおきかえると

$$d^2 \xi / dt^2 = -k_1 k_2 \xi^{3/2} \quad (3')$$

ここで、 $k_1 = (m_1 + m_2) / (m_1 m_2)$ であり、 m_1 を球の質量とすると m_2' は棒と鋼球との衝突において棒を鋼球同志の衝突と見なして計算した場合の等価質量というべきものとなる。鋼球同志の衝突の場合の v_1' は

$$v_1' = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \times v_1 = \frac{\frac{m_2}{m_1} - 1}{\frac{m_2}{m_1} + 1} \times v_1 \quad (4)$$

であるから式(2)中の第3式と比べ棒の等価質量について次の関係式が得られる。

$$\frac{m_2'}{m_1} = \frac{m_1}{m_2} + \frac{m_1 y_1^2}{I} \quad (5)$$

また、衝突の際の変形量の最大値 $\xi_{\max}$ および接触時間 T は

$$\xi_{\max} = \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{1}{k_1 k_2} \right)^{2/5} \cdot v^{4/5} \quad (6)$$

$$T = (2.94 \dots) \frac{\xi_{\max}}{v_1} \quad (7)$$

で与えられるから²⁾、棒の場合の等価質量 m_2' と、衝突面が平面であるという関係を用いて k_2 を計算し、 T を求めることができる。すなわち球同志の衝突で k_2 は

$$k_2 = \sqrt{\frac{16}{9\pi^2} \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \left(\frac{1}{2\phi} \right)^2} \quad (8)$$

で表わされ⁷⁾、球の半径 r_1 、板の曲率半径 $r_2 \rightarrow \infty$ としたときは

$$k_2 = \frac{2}{3\pi} \frac{(r_1)^{1/2}}{\phi} \quad (9)$$

$$\text{ここで } \phi = (1 - \nu^2) / \pi E \quad (10)$$

であり、 ν はポアソン比、 E はヤング率である。

それゆえ式(6)の、 k_1 、 k_2 を書きかえ式(7)に入れて整理すると、接触時間 T は次のようになる。

$$T = (2.94 \dots) v^{-1/5} \cdot \left(\frac{15}{8} \frac{1 - \nu^2}{E} \right)^{2/5} \left(\frac{1}{r_1} \right)^{1/5} \quad (11)$$

以上の事柄より、図15の y_1 点における棒の加速度は重心の加速度に棒の回転による加速度を加えたものであるから、この点における全加速度の衝突中の平均値 $\bar{a}_i$ は次のように書ける。

$$\bar{\alpha}_t = \frac{v_2'}{T} + \frac{y_1 \omega_1}{T} = 2 \left(\frac{1}{1 + \frac{I}{m_1 y_1^2} + \frac{I}{m_2 y_1^2}} + \frac{1}{1 + \frac{m_1}{m_2} + \frac{m_2 y_1^2}{I}} \right) \frac{v_1}{T} \quad (12)$$

式(11)より T は $v^{-1/5}$ に比例するから、次式が成立する。

$$\bar{\alpha}_t \propto v^{6/5} \quad (13)$$

衝突音圧は近似的に物体表面の加速度に比例すると考えられるから²⁾、棒と鋼球との衝突の際の棒の動きによる衝突音も、衝突速度の 6/5 乗に比例することになる。

4. 2 衝突による棒の自由弾性振動

衝突音を考える場合、鋼球は一般的に固有振動数が高いため自由振動音は問題として取り上げる必要がなかった。しかし一般の弾性体では固有振動数を可聴領域にもつものが多く、しかもその自由振動音エネルギーは衝突音の大きな部分を占めている。このような場合には、衝突後の自由振動によって発生する音響にも注目し、その性質を明らかにしなければならない。

この音響性質は結局弾性体すなわち棒の弾性振動に支配され、それは衝突の際の初期条件および境界条件によって大きな影響を受ける。この条件は大別して、衝撃位置、支持方法および衝撃時間の三つの要素にわけられる。

以下に保持器衝撃音の性質を推察するための基礎実験に用いた条件を考慮しつつ棒の衝撃による振動特性を理論的に考察する。

4. 3 衝撃位置と自由振動形

4.1 節では衝突による変形が準静的であると考える簡単な仮定のもとに衝突中の現象を解いたのであるが、実際には衝突後も棒に弾性変形のエネルギーが残り、これが自由振動を持続させるので、本節では後に示す実験条件に合わせ、鋼球を棒の中央に衝突させた場合の棒の振動形について考察する。

図16に示すような弾性棒の中央に鋼球が衝突するとする。これは図15の $y_1=0$ に相当する。実験では棒の両端を糸で吊すので境界条件は両端自由と考える。衝突によって曲げ運動が起こるが、この運動方程式は減衰および回転のエネルギーを無視すると、曲げの変位を $w(x, t)$ 、 k を断面慣性半径、 ρ を弾性棒の単位長さ当りの密度として次式が成立する。

$$Ek^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = -\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (14)$$

いま変位 w が角周波数 ω_n の正弦運動をするとし

$$w = w_n e^{i\omega_n t} \quad (15)$$

とすると式(14)は時間的変化を除いて

$$\frac{d^4 w_n}{dx^4} = m_n^4 w_n \quad (16)$$

図16 中心衝突

となる。

ただし、

$$m_n^4 = \frac{\rho \omega_n^2}{Ek^2} \quad (17)$$

ここで両端自由の場合の特性函数を棒の長さを l として次のようにおくことができる。

$$\varphi_n(x) = \frac{w_n}{w_{on}} = \cos m_n x + \cosh m_n x + \frac{\sin m_n l + \sinh m_n l}{\cos m_n l - \cosh m_n l} (\sin m_n x + \sinh m_n x) \quad (18)$$

ただし w_{on} は、

$$\int_0^l [\varphi_n(x)]^2 dx = l \quad (19)$$

の条件を満たすように定めるものとする。このようにして式(14)の解を求めると

$$w = \sum w_n(x) (b_n \cos \omega_n t + c_n \sin \omega_n t) \quad (20)$$

とかけ、 b_n 、 c_n は初期条件より定まる。 $t=0$ で $w=0$ から

$$b_n = -\frac{\int_0^l w \cdot w_n dx}{\int_0^l w_n^2 dx} = 0 \quad (21)$$

c_n は式(19)を時間微分して $t=0$ における速度分布から求められる。いま、棒の中央を瞬間的に衝撃するとしてその分布 $v(x)$ を、 $x=l/2$ でのみ速度成分をもち他の部分では速度成分をもたないが、全運動量は $U = \int_0^l \rho v dx = \rho \int_0^l v dx$ で与えられるようなものを考えると、

$$c_n = \frac{\int_0^l v w_n dx}{\omega_n \int_0^l w_n^2 dx} = \frac{w_n \left(\frac{l}{2} \right) \int_0^l v dx}{\omega_n l w_{on}^2} = \frac{\varphi_n \left(\frac{l}{2} \right)}{\omega_n w_{on}} \cdot \frac{U}{\rho} \quad (22)$$

上式で ω_n は棒の両端の境界条件から定まるが、これらの条件を用いて $\varphi_n\left(\frac{l}{2}\right)$ を計算すると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_n\left(\frac{l}{2}\right) &\neq 0, & n: \text{奇数のとき} \\ \varphi_n\left(\frac{l}{2}\right) &= 0, & n: \text{偶数のとき} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

すなわち、中央に衝撃を与えられた棒の自由弾性振動は偶数次成分を含まない。それゆえ変位加速度 d^2w/dt^2 およびそれに対応する音圧成分も偶数次成分を含まないことがわかる。

一方奇数次振動成分の大きさについては、上述の仮定が正確であるときには c_n を ω_n 、 ω_{0n} および $\varphi_n(l/2)$ の値より計算できるわけであるが、近似の程度から考えて意味が薄いと思われるので、次節に衝突時間をも考慮に入れたより実際的な方法を述べる。

4. 4 衝撃時間と振動振幅に対する考察

次に振動の大きさについて考察する。前節の振動形の計算の場合は棒の各部において単位衝撃函数的初期速度分布を仮定したが、これはきわめて短い時間に棒の中央に運動量を与えたことに相当する。しかるに衝撃音圧評価の基礎としての振動加速度の大きさは衝突時間に左右されるから、加速度計算のためにはこの時間を考慮した式(14)の解を導かなければならない。

しかるに弾性体の振動に関するこのような問題の解を得ることは一般に困難であるので、われわれは棒の振動特性を考慮して、衝突時間の影響を入れた比較的簡単なモデルを作り、それによって衝突時間に対する加速度変化を考察した。

前節の議論より、棒は w_n なる多くの振動形をとり得る。いま、外力が衝撃的でなく定常正弦的に加わった場合を考えれば、外力の強制周波数を ω とし、単位長さ当りの外力を $P(x)$ とし、

$$Ek^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P(x)e^{j\omega t} \quad (24)$$

と書くことができ、この特解は前節の条件を用いれば

$$w(x, t) = \sum \varphi_n(x) \frac{\int_0^l P(x) \varphi_n(x) dx}{(\omega_n^2 - \omega^2)M} e^{j\omega t} \quad (25)$$

$$w_n = \frac{\int_0^l P(x) \varphi_n(x) dx}{(\omega_n^2 - \omega^2)M} = \frac{F_0(x)}{(\omega_n^2 - \omega^2)M} \quad (25')$$

とかける⁸⁾。ここで M は棒の質量である。

$P(x)$ は $x = \frac{l}{2}$ の点のみに作用すると考えると、前節の c_n を求めたときと同様にして、 $F_0 = \int_0^l P(x) \varphi_n(x) dx = \varphi_n\left(\frac{l}{2}\right) \int_0^l P(x) dx$ とかける。そして $\varphi_1\left(\frac{l}{2}\right) = 1.26$ 、 n が 2 以上では $\varphi_n\left(\frac{l}{2}\right) = 1.41$ となるが、以後の計算は $F_0 =$

const. とみなして行なうことにする。

この式より弾性棒の曲げ強制振動は各基準振動形に対応した 1 自由度振動系のおおのに強制力が加えられて生ずる応答振動の和として表わされることがわかる。

それゆえ、ここで有限時間幅をもった衝撃が与えられる場合にも定常応答の場合のように棒が各振動形および固有振動をもった 1 自由度の系の集りと見なせると仮定する。

すると、式(24)および(25)を考慮して、質量 M 、ばね定数 k_n をもった減衰のない n 次振動系に対する式が次のようにかかる。

$$M \left(\frac{d^2 w_n}{dt^2} \right) + k_n w_n = F(t) \quad (26)$$

一方 $F(t)$ の形は弾性衝突の式および実験結果の両方から正弦半周期波形で近似できることが知られているから⁹⁾、接触時間、すなわち力のかかっている時間 T を

$$T = \frac{\pi}{\omega} \quad (27)$$

として次のように書く。

$$F(t) = \begin{cases} F_0 \sin \omega t & 0 \leq \omega t \leq \pi \\ 0 & t < 0, \omega t > \pi \end{cases} \quad (28)$$

式(27)および(28)より接触中の一般解は $k_n/M = \omega_n^2$ として

$$w_n = \frac{F_0}{k_n} \frac{\omega_n}{\omega_n^2 - \omega^2} (\omega_n \sin \omega t - \omega \sin \omega_n t), \quad \omega_n \neq \omega \quad (29)$$

$\eta = \omega/\omega_n$ とおくと上式は

$$w_n = \frac{F_0}{k_n} \frac{1}{1 - \eta^2} (\sin \eta \omega_n t - \eta \sin \omega t), \quad \eta \neq 1 \quad (30)$$

$$w_n = \frac{1}{2} \frac{F_0}{k_n} (\sin \omega t - \omega t \cos \omega t), \quad \eta = 1 \quad (31)$$

一方衝撃力は $\omega t = \pi$ なる時刻で $F(t) = 0$ となり、その後は自由振動となる。それゆえ式(30)および(31)をこの時刻で自由振動解につなぎその解を w_{nf} とすると、次のようになる。

$$w_{nf} = -\frac{F_0}{k_n} \frac{\eta}{1 - \eta^2} \left\{ \sin \frac{\omega_n}{\omega} \pi \cdot \cos \omega_n t + \left(1 + \cos \frac{\omega_n}{\omega} \pi \right) \sin \omega t \right\}, \quad \eta \neq 1 \quad (32)$$

$$w_{nf} = -\frac{\pi F_0}{2k_n} \cos \omega_n t, \quad \eta = 1 \quad (33)$$

$$\therefore |w_{nf}| = \sqrt{2} \frac{F_0}{k_n} \frac{\eta}{1 - \eta^2} \sqrt{1 + \cos \frac{\pi}{\eta}}, \quad \eta \neq 1 \quad (34)$$

$$|w_{nf}| = \frac{\pi F_0}{2k_n}, \quad \eta = 1 \quad (35)$$

$$\left| \frac{d^2 w_{nf}}{dt^2} \right| = \frac{\sqrt{2} F_0}{M} \frac{\eta}{1 - \eta^2} \sqrt{1 + \cos \frac{\pi}{\eta}} = \frac{F_0}{M} H(\eta) \quad (36)$$

$$\left| \frac{d^2 w_{nf}}{dt^2} \right| = \frac{\pi F_0}{2M}, \quad \eta = 1 \quad (37)$$

図17 衝突時間に対する自由振動加速度（音圧放射）特性

式(9)および(10)より衝突時間 $T = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{\omega_0} \frac{1}{\eta}$ と加速度の大きさの関係を、衝突時間の代わりに η を用いて図示すると図17のようになる。

すなわち、衝突によって生ずる振動成分は衝突時間によってその大きさが異なることが結論される。また鋼球が棒に衝突した後の自由振動によるふくしゃ音は棒表面の振動加速度に比例すると考えられるが、加速度を表わす式(9)は F_0 なる量に比例している。この量は衝突時の力のピーク値であり、この大きさは衝突物体の加速度に比例する量であるが、この量は、すでに式(13)で与えられるように、衝突速度の $6/5$ 乗に比例する。それゆえここで計算された棒の自由振動加速度およびそれによって生ずる音圧も、衝突速度の $6/5$ 乗に比例することになる。

5. 弾性体の衝突音の測定

前章の理論は玉軸受音が衝突音である場合に現われる特性の説明に用いる理論であるが、これには多くの近似が用いられている。本章ではこれらの理論が実験と一致する程度、言い換えると玉軸受音響特性を衝突音として説明できる可能性の程度について吟味を行なった。

5.1 実験装置

装置は鋼球の衝突音実験²⁾の場合と同じであるが、高い周波数成分を調べる際にはコンデンサマイクロホンを用いた音圧計(ブリュエル&ケア社製4133および2604)を使用した。

また試料を吊す枠を前より強くしてデータのばらつきを少なくした。実験の原理図を図18に示す。被衝撃棒として $10 \times 30 \times 100$ mmの軟鋼板(235 g)を研削仕上し、横に長くして両端を糸で吊し、種々の大きさの軸受用鋼球を棒の中央に衝突させ衝突音を測定した。棒は表面焼入

図18 棒の衝撃音実験装置

表2 試料定数

(a)

被衝突試料 (軟鋼)	大きさ (cm)	質量 (g)	固有振動数 (kc/s)		
			1次	2次	3次
	$1 \times 3 \times 10$	235	5.35	14.7	28.9

(b)

鋼球径 (inch)	$1 \frac{7}{8}$	$1 \frac{3}{16}$	$\frac{25}{32}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{3}{8}$
半径 (cm)	2.38	1.50	0.99	0.72	0.48
質量 (g)	450	115	40	12.5	3.7

れしたものと同じでないものの両者を用いたが結果値には変化を見出さなかった。試料についての値を表2に示す。

5.2 衝突時間

衝撃力をチタン酸バリウム磁器とオシロスコープでしらべると鋼球の場合と同じ形になり²⁾、前章の近似式(9)が当てはまることがわかる。次に接触時間を電氣的導通方法で測定し、衝突速度に対する変化をしらべた。これを図19に示す。またこれらの値を式(1)の計算値と比較すると、 $\nu = 0.28$, $E = 215 \times 10^3 \text{ kg/mm}^2$ を用いて表3に示

図19 軟鋼 (1×3×10cm) と鋼球との衝突時間

左の縦軸 η は図17の横軸に相当し、添字は板の曲げ振動の次数を示す。

表3 衝突時間

衝突速度 cm/sec	鋼球径 inch 時間 sec μ	17/8	13/16	25/32	9/16	3/8
		計算値	実測値	計算値	実測値	計算値
25	計算値	143	117	93	65	44
	実測値	218	140	94	69	49
45	計算値	128	106	83	58	39
	実測値	195	108	78	61	41

す値となる。これより衝突現象は $17/8''\phi$ の場合を除いては Hertz の弾性衝突理論が満足されていると見なせる。

5. 3 衝突音圧波形および周波数成分

衝突音をマイクロホンで受け、シンクロスコープ上に表わすと図20(a)~(e)となる。図中(a)(b)では基本振動形に対応する周波数約5000 c/s が現われるが(c)では衝突時間が短いため、理論で結論されたように、第3次振動による25000 c/s のみが現われている。また2次振動の周波数が現われないこともわかる。

衝突速度が増大し、衝突時間が短くなると、低速では5000 c/s のみしか現われなかった鋼球の衝突についても(d)および(e)に示すように3次の振動数成分が現われる。この場合音圧波形は2つの振動数成分による合成波形のために複雑な変化をし、衝突ごとに変化する程度が大となる。以上の事実は衝突時間によって自由振動の成分周波数に違いがあらわれるということを明らかにしてい

る。

一方接触時間の測定値と振動波形成分量を比較してみると、これらの間の値は理論値(図18)と定量的には一致していない。この違いは弾性体のモデルを単純化して、各振動形間の結びつきを無視し、初期条件の与え方を一様にしたことなどが原因であるので、もし更に理論値を実験値に近づけるためにはモデルをより実際に近いものにしなければならない。

5. 4 衝突音圧

衝突音圧波形は図20に示すように衝突時のパルスと、後につづくゆるやかに減衰する振動音圧から成り立っていることがわかる。理論では減衰を無視しているが、周波数が大になるほど減衰が大きいことがわかる。

パルス音圧は棒の重心および回転運動によるものであり、振動波形は自由弾性振動によるものである。パルス音圧の大きさを衝突速度に対して、写真波形の読みとりからしらべると、衝突速度が増すとともに増加し、衝突速度のほぼ6/5乗に比例している。これを図21に黒丸で示す。この傾向は鋼球の衝突実験の場合と同じであり、前章で理論的に結論されたことを実際に示している。

一方この棒の衝撃音エネルギーに注目すれば、パルス音の占める割合は小さく、その後につづく自由振動音が大部分を占めている。それゆえ弾性体あるいは玉軸受の保持器音を考える場合には、自由振動音の性質が重要である。

自由振動音の大きさを比較する場合、理論では考慮しなかった減衰が現われているので、便宜上パルスの立上

図20 衝撃音圧波形

がりから一定時間 (たとえば 1 msec または 2 msec) 後の写真記録上の片振幅を読み, これを自由振動音圧の大きさとした。衝突速度に対するこの値を図20に白丸で示してある。

たとえば $\frac{3}{8}''\phi$ の鋼球を衝突させた場合, 衝突条件を一定にすることの困難さからの測定値のばらつきがあらわれているが, 各衝突速度における測定点の最大値に注目すれば, この傾向は前述のピーク値と同じ傾向を示しており, 理論ともあっている。

$1\frac{3}{16}''\phi$ の鋼球の衝突においては, 衝突速度 90cm/sec

以上で理論の傾向をはなれる。これは音圧波形からも明らかに, 衝突時間が短くなったために試料棒の振動に高次成分が現われ, 基本波と干渉を起こしたことに原因している。

$1\frac{7}{8}''\phi$ の場合は, 衝突速度の小さいところで干渉の現象があらわれている。この場合の理論とのずれは衝突時間も理論値よりは大きくなっているので Hertz の衝突理論との不一致も考慮する必要がある。

以上の事実から, 弾性体に鋼球を衝突させた後の自由振動音圧は, 現われる振動形が衝突場所によって制限さ

図21 軟鋼 (1×3×10cm) と鋼球との衝突による音圧と衝突速度の関係。

ただし、●：立上がりピーク音圧，○：自由振動音圧 (片振幅)

れると同時に、衝突時間によっても振動数、すなわち振動形が選択されて現われることが明らかとなった。また衝撃を受けた場合と同じ振動形が保たれて振動するような場合には音圧振幅は衝突速度の $6/5$ 乗に比例することが確かめられた。

それゆえ、玉軸受音が保持器と玉、または外輪と玉との衝突に原因しているとし、玉が保持器等に衝突する速度が回転数に比例するとすれば、本実験における音圧対回転数の特性を玉軸受部品の衝突によるものとして説明できることになる。

6. 結 論

以上を要約すると、本論文では、玉軸受音の性質をしらべ、次にその結果を参考にして簡単な形の弾性体に対する衝突音の特性を明らかにし、玉軸受音が衝突音であることを示した。

ラジアル玉軸受6206をフライホイールに固くはめ、純ラジアル負荷、外輪回転の条件で次の結論を得る。

1. 玉軸受音圧は回転数と共に増大する。
2. 低回転速度では、音圧は回転数の $6/5$ 乗に比例するが、回転速度が大になり、部品の運動が複雑に

なるとこの傾向からはずれる。

3. この性質は、玉と保持器の相対衝突速度が、回転数に比例すると仮定し、弾性体の衝突音の性質を考慮すれば、玉軸受音が玉と保持器の衝突音であるとして説明できる。

また簡単な形の弾性体について衝突音をしらべ次の結論を得た。

4. 鋼球を軟鋼棒に衝突させると、はじめに棒の併進および回転運動に応じた音圧パルスがでて、その後に棒の弾性自由振動による振動音圧がつづく。
5. 棒の自由振動音の周波数は、多くの固有振動数のうちから、鋼球の棒に対する衝突位置、および衝突時間との関係によって定められる。
6. 音圧パルスの大きさは、衝突現象が Hertz の理論で説明できる場合、衝突速度の $6/5$ 乗に比例し、一方自由振動音圧の大きさも棒の振動形が衝突速度に対して変化しないときは、衝突速度の $6/5$ 乗に比例する。

謝 辞

本研究を進めるに当って実験に多大のご協力をして下

された現明石製作所下村玄氏ならびに種々の有益な助言を下された東京大学助教授神保泰雄氏および故鈴木正治氏に厚くお礼申し上げます。

(1964, 1月14日受付)

文 献

- 1) G. Lohmann: Konstruktion, Bd. 5, (1953), Hft. 2, S.38 u. Hft.3, S. 85.
伊藤制儀: 別冊マシナリー, 5巻, (昭和33年7月)89頁
五十嵐昭男: 日本機械学会論文集, 25巻158号, 1018

- 頁および27巻178号96頁など.
- 2) 精密機械, 28巻43号, (1962)220頁
 - 3) 日本機械学会講演会(前刷)昭和32年4月講演番号505
 - 4) 井沢; 科学研究所報告, vol. 31, No. 3 (May 1955) 203~213頁.
 - 5) 鈴木; 日本機械学会誌, vol. 58, No.432(Jan. 1955) 50~54頁.
 - 6) 文献1)の伊藤: マシナリー, vol. 5(昭和33年7月)89頁.
 - 7) A. E. H. Love: Mathematical Theory of Elasticity. 4th ed, Cambridge Press, P. 200.
 - 8) たとえば早坂: 音響振動論, コロナ社, 86頁.

—表紙写真説明—

精密万能表面形状測定機

SE-3 型

最近, 工業界の各分野において表面アラサに対する認識が深まるにつれ, 従来のいわゆるアラサだけを対象とするアラサ測定機では不満を感じる向きが多くなってきた。たとえば滑り面や嵌合部では, アラサ以上に面のウネリが重要なファクタとしてクローズアップされてくるが, この種の要求を満足させる測定機としては, 光挺子式のものを除いて高価な外国製品以外入手できなかった。昨春, 本SE-3型が初の国産機として発表されるや, その優れた性能, 操作の容易さ, 手頃な価格などが各方面の人気を呼び, 好評を博している。

特 長

変位型ピックアップの開発により, 表面のアラサはもちろんウネリ, キズ, ダレ, 摩耗などあらゆる要素が, カットオフなしに忠実に記録できる。従来のアラサ専用機に比べて測定範囲もひろく, 記録図形は美しく正確である。

仕 様

1. 測定長さ	30mm まで任意
2. 測定範囲	ペン記録時の最大高さ 130 μ
中心線平均アラサ(積分値指示)
0.3, 1, 3, 10, 30 μ Ha Full
Scale
3. 真直度測定精度	0.2 μ /30mm
4. 測定倍率	縦 300, 1000, 3000, 10000, 30000
横 10, 100
5. カットオフ	0.08, 0.25, 0.8mm および無限大
6. 測定速度	ペン記録測定時 0.2mm/sec
平均アラサ測定時 2.0mm/sec
7. 触針先端半径	5 μ
8. 測定圧	0.4gr 以下
9. 記録幅	40mm

製 造 品 目

アラサメータシリーズ/大型座標測定機-工具顕微鏡シリーズ/オプチカルベンチ/干渉計/特殊光学機器/電気マイクロメータ

株式会社 小坂研究所

本社・金町工場 東京都葛飾区水元小合町 電話 東京 (607) 1186 (代)
三郷工場 埼玉県北葛飾郡三郷村 電話 葛飾三郷局 338, 345