玩具の歩きの機構*

酒 井 高 男**

A Study on Toys Which Go on Foot

Takao SAKAI

Toys on the market which go on foot are usually nothing but a miniature copy of machines. And so they have little or no appeal to those who have gone far beyond the mechanical principles involved in those toys.

The toys the author presents here should challenge your curiosity because of their design. The reason is that kinematic chains to which the toys belong have more than two degrees of freedom of motion which does not prevent them from moving as if they have only one.

This phenomenon seems to inform us that a machine can be free from the condition known as "Zwanglauf".

In this paper the author treats the following articles:

1. Introduction, 2. Fundamental concept, 3. Formation of feet, 4. Construction and 5. Conclusion.

1. 結 言

1.1 直接的動機

玩具は子供のよい遊び相手であるばかりでなく、成人にとってもよい救いであり、また新しい夢を育ててくれる。

最近市販されている玩具の多くは、動力を内蔵し、機構も複雑になって、成人であるわれわれを驚かすほどになってきた。しかしそれに対する筆者の不満は、それらの玩具のほとんどすべてが、成人の世界の各種機械の縮小されたものにすぎないという点にある。

どんな巧妙な機構をもつ玩具でも、その機構がわれわれの知識の範囲内のものであるならば、それはすでに陳腐なものとしてしか見られなくなる。その玩具の動きは全く当り前の動きであって、われわれはそこに何らの新しい期待をもつことはできない。

筆者は十数年前、図1のような坂をくだる木製の玩具を買う機会をえた。たった2個の部品から成り、質量の分配と曲線の選択に“かなめ”をおくこの玩具の動きの妙は、ひどく筆者の気に入った。しかし間もなく紛失してしまった。その後も注意はしているが、筆者の目には市販されていないように見える。図1も、全く想い出をたよりにした想像図である。

図 1

図 2

* 昭和40年3月東北支部講演会にて発表

** 正会員 東北大学工学部

最近プラモデルで 4 本足の玩具が売られている。図 2 の象はその 1 例である。図 2 の恐竜も象と一緒に買ったものであるが、2 本足の不確かさのために、すぐ転倒して用をなさなかった。しかし 4 本足が安定した歩きをするのは当然であって、歩きの面白さは 2 本足がまさる。

図 1 の形および図 2 の 2 本足の形、これら 2 種類の形の玩具の設計基準をえることを目的として着手したのが本研究の直接的動機である。

1.2 間接的動機

機構学は古い学問である。そしてもはや大局は完成されたかに見える。

機構学で扱う対象は、いうまでもなく、抵抗をもつ物体の組合わせであって、それら物体間の運動が限定されているものである。限定された運動とは、計算機構などで入力が 2 個あるいはそれ以上ある場合を除き、総じて自由度が 1 なる運動である。ドイツ語で機構学のことを、Zwanglauflehre という場合もあるが、これはこの間の事情をよくいい表わしていると思う。

さて運動連鎖のもつ自由度 F は、リンクの総数を N 、自由度 i なる対偶の数を P_i とするとき、平面運動の場合には、

$$F=3(N-1)-\Sigma(3-i)P_i \quad (1)$$

空間運動の場合には、

$$F=6(N-1)-\Sigma(6-i)P_i \quad (2)$$

となる。(1)および(2)のなかに表われている 3 および 6 という数は、それぞれ平面運動および空間運動をしている剛体のもつ運動の自由度である。それゆえ右辺第 2 項は各種の全対偶によってなされる拘束度の総数を表わしている。右辺第 1 項は、総数 N 個のリンクから成る連鎖のうち 1 個のリンクは固定して考えるから、 $N-1$ 個のリンクがばらばらの状態にあると仮定した場合の各リンクのもつ自由度の総数である。

運動連鎖が機構となりうるためには、それらのリンク

間の相対運動が確定しなければならない。すなわち特別な場合を除き、(1)、(2)の F は 1 でなければならない。

よって平面運動機構となるためには、(1)において $F=1$ とおき、

$$3N-\Sigma(3-i)P_i=4 \quad (3)$$

また空間運動機構となるためには、(2)において $F=1$ とおき、

$$6N-\Sigma(6-i)P_i=7 \quad (4)$$

平面運動の場合に考えられる対偶は、 $i=1$ なる低次対偶と、 $i=2$ なる高次対偶の 2 種類である。よって、(1)は、

$$F=3(N-1)-2P_1-P_2 \quad (5)$$

となる。

普通考えられている N の最小値は 3 である。平面運動機構についていえば、たとえば図 3 の(a)のごときカム機構がそれに当る。この場合、 $P_1=2$ 、 $P_2=1$ である。よって、(5)より $F=1$ となり、機構成立の条件を満足する。

いま $N=3$ で、 $P_1=1$ 、 $P_2=2$ とすると、たとえば図 3 の(b)のごとき連鎖をえる。

また $N=4$ で、 $P_1=2$ 、 $P_2=2$ とすると、たとえば図 3 の(c)のごとき連鎖をえる。

(b)の組合せについていえば、(5)より $F=2$ となる。

(c)の組合せについていえば、(5)より $F=3$ となる。

いずれも自由度が多すぎるため、機構成立の条件からはずれる。

こうした自由度過剰の物体の組合わせであっても、そこに作用する力との関係において、比較的に確実な運動を行なわせえないであろうか。もしできるならば、従来機構としては成立しないと考えられていたものに、機構としての意味が発見されることになる。そしてこれは機械設計法に対しても新しい考え方を提供することにもなる。

図 3

図 4

図 5

筆者は、物体のある種の組合わせに対して、最も自然な動きは何であるかということを知ることにより、機械が Zwanglauf の状態から少しでも解放されることを願っている。

こうした学問上の夢が本研究の間接的動機である。

筆者の研究における現段階では、特定の機械を対象とするのではなく、身近かにあって製作も容易な玩具を取り上げるのが適当であると考えた。そして自由度過剰な物体の組合わせに対して、重力だけの作用により一定の周期的運動を生じさせることにした。

今回は、既述した2つの形の設計基準をえることと、4つ足の自然並足の歩きを行なう玩具をえることをもって目的とした。

2. 基本構想

歩くという現象を“安定”と“不安定”の間にある現象としてとらえる。動力としては重力を利用し、斜面をくだる玩具を取上げる。完全に安定な例として、図4の(a)があげられる。完全に不安定な例として図4の(c)があげられる。これらの中間的存在として、動きがゆるされてしかも安定な例として図4の(b)があげられる。

歩きとは、左右の足、あるいは前後の足、さらに4つ足等相互の足の間で、動作が往復する現象である。すなわち一種の振動である。

半円筒状物体を軸を水平にして、摩擦力の作用する斜面に静かにおくと、半円筒はその重心Gが斜面との接触点Pの鉛直上方に位置しておちつく。

さて図5において、半円筒の軸をMとする。半円筒と斜面との接触点Pが、M Gの延長線と円筒面との交点O'に重なったときを基準にして、O'に対応する斜面上の点Oを原点として、斜面に垂直上方にx軸を定め、斜面にそって降下する方向にy軸を定める。

斜面の傾き角を α とし、 $\angle O'MP$ を θ とする。また円筒の半径を a とし、重心の位置を $MG=e$ で表わす。半円筒の質量を m とする。半円筒に働く力は、重心Gに鉛直下方に重力 mg 、斜面との接触点Pにおいて斜面に垂直に垂直抵抗力 N 、斜面に平行に摩擦力 F が作用する。 N の方向は x 方向である。 F の方向は一応図のように y の方向と考える。問題を簡単にするために、円筒と斜面の間にすべりはしないものとする。したがって重心Gの軌跡はトロコイド曲線となる。その方程式は図を参照して、

$$x = a - e \cos \theta \quad (6)$$

$$y = a\theta - e \sin \theta \quad (7)$$

つぎに重心およびそのまわりの運動方程式をたてると、

$$m\ddot{x} = N - mg \cos \alpha \quad (8)$$

$$m\ddot{y} = -F + mg \sin \alpha \quad (9)$$

$$I_G \ddot{\theta} = Fx - Ne \sin \theta \quad (10)$$

ただし I_G は重心のまわりの慣性モーメントとする。

(6), (7)を(8), (9)へ代入し、さらに(8), (9), (10)から N, F を消去すると、

$$\{I_G + m(a^2 + e^2 - 2aec \cos \theta)\} \ddot{\theta} = -mae \sin \theta \dot{\theta}^2 - mge \times \sin(\alpha + \theta) + mg a \sin \alpha \quad (11)$$

つりあいの位置においては、(11)の $\ddot{\theta}$ および $\dot{\theta}$ がともに0になりうる。よってこのときの θ を θ_0 とかくと、

$$a \sin \alpha = e \sin(\alpha + \theta_0) \quad (12)$$

$\theta = \theta_0$ を中心とした微小振幅の振動を考えて、

$$\theta = \theta_0 + \phi \quad (13)$$

とおくと、(11)より、高次の微小量を無視して、

$$\{I_G + m(a^2 + e^2 - 2aec \cos \theta_0)\} \ddot{\phi} = -mge \phi \cos(\alpha + \theta_0) \quad (14)$$

をえる。スタイナの公式より

$$I_G = \frac{1}{2}ma^2 - me^2 \quad (15)$$

を代入し、(14)の振動方程式より、その振動の周期 T を求めると、

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{3a^2 - 4ae\cos\theta_0}{2ge\cos(\alpha + \theta_0)}} \quad (16)$$

しかるに、 e と a の間には、

$$e = \frac{4}{3\pi}a \quad (17)$$

が成立するので、(16)は、

$$T = \pi \sqrt{\frac{a}{g}} \sqrt{\frac{9\pi - 16\cos\theta_0}{2\cos(\alpha + \theta_0)}} \quad (18)$$

以上の計算においては、微小振幅の振動という仮定のほかに、減衰を零と仮定している。実際には、この振動は間もなく減衰して消滅してしまう。もしこの振動系の中にエネルギー補給の細工をすることができれば、振動を持続させることができる。

図6は円筒面の一部に切欠きを円筒面と同心に与え、ローラ（実際には銅管を針金でつるした）を収めたものである。こうすることにより、振動の1サイクルのある期間、上述の理論における F の値が零に近くなることになる。すなわちローラが斜面と円筒との間にはさまれている間、ローラはころがるので、摩擦力 F は著しく減少したことに相当する。そのため半円筒は斜面をすべりおり、振動の中心点もそれだけ降下することになる。この降下によって減少した位置のエネルギーが、運動のエネルギーとなって半円筒の振動を刺激し、これが半円筒の運動にともなって消耗する各種の減衰エネルギーを補うのである。

ある種の周期的現象に、斜面降下によるエネルギーを補給するという基本構想が定まると、玩具にしようとしている動物の形に応じて、さまざまな振動体が考えられ

図 6

る。

図7は、門形の構造物が斜面の上におかれている様子を示すものとする。足Bが斜面に衝突する前後のことを問題にする。

衝突直前にA点のまわりにもっていた時計方向の角速度を ω_a 、衝突直後にB点のまわりにもつ角速度を ω_b とする。斜面からの重心Gの高さを h とし、斜面にそってはいったA、BからGまでの距離を図のごとくそれぞれ a および b とする。A点、B点における衝突にすべりがともなわぬものとするれば、Gの軌跡に着目して、 $\overline{AG}$ 、 $\overline{BG}$ が鉛直線となす角を等しくするのが有利と考えられる。図7ではこの角をとともに θ にとっている。この場合、図からすぐわかるように、 α を斜面の傾き角として、

$$a = h \tan(\theta + \alpha) \quad (19)$$

$$b = h \tan(\theta - \alpha) \quad (20)$$

となる。

さて足Bが斜面に衝突した瞬間に、斜面が足Bに与える撃力を、図示したように $\bar{N}$ および $\bar{F}$ とする。

図5と同様に x 、 y 直角座標軸を定める。衝突直前に重心のもっていた速度は、それぞれ x 方向 y 方向に、

$$\dot{x} = -\omega_a a \quad \text{および} \quad \dot{y} = -\omega_a h$$

である。また衝突直後にはこれらの値がそれぞれ、

$$\dot{x} = \omega_b b \quad \text{および} \quad \dot{y} = -\omega_b h$$

となる。こうした変化が撃力 $\bar{N}$ 、 $\bar{F}$ によって生じたのであるから、物体の質量を m として、

$$m(\omega_b b + \omega_a a) = \bar{N} \quad (21)$$

$$m(-\omega_b h + \omega_a h) = \bar{F} \quad (22)$$

さらに重心のまわりの慣性能率を $I_G = mk^2$ とにおいて、

$$mk^2(\omega_b - \omega_a) = \bar{F}h - \bar{N}b \quad (23)$$

(21), (22), (23)より $\bar{N}$ および $\bar{F}$ を消去して、

$$\frac{\omega_b}{\omega_a} = \frac{k^2 + h^2 - ab}{k^2 + h^2 + b^2} \quad (24)$$

図 7

つぎに点Bのまわりに反時計方向に ω_b' の角速度で回転してきたこの物体が、足Aの衝突により、点Aのまわりの ω_a' なる角速度に変化したものとすれば、前と同様に、

$$\frac{\omega_a'}{\omega_b'} = \frac{k^2 + h^2 - ab}{k^2 + h^2 + a^2} \quad (25)$$

いずれにしろ、衝突のたびに角速度は減少する。しかしその減少の割合を小さくすれば、この衝突の繰返しはしばらく持続する。そのためには、 a, b にくらべ k を

□ 8

図 9

図 10

大きくすればよい。 h を大きくすることは、斜面降下の玩具においては転倒するおそれが多いので不利である。しかし綱にぶらさがる形においては意味をもつ。

3. 足の形

図8の形の足の働きについて考える。実際の場合には現象はすべて動的になっているが、説明の都合上いまは静的に考える。図8の(a)は足が宙吊りになっているところを示す。この場合足の重心Gは足を支える点Sの鉛直

下方にくる。斜面に平行な直線が足の裏の曲線に接する点を P_1 とする。 P_1 は足がこのままの状態でも静かに斜面におろされた場合に、最初に斜面に接する点となる。図8の(b)は足の支点Sを介して、足の重さに対してはるかに重い胴体の荷重が、がっちりと足にかかり、しかもその状態で斜面上でつりあっているところを示す。この場合、足と斜面との接点を P_2 とすると、 P_2 はほとんどSの鉛直下方にくる。詳しくいえばいくらかGの側による。このように、足が宙吊りの状態から、足に全荷重が作用する状態に移る場合に、足は $\widehat{P_1P_2}$ の弧の分だけ斜面を降下することになる。

これが足の形について筆者の考えた基本構想である。この基本構想を満足するものであるならば、足の形は何も図8の形にとられる必要はない。

図9には筆者の試作した足のうち代表的な4種類が示されている。これらの足は、その形のためにセルフストップになっている。

もしストップを胴との関係において与えるならば、足の裏は曲線である必要はない。足の裏が点であっても、足のある微小角の回転のために、玩具は斜面降下が可能になる。そしてこの場合が、図7に述べた胴の基本構想に近い構造となる。この場合の足の働きを図10の(a)に示した。図10の(b)は、ストップをつけたために、足の裏の曲線を短くすることができ、一層動物の足の形に近づけた例を示す。

4. 総 合

足と胴との組合わせの仕方によってさまざまな場合が生ずる。振動の面が進行方向

に平行な場合を縦形といい、振動の面が進行方向にやや直角に近い場合を横形ということにする。4つ足の自然並足形はこれらのいずれとも関係する一番複雑な総合である。

4.1 縦形

図を見ればすぐわかるので説明は簡単にする。図11は図1の形の変種のいろいろである。図12はやや門形に近い構造をし、後足のみが動く形である。この後足はストップつきである。これら2図に示した玩具はすべて図3の(b)の場合に相当する。

図13は、図3の(c)に対応する玩具である。図13の(a)はセルフストップ形、(b)はストップつきの形、(c)はこれらの中間の形である。中間の形というわけは、ストップつきの点では(b)と同じであるが、足の裏が曲線からなり、斜面との間にわずかにすべりを許しうるのが(a)と同じだからである。(b)の場合には全くすべらないことが望ましい。筆者はそのために、ドリルロッド製の足の先をやすりで角ばらせ、斜面にはゴム製のデスクマットを使用した。

これらは門形の振動体を縦形へ利用したものである。

4.2 横形

門形の振動体を横形へ利用したものの例を図14および

図15に示す。図14は説明を要さない。この種の構造においては、左右の足が交互に斜面を降下するために、パーベル状の物体は進行方向の軸のまわりの振動だけでなく、鉛直軸のまわりの振動も同時に行なうことになる。このことは、門形の振動体を横形に利用する場合にすることはできない。図15の(a)は、足を長くしたための横倒れを防ぐため、足の裏に面積を与えたものである。足の裏の曲面は一応球面でよい。支点は球面の中心より足の裏に近いほどセルフストップの効果が大きくなる。

図15の(a)の構造が図2の恐竜に対する基本構造である。その急所は、進行方向の軸のまわりの慣性率だけでなく、鉛直軸のまわりの慣性率にも配慮をはらって、進行方向がたやすく変化しないようにすることである。図2の恐竜にはこの配慮が欠けているように思われる。

図15の(b)は(a)なる基本構想に立ち、これを人の形にまとめたものである。

4.3 自然並足形

図2の象は4つ足であるが、この構造では左右の足が前後ともそれぞれ平行的に動くので、4つ足の動物の歩きとしては不自然である。この不自然さを克服して自然

図 11

図 13

図 12

図 14

並足としたのが図16である。この玩具の基本構想は、門形の横形への利用において避けえない鉛直軸のまわりの振動を積極的に利用している点にある。そのために、後胴は尾と一体とし水平面とほぼ 45° の傾きを与えられている。こうすることによって、尾が右に振れると、細い胴の先端は左にふれることになる。前胴はこの細胴と低次対偶を与えられている。そして後胴の動きが全体の動きを支配できるように、図16の試作品においては、後胴の質量を前胴のそれに比し十分大きくとっている。足の形は、セルフストップの効果を大きくするために短くしてある。その他は図15の(a)と基本的に同じである。

要するに、図15の形の玩具を2個組合わせ、前後のそれが反対の動作をするように、質量分布にくふうをこらした構造になっている。質量分布は、ゴム粘土等を利用して、実物について調整するのが賢明である。

4.4 懸垂形

玩具用として用意される斜面の長さにはどうしても限度がある。もし針金を張りわたしてすむならば、その方が玩具用としては有利である。この目的で試作したのが懸垂形である。

図17は第4.1節に述べた縦形に当り、図18は第4.2節

に述べた横形に当る。ともに腕がL字形になっているため、腕の重心との関係により、胴体の重みのかからない側の腕が前倒れになる効果を用いている。この間の事情は原理的に図8の場合と同様である。

試作の結果によれば、図17の場合は針金を張っただけでよいが、図18のように2本の針金を張る場合には、荷重のかかる側の針金が沈みがちになるために、浮かせるべき手が針金から浮かなくなる可能性が大きい。この難をさけるためには、針金を2本用いる代りに、 $\sqcap$ 形の型材を使用するのがよい。

5. 結 言

直接的には歩きの面白い玩具をえるため、間接的には機構学で扱う対象の範囲をひろめるために、歩く玩具について考察し、その結果いくつかの玩具を試作して、一応満足すべき結果をえた。

この論文で扱っている玩具では、足あるいは手は、それぞれある瞬間斜面あるいは綱からはなれる。このような場合を含む運動連鎖のもつ自由度を、第1.2節で述べた式で計算してよいかどうかには疑問がある。しかし正確に自由度を論じえないにしても、ここに扱っている玩

図 15

図 17

図 16

図 18

具が多自由度の運動連鎖を形成していることには間違いない。

多自由度の運動連鎖の中に力を取り入れることにより、そこに一定の周期的運動を生じさせることの可能性について、本研究はある程度のヒントを与えていると考える。

本研究においては斜面あるいは斜めに張られた綱を用いて動力を与えている。もし動力を内蔵させ、重心位置の移動を玩具の系内で行なわせるならば、斜面降下の場合と同様な動きを玩具に与えることができる。この場合もおのおのの足は全く自由にされているわけであるから、現在市販されている大方の玩具の歩き方とは、当然趣き

のちがった、Zwanglauf から解放された歩き方を示す。これについての試作品もあるが、発表するだけの格別の意味があるとは思わないので省略する。

玩具を愛する同好の士を得て、ともに研究を重ね、輸出玩具に貢献できるようになってもよいし、また本研究が、機構学や機械設計の分野において、何らかの役割を果たすならば、どんなにうれしいことであろう。

この論文を、機構学についてさまざまな夢を与えてくれた東北大学名誉教授、現職業訓練大学校教授成瀬政男博士にまず捧げたい。

(1965, 7 月 21 日 受付)