歯車かみあい試験機の試作研究*

高 梨 三 郎** 高 橋 幸 吾**

On the New Type Gear Rolling Tester

Saburo TAKANASHI, Kogo TAKAHASHI,

When a pair of gears are in mesh, the transmission torque will vary due to the friction of the tooth flank. Through measuring, recording and analyzing of this torque variation, we shall be able to know the coefficient of friction of the tooth flank and the load distribution ratio. Furthermore if we use a gear with a true involute tooth profile for one gear, we can find tooth profile error of its mate gear. Making use of the method of measurement and analysis of torque variation, we have made a new type gear rolling tester. This tester can test the transmission efficiency of the gear and such defects as burrs and flaws of tooth flank in addition to the before mentioned tests. This report was also made on the results obtained by using this gear rolling tester to measure and analyze the torque variations in a few gears.

1. 緒 言

いままでの歯車かみあい試験機には片側歯面かみあい方式と両側歯面かみあい方式とがあり、前者は歯車の回転角度の誤差を測定し、後者は歯車の偏心、歯形誤差、ピッチ誤差などによって生ずる2つの歯車の軸間距離の変動を測定して歯車の良否を判定するのに使われてきた。

ここで述べる歯車かみあい試験機はやはり片側歯面かみあい方式であるが、前2者と異なり歯車のかみあい時におけるトルク変動を測定するものである。

一般に歯車の歯形は回転速度比が一定という条件から求められたもので、歯面の摩擦を考慮すると伝達トルクは変動する。各種の計測器とくに時計などに使われる歯車では、このトルク変動があまり大きいと性能に極めて悪い影響を及ぼす。この歯車かみあい試験機は計測器類に使われる歯車を対象として、かみあい時におけるトルク変動を測定記録させ、この記録結果から歯面の摩擦係数、伝達効率を求め、これによって歯面の仕上げ程度、バリ、キズなどの欠陥をしらべ、さらに試験歯車の一方に歯形の正しい歯車を使うと相手歯車の歯形がどのようになっているかを知ることができるものである。

2. トルク変動の理論的考察

図1に示すように1組の試験歯車を正しい軸間距離でかみ合わせ、一方の歯車軸のプーリに重錘Wをかけて

絶えず一定のトルクを与えておく。これを他方の歯車軸のプーリに巻きつけた細い針金を引張ってまわすと、引張る力 P は図2のように変動する。この図の山と山との間隔が1ピッチに相当する。そこでまずこのようなトルク変動の原因について考えてみる。歯車の歯面はトルクによってある力 P_n で互に押し合っている。この状態で歯車がまわると2つの歯面間にはすべりが起こり摩擦力が生ずる。図3はある瞬間に同時に2組の歯がかみ合っている状態を示した図である。2組の歯の接触点を図のようにG点、H点とする。G点、H点で全荷重 P_n を分担するのであるが、その分担する割合(以下ではこれを荷重分担率という)を β_1 、 β_2 とし、またG点、H点での歯面の摩擦係数を μ_1 、 μ_2 とする。いま O_1 歯車を矢の方向に静かにまわすとG点、H点には摩擦力 $\mu_1 \cdot \beta_1 \cdot P_n$ 、 $\mu_2 \cdot \beta_2 \cdot P_n$ がそれぞれ図に示す方向に働く。そこで O_1 軸、 O_2 軸についてつり合いを考えてみる。まず O_1 軸については

図1
トルク変動
の測定要領

図2
歯車のトル
ク変動測定
結果

* 昭和40年11月 精機学会秋季大会講演会にて発表

**正会員 東北大学科学計測研究所

図3 歯車のかみあい状態説明図

図4 軸受の摩擦力測定要領

$$P \cdot R + \mu_1 \cdot \beta_1 \cdot P_n \cdot \overline{I_1 G} - \mu_2 \cdot \beta_2 \cdot P_n \cdot \overline{I_1 H} - P_n \cdot R_{10} - F_1 \cdot R = 0 \quad (1)$$

となり、またO₂軸については

$$W \cdot R + \mu_1 \cdot \beta_1 \cdot P_n \cdot \overline{I_2 G} - \mu_2 \cdot \beta_2 \cdot P_n \cdot \overline{I_2 H} - P_n \cdot R_{20} + F_2 \cdot R = 0 \quad (2)$$

となる。ここでRはプーリの半径、R₁₀、R₂₀はO₁歯車、O₂歯車の基礎円半径、F₁、F₂はO₁軸、O₂軸の両端に取付けた軸受によって半径Rの外周に働く摩擦力である。(1)式と(2)式からP_nを消去して、PとWとの関係を求める、

$$P = \frac{R_{10} + \mu_2 \cdot \beta_2 \cdot \overline{I_1 H} - \mu_1 \cdot \beta_1 \cdot \overline{I_1 G}}{R_{20} + \mu_2 \cdot \beta_2 \cdot \overline{I_2 H} - \mu_1 \cdot \beta_1 \cdot \overline{I_2 G}} W + F_1 + \frac{R_{10} + \mu_2 \cdot \beta_2 \cdot \overline{I_1 H} - \mu_1 \cdot \beta_1 \cdot \overline{I_1 G}}{R_{20} + \mu_2 \cdot \beta_2 \cdot \overline{I_2 H} - \mu_1 \cdot \beta_1 \cdot \overline{I_2 G}} F_2 \quad (3)$$

となる。ここで軸受の摩擦による力F₁、F₂はつぎのような実験によって求めた。すなわち図4のようにO₁軸のプ

ーリに重錘Wをかけてこれを静かに引くと力を検知する要素(ここでは抵抗線歪ゲージを利用した要素を使った。これをUゲージという)にはW+F₁の力が働く。逆にUゲージを静かに戻すとW-F₁の力がUゲージに働く。そこでUゲージの読みの差が2・F₁となり、これからF₁を求めることができる。図4の下に示す線はUゲージからの出力をペン書きオシロに入れて書かせた線である。W+F₁の線とW-F₁の線との間の段が2・F₁であるが、この場合には軸受に極めて摩擦係数の小さいミニチュア球軸受を使ったので図のように段は極めて小さい。O₂軸の軸受についても同様であり、F₁、F₂を無視しても結果に大きな影響を及ぼさないと考えた。このようにF₁、F₂を無視すると(3)式はつぎのように簡単な式になる。

$$P = \frac{R_{10} + \mu_2 \cdot \beta_2 \cdot \overline{I_1 H} - \mu_1 \cdot \beta_1 \cdot \overline{I_1 G}}{R_{20} + \mu_2 \cdot \beta_2 \cdot \overline{I_2 H} - \mu_1 \cdot \beta_1 \cdot \overline{I_2 G}} W \quad (4)$$

以上はUゲージによって重錘Wを引張った場合であるが、逆に重錘Wによって歯車を逆転させた場合には摩擦力の方向が逆になりUゲージに働く力Pは次式になる。

$$P = \frac{R_{10} - \mu_2 \cdot \beta_2 \cdot \overline{I_1 H} + \mu_1 \cdot \beta_1 \cdot \overline{I_1 G}}{R_{20} - \mu_2 \cdot \beta_2 \cdot \overline{I_2 H} + \mu_1 \cdot \beta_1 \cdot \overline{I_2 G}} W \quad (5)$$

3. トルク変動の計算

前の(4)式を使って1例としてモジュール3、歯数34、圧力角20°の合成樹脂大歯車と、歯数27の鋼製研削小歯車とをかみ合せ、大歯車軸のプーリにW=200grをかけて周速0.45mm/sで小歯車を静かにまわした場合に、引張る力Pの変動を計算してみた。この計算に必要な歯面の摩擦係数については実験によって求めた。この実験では平面研削をした鋼の面上を半径18.5mmの半円形状の合成樹脂試験片をすべらせたものである。摩擦係数の測定結果を表1に示す。この表を見ると摩擦係数はすべり速度や歯面荷重によって僅かであるが影響を受ける。そこでいま前記の試験歯車を周速0.45mm/sでまわすと歯面のすべり速度は図5のように変化する。すなわちかみあい始めのG点では0.17mm/s程度、かみあいが進むにつれてすべり速度は小さくなり、ピッチ点Tでは0、さらにかみあいが進むとすべり方向が逆となり、次第に大

表1 平面研削した鋼と各種材料の摩擦係数(無潤滑)

すべり速度 歯面荷重	0.04mm/s			0.5mm/s			1.1mm/s		
	20gr	70gr	120gr	20gr	70gr	120gr	20gr	70gr	120gr
鋼-テフロン	0.076	0.072	0.070	0.098	0.092	0.076	0.116	0.094	0.086
鋼-グラファイトナイロン	0.256	0.226	0.196	0.296	0.284	0.274	0.296	0.294	0.290
鋼-ナイロン	0.262	0.254	0.254	0.298	0.294	0.288	0.300	0.298	0.290
鋼-紙基材ベークライト	0.266	0.256	0.254	0.312	0.306	0.298	0.326	0.314	0.290
鋼-布入ベークライト	0.284	0.262	0.256	0.332	0.306	0.300	0.338	0.314	0.300
鋼-鋼	0.344	0.344	0.342	0.356	0.344	0.334	0.356	0.346	0.340

図5 歯車歯面のすべり速度計算結果
(モジュール3, 歯数27と34, 圧力角 20° 周速0.45mm/s)

図7 トルク変動の計算結果
(摩擦係数一定 $\mu=0.139$ の場合)

きくなってH点では -0.17mm/s 程度となる。またピッチ点Tの近く($G'H'$ の範囲)では1歯かみあいであるが、その他は全て2歯かみあいである。このすべり速度と大歯車軸にかけた重錘 $W=200\text{gr}$ から歯面荷重を考慮して表1から摩擦係数を仮定し、1法線ピッチ($G'H'$)の範囲について引張る力 P を計算した。その結果を図6に示す。同図(a)は摩擦係数を0.125から0.150の範囲にとった場合、(b)は摩擦係数を(a)の場合の2倍にしたときの計算結果である。1歯かみあいの範囲では荷重分担率は、 $G'T$ の間では $\beta_1=1, \beta_2=0$ であり、 TH' の間では $\beta_1=0, \beta_2=1$ であるから(4)式で P の値はすぐ計算できる。しかし2歯かみあいの範囲では荷重分担率 β_1, β_2 の値を知らなければ P を計算できない。そこでここではつぎの3つの場

(a) 摩擦係数 $\mu=0.125\sim0.150$
(b) 摩擦係数 $\mu=0.250\sim0.300$

図6 トルク変動の計算結果

図8 Uゲージで引いた時(正転)と重錘に戻したとき(逆転)のUゲージに働く力の計算結果
(摩擦係数 $\mu=0.125\sim0.150$)

合について P を計算した。すなわち $\beta_1=1, \beta_2=0$ の場合、 $\beta_1=0.5, \beta_2=0.5$ の場合、 $\beta_1=0, \beta_2=1$ の場合である。(a)と(b)とをくらべると摩擦係数が大きくなれば P が大きくなり、また P の変動も大きくなる。また2歯かみあいの範囲でも一方の歯だけで全荷重を支えている場合($\beta_1=1, \beta_2=0$ あるいは $\beta_1=0, \beta_2=1$)には P の変動は非常に大きくなり、2つの歯が等分に全荷重を分担している場合($\beta_1=0.5, \beta_2=0.5$)には P の変動は小さいことがわかる。また以上の計算では摩擦係数が歯面荷重やすべり速度によって変化するととして、それらに対応して摩擦係数をわざわざ変化させてとったのであるが、2歯かみあいの範囲内では摩擦係数の変化は極くわずかであるので、いま仮にこの範囲内で摩擦係数を一定として、たとえば図6(a)の場合について平均摩擦係数 $\mu=0.139$ として P を

計算したのが図7である。この図と摩擦係数がすべり速度や歯面荷重によって変化するとした図6(a)とを比較しても P の大きさにはほとんど差異のないことがわかる。以上はUゲージで引張った場合(正転)にUゲージに働く力を計算した結果であるが、逆に重錘 W によって歯車を逆転させた場合にUゲージに働く力を図6(a)と同じ条件の場合について(5)式によって計算してみた。この場合にUゲージに働く力は図8ようになる。

4. 歯面の摩擦係数と荷重分担率について

図6を見ると2歯かみあいの範囲でいろいろの荷重分担率の場合の P の変化する線はほぼ1点で交わっているようである。また仮に $\beta_1=0.75$, $\beta_2=0.25$ の場合について計算しても、 $\beta_1=0.25$, $\beta_2=0.75$ の場合について計算しても、これらの線はやはり前の交点を通ることが確かめられた。しかも作用線 GH' 上でこの交点の位置 C_1 は摩擦係数を多少変えてもあまり変らない。また2歯かみあいの範囲で摩擦係数を一定とした図7の結果ではすべての荷重分担率の線は完全に1点で交わる。そしてこの交点 C_1 では引張る力 P は荷重分担率には全く無関係となる。そこで作用線上でこの交点 C_1 の位置を求めてみる。前に述べたように摩擦係数はすべり速度や歯面荷重によって影響を受けるが、それは極めてわずかであるので2歯かみあいの範囲で摩擦係数の平均値をとり、この値を使って P を計算しても大きな相違はない。そこで摩擦係数 μ を一定として(4)式を使って交点 C_1 の位置を求めてみる。

$\beta_1=1$, $\beta_2=0$ では

$$P = \frac{R_{1g} - \mu \cdot \overline{I_1 G}}{R_{2g} - \mu \cdot \overline{I_2 G}} W$$

$$= \frac{R_{1g} - \mu \cdot \overline{I_1 G}}{R_{2g} - \mu \{ (R_{1g} + R_{2g}) \cdot \tan \alpha - \overline{I_1 G} \}} W \quad (6)$$

となり、また $\beta_1=0$, $\beta_2=1$ では

$$P = \frac{R_{1g} + \mu \cdot \overline{I_1 H}}{R_{2g} + \mu \cdot \overline{I_2 H}} W$$

$$= \frac{R_{1g} + \mu \cdot (\overline{I_1 G} + t_n)}{R_{2g} + \mu \{ (R_{1g} + R_{2g}) \cdot \tan \alpha - \overline{I_1 G} - t_n \}} W \quad (7)$$

となる。ここで t_n は法線ピッチである。(6)式と(7)式とを相等しいと置き、基礎円の接点 I_1 から作用線上での交点 C_1 までの長さ $\overline{I_1 C_1}$ を求めるとつぎようになる。

$$\overline{I_1 C_1} = R_{1g} \cdot \tan \alpha - \frac{t_n}{2} (1 - \mu \cdot \tan \alpha) \quad (8)$$

この式をみると $\overline{I_1 C_1}$ は摩擦係数 μ によって影響を受けることがわかるが、実際の摩擦係数の範囲では $\overline{I_1 C_1}$ の大きさにはあまり大きく影響しない。つぎにトルク変動の測定結果から交点 C_1 での引張る力 P の値を知ると、これから歯面の摩擦係数 μ は次式によって求められる。

$$\mu = \frac{P \cdot R_{1g} - W \cdot R_{2g}}{P \cdot (R_{1g} + R_{2g}) \cdot \tan \alpha - (W + P) \cdot \overline{I_1 C_1}} \quad (9)$$

なおこれらの式の実際の取扱いとしては、まず摩擦係数 μ を仮定して(8)式によって $\overline{I_1 C_1}$ を計算し、つぎにトルク変動の測定記録から C_1 点での引張る力 P の大きさを求め、これを(9)式に代入して摩擦係数を計算する。そしてこの計算値が前の仮定値とあまり異なる場合には、あらためてこの計算値を(8)式に代入して C_1 点を求め、その点での力 P の実測値を(9)式に代入して一層正しい摩擦係数を求める。つぎに試験歯車の荷重分担率を求めるには上式で計算した摩擦係数 μ を2歯かみあいの全範囲について使うとして、図7に示したようにいろいろの荷重分担率についての線を引きおき、その上に引張る力 P の実測値を重ね合するとこれからこの試験歯車の荷重分担率を知ることができ、また試験歯車の一方に歯形の正しい歯車を使うと相手歯車の歯形がどのようになっているかを知ることができる。

5. 歯車かみあい試験機と測定結果の解析

以上のような測定要領にもとづいて新しい歯車かみあい試験機を試作した。この試験機の構造を図9に示す。

U_1 ゲージを送りねじで矢の方向に動かすと大歯車軸のブリーにかけた重錘 W_1 が動き、試験歯車の一方の歯面のかみあい状態がわかる。送りねじを逆転させるとアイドルブリーを介して U_2 ゲージが動き、また大歯車軸のブリーには重錘 W_1 は重錘支持台によって支持されて働かず、重錘 W_2 が支持台から離れて働くようになり試験歯車の反対側歯面のかみあい状態を知ることができる。なおUゲージを動かす送りねじと重錘支持台を動かす送りねじは連動されるようになっている。したがってUゲージを1往復することによって試験歯車の両歯面のかみあい状態を知ることができる。Uゲージからの出力は抵抗線ひずみ計、前置増幅器をへてペン書きオシロを動作させる。図10は歯車かみあい試験機の写真である。図11から図14まではこの試験機で測定したトルク変動の測定結果である。図11はモジュール4、歯数18と28、圧力角 20° の鋼製研削小歯車とホブ切りしたナイロン大歯車の組合せで(a)と(b)とで大歯車の両側歯面のかみあい状態をしめしている。図12はモジュール3、歯数27と34、圧力角 20° の鋼製研削小歯車とホブ切りしたナイロン大歯車の組合せ、図13はモジュール1.5、歯数54と68、圧力角 20° の鋼製研削小歯車とホブ切りしたベークライト大歯車の組合せ、図14はモジュール1、歯数41と47、圧力角 20° のホブ切りしたアルミニウム歯車同士の組合せである。いずれも無潤滑でかみ合せた場合であり、大歯

図9 歯車かみあい試験機の構造説明図

図10 歯車かみあい試験機

車軸にかけた重錘は図11から図13までは 200gr, 図14では 300gr であった。図11(a)の歯面にはキズのあることが認められ, これは正転 (Uゲージで重錘を引く) の場合でも, 逆転 (重錘でUゲージを引く) の場合でも同じ場所に明瞭に認められる。鋼製研削歯車と合成樹脂歯車との組合せではモジュールが小さくなるほどトルク変動が小さくなる。これは摩擦係数を同じ値として(4)式を使って引張る力 P を計算してもすぐわかることである。またホブ切りしたアルミニウム歯車同士の組合せではモジュールが小さいにもかかわらず, 鋼製研削歯車と合成樹脂歯車の組合せよりもトルク変動が大きい。歯面の摩擦係数が大きいためと考える。

いま1例として図11(b)の歯車について正転 (Uゲージで重錘を引いた) の場合のトルク変動線図を解析して歯面の摩擦係数, 荷重分担率および歯形についてしらべてみる。この図の1法線ピッチの図形を取り出すと図15左上のようになり, これを大きく拡大したのが図15である。これは鋼製研削歯車とナイロン歯車との組合せであるので歯面の摩擦係数として $\mu = 0.250$ と仮定し(8)式を使って交点 C_1 の位置を計算する。

$$\overline{I_1 C_1} = R_{1g} \cdot \tan \alpha - \frac{t_n}{2} (1 - \mu \cdot \tan \alpha) = 6.946 \text{ mm}$$

(a) 鋼製研削小歯車-ホブ切りナイロン大歯車

(b) 反対側歯面

図11 トルク変動の測定結果

($M=4, Z_1=18, Z_2=28, \alpha=20^\circ$ の場合)

鋼製研削小歯車-ホブ切りナイロン大歯車

図12 トルク変動の測定結果

($M=3, Z_1=27, Z_2=34, \alpha=20^\circ$ の場合)

鋼製研削小歯車-ホブ切りベーク大歯車

図13 トルク変動の測定結果

($M=1.5, Z_1=54, Z_2=68, \alpha=20^\circ$ の場合)

ホブ切りアルミニウム歯車同士

図14 トルク変動の測定結果

($M=1, Z_1=41, Z_2=47, \alpha=20^\circ$ の場合)

つぎにトルク変動の記録結果から C_1 点での引張る力 P を求めると, $P=137.7 \text{ gr}$ となる。よって(9)式にこの P の値を代入し, また重錘 $W=200 \text{ gr}$ であるから摩擦係数は

$$\mu = \frac{P \cdot R_{1g} - W \cdot R_{2g}}{P(R_{1g} + R_{2g}) \tan \alpha - (W + P) \overline{I_1 C_1}} = 0.242$$

図15 測定結果の解析説明図 (その1)

となった。この摩擦係数の計算値は仮定した摩擦係数 0.250 と大差ないのでこの歯面の摩擦係数を 0.242 とする。つぎに2歯かみあいの範囲内で摩擦係数が 0.242 として、図16(a)に示すようにいろいろの荷重分担率の線(点線)を引いておき、この上に同図(b)のように実測値の線(実線)を重ね合わせる。この図からこの歯面では、かみあい始めの部分でバリなどのため多少 P の値が大きくなっているが、その後は大体 $\beta_1=1, \beta_2=0$ の荷重分担率に近いことがわかる。すなわち理論上は2歯かみあいでも実際にはピッチ点より手前の歯で全荷重の大部分を支えており、後の歯はほとんど荷重を支えていないことがわかる。この試験歯車には一方に歯形の正しい鋼製研削小歯車を使っているの、ナイロン大歯車の歯形は齒

図17
 鋼製研削小歯車とナイロン大歯車の歯形
 ($M=4, Z_1=18, Z_2=28, \alpha=20^\circ$)

元に対して齒先が出張していると考えられる。図17はこの試験歯車のかみあった歯面について歯形検査の結果である。鋼製研削小歯車の歯形はほぼ正しいインボリュート歯形であるが、ナイロン大歯車の歯形はやはり齒元に対して齒先が約 25μ ほど出張っている。ただこの歯形検査では、歯形試験機のフィラを歯車の齒元から齒先に向けて動かしたため、前に述べたような大歯車の齒先のバリは認められなかった。以上のようにこの歯車かみあい試験機では歯形誤差を量的に求めることはできないが、歯形誤差の傾向をしらべることはできる。

6. 結 言

1組の歯車がかみ合ってまわるときに、歯面の摩擦によって伝達トルクは変動する。このトルクを変動測定記録し、これを解析することによって歯面の摩擦係数、荷重分担率を知ることができ、一方の歯車に歯形の正しい歯車を使えば、相手歯車の歯形誤差の傾向を知ることができることを見出した。そこでこのような測定と解析法とを利用して、新しい歯車かみあい試験機を試作した。この試験機は前述の試験のほかに歯車の伝達効率、歯面

のバリ、キズなどの欠陥をしらべることができる。またこの試験機を使って2, 3の歯車のトルク変動を測定し、これを解析した結果についても述べた。

最後にこの研究を遂行するについては東北大学科学計測研究所松山多賀一教授からいろいろと御指導をいただき、実験については同所加茂雄治氏の熱心な御協力をいただいた。また歯車かみあい試験機の試作については同所付属機械工場の御協力をいただいた。ここに厚くお礼を申し上げる次第である。

(1965, 9月2日受付)

 (a) 摩擦係数 $\mu=0.242$ の場合

(b)

図16 測定結果の解析説明図 (その2)