静摩擦係数に及ぼす振動の影響 (第1報)*

—— 3 軸方向の振動の影響 ——

横 山 恭 男**

Reduction of Static Friction by Vibration (1st Report)

—— Effect of Vibration in Three Directions ——

Yasuo YOKOYAMA

When a solid body is going to slide on a vibrating surface being in contact with, the static friction appears to reduce.

In the present report, the effects of the vibration which reduce the apparent coefficient of static friction are discussed on three directions of vibration, in X, Y and Z axes, where X axis is the sliding direction and Z the vertical to the sliding surface.

The apparent coefficients of static friction effected by vibration in these directions, μ_x', μ_y', μ_z' , are given following expressions respectively,

$$\mu_x' = \frac{\mu_s - A\sqrt{1 + \mu_s^2 - A^2}}{1 - A^2}, \quad \mu_y' = \sqrt{\frac{\mu_s^2 - A^2}{1 + A^2}}, \quad \mu_z' = \frac{\mu_s(1 - A\sqrt{1 + \mu_s^2 - \mu_s^2 A^2})}{1 - \mu_s^2 A^2},$$

where μ_s is the true coefficient of static friction and $A = a\omega^2/g$ is the ratio of accelerations.

These theoretical results have been also confirmed by experimental studies.

Further, from these results it is shown that $\mu_x' < \mu_y', \mu_x' < \mu_z'$ in general and the vibration acting in sliding direction, X axis, is most effective to reduce the apparent coefficient of static friction.

1. 結 言

たがいに接触して相対的に運動しようとする物体間には固体摩擦力が作用する。固体摩擦が工学上重要な性質であることはあえていうまでもないが、また固体摩擦の存在がしばしばトラブルの原因となることも事実であり、かつその挙動の非線形性が理論的な解析を困難にしているものでもある。

しかし、いまこの物体相互間に振動が作用するならば、みかけ上、固体摩擦は静および動摩擦係数とも著しく減少しさらに動摩擦は流体摩擦に類似した挙動を示すようにみえる。このような事実は断片的に古くから知られているが¹⁾²⁾、これに関する基礎的な研究や、それに基づく応用についてはあまり見られなかったように思われる。

しかるに最近の工学の進歩に伴ない、このような現象

の具体的な実例にであうことが多くなってきた。たとえば振動をうける機器の組立や据付、ねじのゆるみなどの機械設計上の問題、振動を応用した加工³⁾、超音波切削⁴⁾、超音波溶接などにみられる現象、またこの現象を応用した長周期振子⁵⁾や歯車かみ合試験機⁶⁾などの開発、計器の指針の指示⁷⁾やサーボ機構の動作の安定化におけるデイズーの利用⁸⁾あるいは振動フィード⁹⁾¹⁰⁾などのようにいろいろの形の例がみられる。

この研究においては、これらの諸問題に共通な基礎的理論を解明しようとするものであって、本報においてはまずメカニカルな観点から、みかけの静摩擦係数の挙動を理論的、実験的に考察し、ひきつづき関連する諸現象に及ぼうとするものである。

ここでみかけの静摩擦係数というのは、振動による力、たとえば慣性力の重畳のため、みかけ上減少したようにみえるすべりはじめの摩擦力と外力との比のことであって、さらにこれを、すべりの方向を X 方向、摩擦面に垂直な方向を Z 方向、 X, Z 両方向に垂直な方向を Y 方向とし、この3つの方向に振動が作用する場合それぞれ、

* 昭和39年9月 日本機械学会・精機学会連合金沢地方講演会、昭和40年4月精機学会春季大会学術講演会、昭和40年11月精機学会秋季大会学術講演会にて発表

** 正会員 金沢大学工学部

図1 振動の方向

X, Y, Z方向の振動によるみかけの静摩擦係数ということにする。(図1参照)

2. 理 論

2.1 X方向の振動によるみかけの静摩擦係数

いま重量 m の物体が角 θ だけ傾いた平面上におかれているとする。振動の作用していないとき、重力の加速度を g とすれば m に作用する力は図2に示すように釣合っている。すなわち、 $\theta \leq \theta < \theta_0$ の範囲では

$$mg \sin \theta < \mu_s mg \cos \theta \quad (1)$$

の関係があるが、傾き角 θ がちょうど θ_0 となるときの m がすべりはじめるとすれば、

$$mg \sin \theta_0 = \mu_s mg \cos \theta_0$$

したがって

$$\tan \theta_0 = \mu_s \quad (2)$$

となり、 μ_s は(真の)静摩擦係数を表わす。

このとき斜面に平行に、摩擦力の方向すなわちX軸方向に、振幅 a 、角速度 ω で斜面を振動させるならば、その振動の変位 x と加速度 $\ddot{x}$ とは次のように表わされる。

$$x = a \sin \omega t, \quad \ddot{x} = -a\omega^2 \sin \omega t \quad (3)$$

m に作用する力に関して

$$mg \sin \theta - m \ddot{x} = mg \sin \theta + ma\omega^2 \sin \omega t < \mu_s mg \cos \theta$$

が成り立つ。 m には重力による力 $mg \cos \theta$ の他に振動による慣性力 $m \ddot{x}$ が重畳して作用し、振動加速度が小さい間は m は相対的にすべることなく斜面と一体に振動するが、加速度が次第に大きくなると、 θ_0 より小さいある角 θ_x ですべりはじめる。このとき $m \ddot{x}$ はその最大振幅値をとるはずであるから、次のようになる。

$$mg \sin \theta_x + ma\omega^2 = \mu_s mg \cos \theta_x \quad (5)$$

$$(0 \leq \theta_x \leq \theta_0)$$

ここで

$$\tan \theta_x = \mu_x' \quad (6)$$

とおいて、これを「X方向の振動によるみかけの静摩擦係数」ということにする。また、振動加速度と重力加速度との比を A とおいて、

$$A = \frac{a\omega^2}{g} \quad (7)$$

図2 X方向の振動の作用している摩擦面

図3 X方向の振動によるみかけの静摩擦係数の減少(理論)

とすれば、式5は

$$(1-A^2)\mu_x'^2 - 2\mu_s \mu_x' + \mu_s^2 - A^2 = 0 \quad (8)$$

となる。これを μ_x' について $0 \leq \mu_x' \leq \mu_s$ の条件の下に解けば

$$\mu_x' = \frac{\mu_s - A \sqrt{1 + \mu_s^2 - A^2}}{1 - A^2} \quad (9)$$

を得る。みかけの静摩擦係数 μ_x' が0になる条件は式9を0とおいて

$$A = \mu_s \quad (10)$$

を得る。これは $A = \mu_s$ のとき、すなわち振動の加速度振幅 $a\omega^2$ が重力の加速度 g の μ_s 倍に等しくなったとき、斜面上の物体は斜面の傾き角に無関係に相対的にすべりはじめることを意味している。このような関係を表わしたのが図3である。図は真の摩擦係数 μ_s をパラメータとして、 μ_x' と A の関係を表わしており、 A が小さい間は μ_x' は μ_s とあまり差がないが A が μ_s の値に近づくにつれて次第に減少しはじめ、 $A = \mu_s$ において $\mu_x' = 0$ となることがわかる。

m がすべりはじめれば静摩擦係数 μ_s はほとんど不連続に動摩擦係数 μ_k に変わり、一般に μ_k は μ_s に比較してかなり小さく、慣性とあいまってそのまますべりつづけるが、 μ_s と μ_k の大小関係によってはすべりが断続的になる場合もあることは考えられる。

また、式9から $A > \mu_s$ のとき $\mu_x' < 0$ となるがこのよ

図4 Y方向の振動の作用している摩擦面

図5 Y方向の振動によるみかけの静摩擦係数の減少(理論)

うな条件では振動加速度は必要以上に大きすぎ、その最大加速度振幅 $a\omega^2$ に達する以前に $\mu_y' = 0$ となるから式5は適用されず、またすべりはじめたあとについて考えることは静摩擦の定義から意味がないから、式9については、

$$A \leq \mu_s$$

の範囲について考えればよく、 $A \geq \mu_s$ のときは $\mu_y' = 0$ と考えることにする。

上述の計算では法線力として重力による力を考えたが一般に法線力 F_n のみが作用する場合には重力加速度 g の代わり F_n/m^2 を考え式7を

$$A = \frac{ma\omega^2}{F_n} \quad (11)$$

として考察すればよい。以下においても同様である。

2.2 Y方向の振動によるみかけの静摩擦係数

前項と同様に、質量 m の物体が角 θ だけ傾いた平面上におかれているとする。このとき斜面上に平行に、かつ物体のすべりの方向に垂直に、すなわち Y 軸方向に、振幅 a 、角速度 ω の振動を加えれば、その振動の変位と加速度は

図6 Z方向の振動の作用している摩擦面

$$y = a \sin \omega t, \quad \ddot{y} = -a\omega^2 \sin \omega t \quad (12)$$

と表わされる。振動加速度 $\ddot{y}$ が小さい間は m は斜面と一体に振動するが、振動加速度が大きくなると振動による慣性力と重力の分力との合力が摩擦力に近づき、 θ_0 より小さいある角 θ_y ですべりはじめる。摩擦力は力の方向と逆の方向に作用するから図4を参照して、結局、

$$(mg \sin \theta_y)^2 + (ma\omega^2)^2 = (\mu_s mg \cos \theta_y)^2 \quad (13)$$

を得る。ここで

$$\tan \theta_y = \mu_y' \quad (14)$$

においてこれを「Y方向の振動によるみかけの静摩擦係数」ということにすれば式13は

$$(1 + \mu_y'^2)(1 + A^2) = 1 + \mu_s^2 \quad (15)$$

となり、これを $0 \leq \mu_y' \leq \mu_s$ の条件のもとに解けば

$$\mu_y' = \sqrt{\frac{\mu_s^2 - A^2}{1 + A^2}} \quad (16)$$

を得る。この式から

$$A = \mu_s \text{ のとき } \mu_y' = 0 \quad (17)$$

となり $\mu_y' = 0$ の条件と同じ関係が得られる。これらの関係を表わしたのが図5であって、X方向の振動の場合と類似の傾向を示しているが、その場合より A が小さい間は減少の傾向がゆるやかで A が μ_s に近づくとき急に減少する傾向がみられる。

2.3 Z方向の振動によるみかけの静摩擦係数

前と同様に、斜面上に垂直に振動を加えるならば、振動の変位と加速度は

$$z = a \sin \omega t, \quad \ddot{z} = -a\omega^2 \sin \omega t \quad (18)$$

となる。このとき m に作用する力は図6に示すように釣合い m は斜面と一体に運動するが、振動加速度が大きくなると θ_0 より小さいある角 θ_z' ですべりはじめる。このとき

$$mg \sin \theta_z = \mu_s (mg \cos \theta_z - ma\omega^2) \quad (19)$$

の関係が成立つ。ここで

$$\tan \theta_z = \mu_z' \quad (20)$$

において、これを「Z方向の振動によるみかけの静摩擦係数」ということにすれば、式19は

$$(1 - A^2 \mu_s^2) \mu_z'^2 - 2 \mu_s \mu_z' + \mu_s^2 (1 - A^2) = 0 \quad (21)$$

となり、これを $0 \leq \mu_x' \leq \mu_s$ の条件のもとに解いて、

$$\mu_x' = \frac{\mu_s(1 - A\sqrt{1 + \mu_s^2 - \mu_s^2 A^2})}{1 - \mu_s^2 A^2} \quad (22)$$

を得る。この式から

$$A=1 \text{ のとき } \mu_x' = 0 \quad (23)$$

となることがわかる。図7にこれらの関係を示す。

$A > 1$ のとき、 m は斜面から離脱し跳躍するに至る。このような場合⁹⁾¹⁰⁾については本報の範囲を逸脱するので別報にゆずることとする。

2. 4 みかけの摩擦係数相互間の関係

i) X方向とY方向との振動の影響の比較

図3, 5からもただちに推察されるが、式9と式10を比較して $A \leq \mu_s$ の範囲においては常に次の関係が成立つ。

$$\mu_x' < \mu_y' \quad (24)$$

また、 $A \leq \mu_s$ ならば、 $\mu_x' \doteq \mu_y'$ であるが、 A が次第に大きくなると μ_x'/μ_y' は単調に減少し、 $A = \mu_s$ のとき $\mu_x'/\mu_y' = 0$ となる。このような関係を示したのが図8である。これらの結果から、みかけの静摩擦係数を減少させるにはX方向の振動を加える方がY方向の振動より有効であることがわかる。ただし、 $A \leq \mu_s$ の場合と $A > \mu_s$ の場合には、実用上どちらも同じことになることが図からただちにわかる。

ii) X方向とZ方向の振動の影響の比較

この場合は $A < 1$ の範囲において常に

$$\mu_x' < \mu_z' \quad (25)$$

図7 Z方向の振動によるみかけの静摩擦係数の減少(理論)

図8 X方向とY方向の振動の影響の比較

の関係が成立つ。かつ $A \ll \mu_s$ のときは、 $\mu_x' \doteq \mu_z'$ であり、 A が増大するにつれて単調に μ_x'/μ_z' は減少し $A = \mu_s$ のとき $\mu_x'/\mu_z' = 0$ となる。したがって $A = \mu_s \sim 1$ の範囲では $\mu_x'/\mu_z' = 0$ である。これらの関係は図8と類似した傾向を示すことがわかり、このような結果からX方向の振動の方がZ方向の振動より有効であることがわかる。ただし $A \ll \mu_s$ のときおよび $A > \mu_s$ のときは実用上どちらも同じであることは前と同様である。

iii) Y方向とZ方向の振動の影響の比較

μ_y'/μ_z' は図9のような関係を示し、 A の値によって大小関係が変わる。しかしながら實際上 μ_s は0.4以下の値が普通であり、しかもみかけの静摩擦係数減少の効果の著しい A の値について考えるならば、 $\mu_y' < \mu_z'$ であることが容易に理解される。すなわち、 μ_y' と μ_z' の大小関係は A によって異なるが、実用上は、 $\mu_y' < \mu_z'$ とみなすことができ、Z方向の振動よりY方向の振動の方が効果があることがわかる。

3. 実験装置

実験は図10に示すような装置を用いて行なったが、各方向の実験によって多少その配置が異なる。図10はX方向の実験装置

図9 Y方向とZ方向の振動の影響の比較

図10 実験装置(X方向の例)

向の振動の影響に関する実験を行なう場合の配置について示されている。平行ばねで支えられた振動台は動電形励振器によって励振され、その振動数は20~120c/s 振幅は0.001~0.1mmの範囲であって、それぞれ実験条件に示す通りである。振動台の振幅は差動トランスを用いて検出し、シンクロスコープによって直接観測した。また励振器に内蔵された動電形ピックアップによる速度振幅も参照した。

振動台上には摩擦面として、ラッピングした軟鋼、アルミニウム、またはエメリーペーパーをとりつけ、その上に5mmφまたは13mmφの鋼球を3個固定したスライダを置くようになっている。これらの摩擦面およびスライダはベンジンによって表面の油脂、ゴミを去除く程度の処理に止め、一連の実験はおよそ数時間で終わるようにした。

以上の装置をさらに傾斜台に取付け、ねじを用いた微動装置によって徐々に傾斜させ、その傾斜角は傾斜台にとりつけた反射鏡と実験台上に固定したスケールと望遠鏡で読取る。実際には機械的に傾斜角を変化させるよりも電氣的に振幅を変える方が安定かつ微妙に操作できるから、実験は傾斜台にある傾斜角を与えておき、次にある振動数で振動台を励振し、徐々に振幅を大きくし

(X方向の振動による例、摩擦面軟鋼)

図11 振幅とみかけの静摩擦係数の関係

0μs=0.17 軟鋼面と鋼球の場合の例、実線は理論曲線)

図12 X方向の振動によるみかけの静摩擦係数の減少(実験)

てスライダがすべりはじめるときの振幅を読取ることによって行なった。スライダのすべりはじめの検知には最初マイクロスタッチなどを用いたが、肉眼による観察の方が容易で確実であり、十分の精度で検知できることがわかったので、実験の大部分は、すべりはじめの検知を肉眼によって判定した。

Y方向の振動に関する実験の場合には、振動台や励振器をとりつけたまま傾斜台を90°方向変えて傾斜させて行ない、Z方向の実験の場合は平行ばねによる振動台を用いず、直接励振器に振動台を取付け、その振幅は内蔵のピックアップを較正して読取った。

4. 実験結果および考察

図11は振動変位振幅に対するみかけの静摩擦係数の変化を振動数をパラメータとして半対数図表にプロットしたものであって、X方向の振動の影響の場合の一例について示してある。この図において実線は理論曲線を示

($\mu_s=0.3$ エメリーペーパー02#と鋼球50c/sの場合)と $\mu_s=0.17$ 軟鋼面と鋼球50c/s 100c/sの場合の例) 実線は理論曲線

図13 Y方向の振動によるみかけの静摩擦係数の減少(実験)

($\mu_s=0.3$ エメリーペーパー02#と鋼球50c/sの場合と $\mu_s=0.24$ アルミニウム面と鋼球30c/sの場合の例) 実線は理論曲線

図14 Z方向の振動によるみかけの静摩擦係数の減少(実験)

し、実験結果がかなりよく理論と一致していることがわかる。

この図を式7に表わすように無次元量である加速度比 A についてまとめたものが図12, 13, 14であって、多くの実験結果から X, Y, Z の各方向の振動の影響について数例を示す。これらの図において実線は理論曲線を示している。例示しなかった多数の実験結果もほとんど同様なばらつきをもって、理論曲線を実証する傾向を示している。

実験技術上、同一振動加速度を得るためには、低すぎる振動数では振幅が大きくなりすぎ、また高すぎる振動数では振幅が小さすぎて、実験操作上あるいは観測上困難を生じ実験精度が低下するため、実験は20—120c/sの範囲の振動について行なったが、理論的に考えて表面の状態が変化しない限り本研究の考察は振動数に関係なく成立つはずであって、実際にも例えば超音波振動についてみかけ上摩擦係数が減少する現象があることはいくつ知られている。

またこのような考察は摩擦力の生ずるメカニズムがどのようなものであっても成立つはずであって、実験結果においても、鋼球と銅板、アルミニウム板、エメリーペーパーの多少摩擦のメカニズムが異なるとされる3つの組合せについて、いずれの場合にも特別の傾向を示すこともなく、実験結果は比較的によく理論と一致した傾向を示している。

以上を総合して、実験はそれぞれ3つの方向の振動の影響を表わす特長をもった結果を示しており、理論的な考察の結果を裏付けるものであるといえよう。

5. 結 論

i) 固体摩擦のある物体相互間に振動を作用させるとみかけ上静摩擦係数が減少したかのような現象を示す。

ii) X 方向の振動が作用するとき、みかけの静摩擦係数 μ_x' は

$$\mu_x' = \frac{\mu_s - A \sqrt{1 + \mu_s^2 - A^2}}{1 - A^2}$$

で表わされ、 $A = \mu_s$ のとき $\mu_x' = 0$ となる。

iii) Y 方向の振動によるみかけの静摩擦係数 μ_y' は

$$\mu_y' = \sqrt{\frac{\mu_s^2 - A^2}{1 + A^2}}$$

で表わされ、 $A = \mu_s$ のとき $\mu_y' = 0$ となる。

iv) Z 方向の振動による、みかけの静摩擦係数 μ_z' は

$$\mu_z' = \frac{\mu_s(1 - A \sqrt{1 + \mu_s^2 - \mu_s^2 A^2})}{1 - \mu_s^2 A^2}$$

で表わされ、 $A = 1$ のとき $\mu_z' = 0$ となる。

v) 一般に $\mu_x' < \mu_y'$, $\mu_x' < \mu_z'$ であって、みかけの静摩擦係数を減少させるには、 X 方向の振動が最も有効である。また、実用的な条件では、 $\mu_y' < \mu_z'$ であるといえる。

vi) これらの理論的結果は実験によって確かめられたなお次報において任意の方向の振動の影響について報告する予定である。

この研究に関し、御指導を賜わった、中央大学、西村源六郎教授、東京大学、神保泰雄教授、両先生に感謝いたします。また、御討論を賜わった東京大学、高野政晴講師、実験に協力された、金沢大学、岡部佐規一、内山吉隆の諸先生に感謝いたします。さらにこの研究は昭和39年度文部省科学研究費の補助を受けたことを付記して謝意を表わします。

文 献

- 1) 青木保：精密機械学，丸善（1940）133 など，
- 2) Fridman, Levesque : J.A. Physics, Vol.30 No.10 (1959) 1572など．
- 3) 西村源六郎，横山恭男：精密機械 Vol. 31 No. 4 (1965) 327．
- 4) 隈部淳一郎：日本機械学会誌，Vol. 67 No. 54 (1964) 85．
- 5) 西村源六郎，神保泰雄，高野政晴：精密機械，Vol. 32 No. 2 (1966) 133．
- 6) 西村源六郎，横山恭男，高野政晴：特公40-23475，
- 7) 西村源六郎，小滝富雄：精機学会東北地方講演会予稿集，昭38. 11．
- 8) Oldenburger : Transactions of ASME, Vol. 79 (1957) 96など．
- 9) 谷口修，坂田勝，鈴木康之，小山内泰生：日本機械学会論文集，Vol. 28 188 (1962) 485．
- 10) I. Gutman, Machinery, Dec. 2 (1964) 1292．