2 個のマスタウォームを用いる歯車測定法*

富 井 正 男**

Measuring Method of a Gear with Two Master Worms

Masao TOMII

In this paper, a new kind of single flank gear meshing tester with two master worms is newly introduced and studied.

In this method, two master worms are meshed with a tested gear on the same side tooth flanks.

One of them, the driving worm, is used to drive the gear and the other, the detecting worm, is used to detect the angular position error of the gear by means of detecting the axial fluctuation of the worm.

The relations between the angular position error of the gear and the axial fluctuation of the detecting worm are analyzed.

From the results of many experiments, the followings are clarified.

1. With this method the measurement of the angular position error of a high accuracy spur gear can be done quite easily.
2. With this method the errors of a fine pitch gear such as the gear with the module less than 0.1 may be measured also.
3. The measuring device can be made without difficulties.

1. 緒 言

歯車の回転伝達誤差は歯車の性能を左右するきわめて重要な誤差であって、これを測定しなければならない機会は非常に多い。しかしこの誤差は精度管理がきわめて困難であって、測定に長時間を要する場合が多く、歯車の精度が高くなればなるほどこの傾向は著しくなる。回転伝達誤差の中で特に問題とされる誤差成分は振幅の大きな低次高調波成分であって、従来は累積ピッチ誤差を測定してこれを評価する方法が用いられてきたが、測定精度を高めるためには特殊な技術と長時間を要する場合が多かった。

本論文は高精度研削歯車単体の回転伝達誤差の精度管理を目的として考案した、2 個のマスタウォームを用いる測定法について述べたものである。この測定法は特殊な 1 歯面かみあい試験法であって、測定装置が簡単でしかも短時間に回転伝達誤差を的確に測定しうる特徴がある。

2. 測定原理

図 1 は本測定法の原理を示す。図において、G は被測定歯車（モジュール m 、歯数 z 、圧力角 α_0 ）、 W_1 、 W_2 等は同一寸法的一条インボリュートヘリコイドウォーム（モジュール m 、圧力角 α_0 ）、 M_1 、 M_2 等は一組のシン

クロンモータである。

歯車 G は紙面と垂直な軸に取付けられ、回転と逆方向に適当な負荷が加えられている。ウォーム W_1 は駆動用マスタウォームであって、その軸は両センタで支えられている。ウォーム W_2 は誤差検出用マスタウォームであって、軸方向にも可動であるように軸受で支えられ、軸端に加えられたばねの力により、歯車 G の一方歯面に押付けられてかみあわされている。もちろんばねの力は歯車 G の負荷より小さく、歯車はこのばねの力では回されないものとする。ウォーム W_1 と W_2 とを図 1 に

図 1 2 個のマスタウォームを用いる歯車測定法の原理

*原稿受付 昭和43年7月11日、昭和49年度秋季大会学術講演会(昭和59年10月1日)にて発表。

**正 会 員 東京工業大学精密工学研究所(東京都目黒区大岡山2-12-1)

示すように歯車 G の同じ側の歯面とかみあわせて、これらを等しい速さで回転させる場合、ウォーム W_2 は歯車 G の誤差により回転中軸方向に微小変位させられる。

本測定法は、ウォーム W_2 の軸方向変位を記録することにより歯車 G の誤差を知ろうとするものである。

本測定法で測定記録される誤差と歯車 G の回転伝達誤差との関係を検討すればつぎのとおりである。

歯車 G の回転伝達誤差をピッチ円上としてあらわしたものを $E(\theta)$ とし、 W_1 W_2 とが互いに歯車 G の λ だけ位相の異なる歯面にかみあわされているものとすれば、 W_2 の軸方向位置 $x(\theta)$ はつぎのようにあらわされる。

$$x(\theta) = E(\theta) - E(\theta + \lambda) + x_0 \quad (1)$$

ここに x_0 は $\theta=0$ のときの値である。

ウォーム W_1 , W_2 等に誤差があり、またそれらの回転に相対的な誤差があれば、それらも $x(\theta)$ に含まれるが、それらの影響については後で検討を加えることにして、ここではこれらの誤差がない場合についてさらに検討する。

歯車 G の回転伝達誤差はその歯車の 1 回転を周期として同じ値となる特徴があるので、 $E(\theta)$ をつぎのようにフーリエ級数で表示することができる。

$$E(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} E_n \sin(n\theta + \phi_n) \quad (2)$$

ここに E_n は $E(\theta)$ の n 次高調波成分の振幅

θ は歯車の回転角

ϕ_n は E_n の位相角である。

式(2)の関係を式(1)に代入すれば

$$\begin{aligned} x(\theta) &= x_0 + \sum_{n=1}^{\infty} E_n \{ \sin(n\theta + \phi_n) - \sin(n\theta + n\lambda + \phi_n) \} \\ &= x_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2 E_n \sin\left(-\frac{n\lambda}{2}\right) \\ &\quad \times \cos\left(n\theta + \frac{n\lambda}{2} + \phi_n\right) \end{aligned} \quad (3)$$

本測定法によれば、式(3)の第 2 項が検出される。式(3)をみれば明かなように、本測定法では n と λ とに関係して検出されない誤差成分、検出率が異なる誤差成分等がある。しかし、 λ を適当にえらぶことにより、その歯車にとって最も重要な意味をもつ誤差成分を 2 倍に拡大して検出することができる。以下 1, 2 の例について λ のえらびかたと検出される誤差成分との関係を検討する。

1. $\lambda = \pi$ の場合

式(3)において、 $\lambda = \pi$ とすれば

$$x(\theta)_{\pi} = x_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2 E_{2n-1} \sin\{(2n-1)\theta + \phi_{2n-1}\} \quad (4)$$

すなわち、 $\lambda = \pi$ の場合は、 $E(\theta)$ の基本波成分、第 3

表 1 $z/2$ ピッチ誤差測定値から推定される最大累積ピッチ誤差 (ΔT_s) の推定誤差

$\Delta T_M(\mu)$	0~20	20~40	40以上	計
$\delta s(\mu)$				
0~2	38	31	10	79
2~4	2	6	2	10
4~6	—	4	—	4
6 以上	—	5	2	7
計	40	46	14	100

$$\Delta T_M: \text{最大累積ピッチ誤差} \quad \delta s = \Delta T_M - \Delta T_s$$

高調波成分、等々の奇数次高調波成分を 2 倍に拡大して検出することができる。しかし偶数次高調波成分は検出されない。歯車 G の回転伝達誤差 $E(\theta)$ の中で最も振幅の大きな差誤成分が E_1 であることを考慮すれば $\lambda = \pi$ の条件は高精度歯車の回転伝達誤差の測定に対しきわめて重要な意味をもつ。

表 1 は $\lambda = \pi$ の場合について、本測定法で測定された結果から最大累積ピッチ誤差を推定する場合の推定誤差を、累積ピッチ誤差測定記録 100 例について解析した結果を示す。表 1 において、 ΔT_M は最大累積ピッチ誤差、 ΔT_s は互いに 180° はなれた歯の間の累積ピッチ誤差の最大値と最小値との差の $1/2$ の値を示し、 δs は ΔT_M と ΔT_s との差を示す。この δs は $\lambda = \pi$ の条件で測定した結果で最大累積ピッチ誤差を推定する場合の誤差をあらわすものと考えられる。

表 1 をみれば明かなように、 δs は ΔT_M が小さければ小さいほど小さくなる特徴がある。

2. $\lambda = \pi - \pi/z$ の場合

$\lambda = \pi$ の場合は $E(\theta)$ の偶数次高調波成分が検出されないで、歯車 G の歯数が偶数である場合は 1 歯ごとのかみあい誤差を検出することができない。この欠点をさけるためには λ を π の近傍でわずかにかえることが必要である。 $\lambda = \pi - \pi/z$ とすれば

$$\begin{aligned} x(\theta)_{\lambda} &= \sum_{n=1}^{\infty} 2 E_n \sin\left(-\frac{n\pi}{2} + \frac{n\pi}{2z}\right) \\ &\quad \times \cos\left(n\theta + \frac{n\pi}{2} - \frac{n\pi}{2z} + \phi_n\right) + x_0 \end{aligned} \quad (5)$$

この場合は E_1 および E_z をほぼ 2 倍に拡大検出することができる。

3. 装 置

図 2 は試作した測定装置を示す。測定台 1, 2 および歯車支持台とからなっている。図において、 M_1 , M_2 は一組の減速装置つきシンクロナスマータであって、本体の回転数 1500rpm、出力軸 100rpm である。この回転を歯車列で約 $1/3$ に減速し、マスタウォーム W_1 , W_2 の

図2 装 置

図3 (a)歯車支持台

(b)ウォーム W₂ の支持方法

回転数を 30rpm とした。また G は被測定歯車であって、モジュール 2、圧力角 20° の平歯車を使用し、W₁、W₂ 等はモジュール 2、圧力角 20° の 1 条インボリュートヘリコイド研削ウォームを使用した。

図 3 は歯車支持台、およびウォーム W₂ の支持方法等を示す。(a)は歯車支持台であって、歯車 G の軸は両センタで支えられ、板ばねではさまれている。この板ばねと軸との摩擦抵抗が歯車 G の回転中における負荷となる。

(b)はウォーム W₂ の支持台であって、ウォーム軸は両センタで支えられ、支持台は板ばねを介して測定台 2 に取付けられている。この板ばねはウォーム W₂ の軸方向変位を可能とするばかりではなく、ウォーム W₂ を歯車 G の一方向歯面に押付けてかみあわせる作用を行なっている。

図 4 はこの測定に用いたマスタウォーム W₁、W₂ のよろめき誤差測定記録を示す。きわめて精度が高く、よろめき誤差は 1μ 以下であった。

つぎに、マスタウォームの誤差、相対的回転誤差などの影響について検討する。

ウォーム W₁、W₂ に含まれる誤差をそれぞれ $E_{W1}(\omega)$ 、 $E_{W2}(\omega)$ (ω はウォームの回転角とする)とし、W₁ と W₂ との相対的な回転角誤差を $\Delta\omega$ とする。この場合の $x(\theta)$ は

$$x(\theta) = \{E(\theta) - E(\theta + \lambda)\} + \{E_{W1}(\omega) - E_{W2}(\omega)\} + \frac{m}{2}\Delta\omega + x_0 \quad (6)$$

ここに m はモジュールである。

式(6)において $\{E_{W1}(\omega) - E_{W2}(\omega)\}$ 、および $\frac{m}{2}\Delta\omega$ などはそれぞれマスタウォーム W₁、W₂ の誤差、相対的回転誤差などの影響をあらわす。

以下これらの誤差が本測定法の測定精度に及ぼす影響を検討すればつぎのとおりである。

〔マスタウォームの誤差〕

図4 マスタウォームの酔歩誤差

マスタウォームの誤差 $E_{W1}(\omega)$ 、 $E_{W2}(\omega)$ などはいずれもマスタウォームの 1 回転を周期として同じ値となる特徴がある。したがって、これらの誤差が含まれていても、歯車 G の回転伝達誤差 $E(\theta)$ の低次高調波成分は的確に評価することができる。

しかし、 $E(\theta)$ の Z 次高調波成分 (1 歯ごとのかみあい誤差 E_z) に対しては、 $E_{W1}(\omega)$ 、 $E_{W2}(\omega)$ などが E_z とまったく同じ高調波成分として測定記録に含まれるので、本測定法では E_z の概略値しか知ることができない。

試作したマスタウォームのよろめき誤差は図 4 に示すように 1μ 以下であって、これによる W₂ 軸方向変位は 2μ をこえることはない。 E_z が 2 倍に拡大検出されることを考慮すれば、この場合 E_z の倍振幅の評価に 1μ 程度の測定誤差が含まれる。

マスタウォームの誤差がこの程度であれば、一般の歯車に対しては E_z までの的確に測定することが可能である。

〔マスタウォームの相対的回転角誤差 $\Delta\omega$ 〕

マスタウォーム W₁ と W₂ との相対的回転角誤差を $\Delta\omega$ とし、これによる W₂ の軸方向変位量を Δx とすれば

$$\Delta x = \frac{m}{2} \Delta\omega$$

したがって、 Δx を 2μ 以下におさえるためには $\Delta\omega$ を

$$\Delta\omega \leq \frac{4}{m} \times 10^{-3} \text{ (ラジアン)} \doteq \frac{13}{m} \text{ (分)} \quad (7)$$

におさえなければならない。

$m=2$ の場合式(7)の値は 6.5 分である。これをウォーム軸に取付けられている歯車（ピッチ円直径約 60mm）のピッチ円上の値に換算すれば約 60μ となる。

式(7)をみれば明らかなように、この値は $m=1$ の場合 120μ 、 $m=0.5$ の場合 240μ などであって、 m が小さければ小さいほど $\Delta\omega$ の影響は小さい。この特徴は本測定法が小モジュール歯車の測定に適していることをあらわしている。

つぎに $\Delta\omega$ の原因をシンクロサモータ本体の相対的回転誤差と減速歯車列の誤差とに分けて考える。

i) シンクロサモータ本体の回転誤差

シンクロサモータ M_1 、 M_2 の相対的回転誤差のうち、それらの 1 回転を周期とする誤差は本測定法の障害とはならない。これはシンクロサモータ本体の回転数が 1500rpm であって、ウォーム W_1 、 W_2 の回転数が 30rpm であるためである。この場合シンクロサモータ本体の回転誤差はウォーム 1 回転中約 50 山含まれることになるので、この誤差成分がいかに大きくても測定記録の包絡線で E_2 を的確に評価することができる。

したがって、最も問題とされる誤差は長時間にわたり不規則に変化する誤差成分であるが、 $\Delta\omega$ の許容値を 6.5 分とすれば、その値はシンクロサモータ本体の回転角に換算して約 5° となるので、市販のシンクロサモータでも十分であると考えられる。

ii) 減速歯車列の誤差

減速歯車列の相対的誤差をウォーム軸上の歯車（ピッチ円直径約 60mm）のピッチ円上で 60μ 程度におさえることはさほど困難ではないと考えられる。

以上の簡単な検討から $\Delta\omega$ は実用上十分な程度に小さくすることが可能であると考えられる。またこの誤差は測定記録の再現性を調べることにより容易に確かめることができる。

図 5 は図 2 に示す装置を用いて、 $m=2$ 、 $\alpha_0=20^\circ$ 、 $z=36$ のホブ切り平歯車の回転伝達誤差を測定して記録の再現性を確かめた一例を示す。

ウォーム W_2 の軸方向変位は微小変位計で測定され、ペン書きオシログラフで記録されている。

図 5 をみれば明らかなように、本測定法による測定記録の再現性はきわめてよい。また、図 5 は測定記録の一部を比較したものであるが、同一歯車について連続して 2 時間回転伝達誤差を本測定法により測定して、測定記

図 5 測定記録の再現性検査縦軸ウォーム W_2 の軸方向変位

$$\lambda = 180^\circ - \frac{180^\circ}{30} = 174^\circ \quad E_1: \text{約 } 2 \text{ 倍}$$

$$\text{縦軸 } W_2 \text{ の軸方向変位量} \quad E_{16}: \text{約 } 1 \text{ 倍}$$

$$E_{30}: \text{約 } 2 \text{ 倍}$$

図 6 ホブ切り歯車 ($m=2$ 、 $\alpha_0=20^\circ$ 、 $z=30$) の測定例

録の変化を調べ、再現性がきわめてよく、測定記録の位置の変化が 2μ 以下であることを確かめた。

4. 測定例

図 6 は本測定法による測定記録の一例を示す。(a)、(b) はいずれも同一ホブ盤*で歯切りされた $m=2$ 、 $\alpha_0=20^\circ$ 、 $z=30$ の平歯車についての測定記録であって、 $\lambda=\pi-\pi/z$ にセットされている。

* ミクロン形小形ホブ盤、ウォーム周期誤差は主軸 1 回転中 16 山含まれている。

図7 ウォーム周期誤差測定例 縦軸半径 50mm の円周上に換算した値

各高調波成分に対する拡大率はつぎのとおりである。

$$E_1 \div 2 \text{ 倍}, E_{16} \div 1 \text{ 倍}, E_{30} \div 2 \text{ 倍}$$

図6で、縦軸はウォーム W_2 の軸方向変位量をあらわしているの、これの 10μ は E_1, E_{30} に対し 5μ を、 E_{16} に対し 10μ をあらわす。

図6の記録(a), (b)を比較するとき、 E_1, E_{16} などに著しく差異のあることが明りようである。この原因を明らかにするめに、歯車、およびホブ盤について測定を行ない、つぎの諸点を確認めた。

i) E_1 の差は歯車の穴の寸法精度に関係がある。(a)の歯車の穴は、歯切りのときに使用した軸より約0.02mm大きく仕上げられ、(b)のそれは軽圧入程度に仕上げられていた。

ii) E_{16} の差は、使用したホブ盤のウォーム周期誤差がホブ盤の差動装置固定位置により大幅に変化することが原因である。図7は差動装置の固定位置によるウォーム周期誤差の変化を測定したものであって、ウォーム周期誤差の振幅は差動装置の固定位置により大幅に変化している。これは差動装置を形成する歯車の誤差と親ウォームギヤ機構の誤差とが干渉するために生

$$m=2, \alpha_0=20^\circ, z=36 \quad \lambda=180^\circ - \frac{180^\circ}{36} = 175^\circ$$

L: 左歯車 拡大率 E_1 : 約2倍
R: 右歯車 E_{36} : 約2倍, E_{16} : 約1.5倍

図8 ホブ切り平歯車についての測定例4例 (縦軸ウォーム W_2 の軸方向変位)

L: 左歯面 R: 右歯面
 $m=2, \alpha_0=20^\circ, z=36$

図9 ホブ切り歯車の回転伝達誤差

ずるものである¹⁾。

図8は異なる小形ホブ盤で歯切りした $m=2$, $\alpha_0=20^\circ$ $z=36$ の平歯車についての測定記録4例を示す。これらはいずれも $\lambda=\pi-\pi/z$ の記録であって、各高調波成分の拡大率はつぎのとおりである。

$$E_1 \div 2, \quad E_{16} \div 1.5, \quad E_{36} \div 2 \cdots \text{記録1} \sim 3$$

$$E_1 \div 2 \quad E_{36} \div 2 \quad E_{42} \div 2 \cdots \text{記録4}$$

図8の記録1～3をみると、ミクロン形小形ホブ盤（ウォーム周期誤差16山）で歯切りされた歯車の回転伝達誤差が左右歯面異なる傾向をもっていることが明瞭である。すなわち、一方の歯面には1歯ごとのかみあい誤差 E_{36} が含まれているのに対し、他方の歯面にはウォーム周期誤差が E_{16} 明瞭である。

図9はこれらの歯車の左右歯面の歯形誤差をすべての歯について測定し、連続する3枚の歯についての歯形誤差測定記録を互いに1法線ピッチに相当する長さずらして重ね合わせて、それらの包絡線を結んだ記録を示す。図9において番号1～4は図8のそれらに対応するものである。図8と図9とを比較すれば明らかに、本測定法による記録は回転伝達誤差の特徴を的確にあらわしている。

つぎに、図8-4の記録をみると、この歯車の右歯面に一部大きな欠陥のあることが認められる。図10はこの歯車の右歯面の歯形誤差測定記録であって、明らかに歯番6, 7にきわめて大きな歯形誤差がある。

図11はマージ研削平歯車 ($m=2$, $\alpha_0=20^\circ$ $z=44$) についての測定記録を示す。 E_1 および E_{44} などはいずれも2倍に拡大、検出されている。

図11の記録は、同時に研削された歯面が対応するようになっている。この歯車の回転伝達誤差低次高調波成分は一方の歯面がでっぱるとき、それと同時に研削された他方の歯面はほぼ同量引っ込む傾向のあることが明瞭である。

5. 結 言

高精度平歯車単体の回転伝達誤差を短時間にしかも簡単な装置で的確に測定する方法として考案した。2個のマスタウォームを用いる測定法について検討し、つぎの諸点を明らかにした。

図10 歯車の右歯面歯形誤差測定記録

図11 マージ研削平歯車の回転伝達誤差測定記録

1. 本測定法で検出される誤差と歯車の回転伝達誤差との関係を解明し、本測定法が高精度歯車の精度管理に適していることを明らかにした。
2. 本測定法は装置の構造が簡単であって、製作容易である。本測定法によれば、マスタウォームさえ用意すれば小モジュールの歯車に対しても測定可能である。
3. 測定時間はきわめて短い。マスタウォームの回転数が 30rpm の場合、歯数30の歯車の回転伝達誤差を1分程度で測定することができる。
4. 多くの測定結果から、本測定法が実用十分な方法であることを確かめた。

終りに、この研究にあたり終始ご懇切なご指導をいただいた東京工業大学精密工学研究所石川二郎教授に心から感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) 富井正男：小形ホブ盤の測定法，日本機械学会創立70周年記念，中国・四国・九州地区講演会前刷集，No.185 (1967) 109。