研 究

直線距離測定法による歯車ピッチ誤差
の測定について*

内 山 弘**

On the Step by step Measurement of Pitch Errors in Gears

Hiroshi UCHIYAMA

Pitch error measurements on individual gears may be carried out in two general ways: (a) Direct Angular Measurement (b) Step by step Measurement.

The second method is more widely used. However, the disadvantage of this method is that measuring errors are cumulative.

The following three are the main causes of measuring error: (1) Dispersion of readings (2) Displacement of reference point (3) Changes in room and test gear temperature.

The method of dividing teeth into groups is very useful for minimizing the influence of the above errors on the result. Here the number of teeth of a test gear Z is divided into the number of groups S and if the number of teeth in each of the groups is s , $Z=S \times s$.

The proper number for S is about $\sqrt{2Z}$, and consequently s is $\sqrt{Z/2}$.

In this method the measuring error can be expressed as follows:

$$\sigma_{FK} \doteq \sqrt{S/2} \cdot \sigma = (2Z)^{1/4} / 2 \cdot \sigma$$

Where σ is the standard deviation of the dispersion of readings.

The usefulness of this method is confirmed by experiment.

1. まえがき

歯車の累積ピッチ誤差を測定する方法として JIS (B 1752-1962) では、1) 直線距離測定法、2) 角度測定法の二つを規定している。角度測定法によれば現状では最も正確に累積ピッチ誤差を測定することができるが、測定器が高価であること、測定にかなりの技術と長時間を要することなどのために主として高精度の歯車の測定に限られる。直線距離測定法による測定器(たとえば Carl Zeiss gear tester)は、取扱いが簡単のために広く普及しているけれども測定誤差がかなり大きいことが指摘されている^{1), 2), 3)}。ここでは一般に多く使用されている歯数 $Z=100$ 位までの歯車を対象に、直線距離測定法を有効に使うことを目的として、まず直線距離測定法による測定誤差の大きさおよびその原因について考察し、つぎにそれにとづいて測定誤差を低減させる方法として分散測定法および組分け測定法について検討する。組合せ測定法は以前測定に長時間を要するホブ盤のマスターウォームギヤの測定に使用され、その有用性が実証されたが⁴⁾、現在のところきわめて歯数の多い舶用歯車の測定に使用されている⁵⁾のみで、ここで取扱う一般の歯車には使用されていないように思われる。もちろん上述の JIS

にも採用されていないが、検討の結果その有用性が明らかになったので一般の歯車にも組分け測定法を用いることが望ましいことを指摘し、組分けの方法、測定精度、さらに組分け測定法にもとづいて簡単に最大累積ピッチ誤差を測定する方法について検討した結果を報告する。

2. 測定誤差とその原因の検討

まず始めに角度測定法による測定値と直線距離測定法による測定値の違いについて測定実験を行なった。図 1 は $m=3$, $Z=60$, $\alpha_0=20^\circ$ のピニオンカッタで歯切りした平歯車の測定例であり、(a)は東工大精密工学研究所、(b)は機械振興協会技術研究所にある Zeiss gear tester による測定結果、(A)は割出角度測定機(Carl Zeiss Jena, 最小目盛 1 秒)による測定結果である。また図 2 は $m=2$, $Z=72$, $\alpha_0=14.5^\circ$ のマーズ研削平歯車の測定例であり、(a)(b)(c)は 3 人の測定者の Zeiss gear tester による測定結果、(A)はポリゴンミラー(日本光学, 12 面)とオートコロメータ(東京光学, AC-3 型, 最小目盛 0.5 秒)による測定結果である。これらの図から直線距離測定法と角度測定法とによる測定値の違いは明りょうであり、直線距離測定法による場合測定者によりかなり測定値に違いが生じること(図 2)、測定器の差異も結果に影響をおよぼすこと(図 1)が考えられる。角度測定法による値に含まれる測定誤差はおおよそ 2 秒(ピッチ円上の長さで約 1μ)であるから、角度測定法による結果

*原稿受付 昭和44年5月15日。昭和44年度春季大会学術講演会(昭和44年4月5日)にて発表

**正会員 東京工業大学(目黒区大岡山 2-12-1)

$m=3, Z=60, c_0=20^\circ$, ビニオンカッター切
(a), (b) Zeiss gear tester による全数測定
(c) Zeiss gear tester による組分け測定 ($S=10, s=6$)
(A) Zeiss 割出角度測定機 (最小目盛 1 秒)

図 1 累積ピッチ誤差測定例 (i)

$m=2, Z=72, c_0=14.5^\circ$, マーグ研削
(A) ポリゴンミラー (日本光学, 12 面) およびオートコロメータ (東京光学, 最小目盛 0.5 秒)
(B) Zeiss gear tester による組分け測定 ($S=12, s=6$)
(a), (b), (c) 3 人の測定者による Zeiss gear tester での全数測定

図 2 累積ピッチ誤差測定例 (ii)

を正しいものとする直線距離測定法による値には大きな測定誤差が含まれていることになる。つぎにこの測定誤差の生ずる原因について検討する。

第 1 に直線距離測定法は隣りあう歯間の距離の不同を測定し、その測定値 (よみ) を用いて累積ピッチ誤差を算定するので各よみに含まれる測定誤差が累積されることがあげられる。周知のごとくこの種の測定誤差は正規分布をし、Zeiss gear tester によるよみのばらつき (同一歯間を何回も測定したときの測定誤差) も正規分布にしたがうことが確かめられており⁸⁾、われわれの実験によるとその標準偏差 σ は歯車の仕上げ状態にもよるがおよそ $0.5 \sim 1 \mu$ であった。各隣りあう歯間のよみを x_i とおくと n 番目の歯の累積ピッチ誤差は

$$F_n = \sum_{i=1}^n x_i - n/Z \cdot \sum_{i=1}^Z x_i = (1-n/Z) \cdot \sum_{i=1}^n x_i - n/Z \cdot \sum_{i=n+1}^Z x_i \quad (1)$$

よみ x_i に標準偏差 σ の正規分布にしたがうばらつきがあるものとする、 n 番目の歯の累積ピッチ誤差には正規分布の再生性から標準偏差

$$\sigma_E^2 = (1-n/Z)^2 \cdot n\sigma^2 + (n/Z)^2 \cdot (Z-n)\sigma^2$$

$$\sigma_E = \sqrt{n(Z-n)/Z} \cdot \sigma \quad (2)$$

の正規分布にしたがうばらつきが生じることになる。これは $i=Z/2$ のとき最大になり、その値は

$$\sigma_{E \max} = \sqrt{Z}/2 \cdot \sigma \quad (3)$$

$Z=60, \sigma=1 \mu$ のときの式 (2) の計算の一例を図 3 (a) に示す。信頼限界を 95.4% ($2\sigma_E$) にとっている。

測定誤差の第 2 の原因としては、実際に測定しているときにたびたび経験する始点のよみと一周測定後の始点のよみの違い、すなわち測定原点の移動があげられる。 n 番目の歯間のよみから原点が δ 移動するものとする、それによる最大誤差は図 4 および式 (1) を参照して

$$F_n' = (1-n/Z) \sum_{i=1}^n x_i - n/Z \sum_{i=n+1}^Z (x_i + \delta)$$

$$F_n = (1-n/Z) \sum_{i=1}^n x_i - n/Z \sum_{i=n+1}^Z x_i$$

$$E_\delta = F_n' - F_n = n(1-n/Z)\delta \quad (4)$$

ただし式 (4) は全周でただ 1 回だけ原点の移動のあるときの計算式で数回の移動が繰返し起きるときには E_δ はこれより小さくなる。 E_δ の最大値は $n=Z/2$, すなわち半周目に原点の移動の

生じるときであり、その値は

$$E_{\delta \max} = Z \cdot \delta / 4$$

図 5 は $Z=60, \delta=1 \mu$ としたときの原点の移動の起きる歯番と誤差の大きさを示したものである。たとえば 20 番

($Z=60, \sigma=1 \mu$ の場合)

図 3 よみのばらつきによる測定誤差

図4 原点の移動による測定誤差の説明

図5 原点の移動の起こる歯番と測定誤差

目の歯から移動が起きたときには誤差の最大値は約 13μ である。

第3の原因としては室温あるいは歯車自体の温度変化があげられる。温度変化の影響によりよみが一様に変化して測定の始めと終りとで X_e の差が生じると、それによる誤差は

$$F_n' = \sum_{i=1}^n (x_i + iX_e/Z) - n/Z \sum_{i=1}^Z (x_i + iX_e/Z)$$

$$F_n = \sum_{i=1}^n x_i - n/Z \sum_{i=1}^Z x_i$$

$$E_0 = F_n' - F_n = \{n(n-Z)\} X_e / 2Z \quad (6)$$

最大誤差は $n=Z/2$ の点に生じ、その値は

$$E_0 \max = ZX_e / 8 \quad (7)$$

図6はその一例で $Z=60$, $X_e=1 \mu$ の場合である。

累積ピッチ誤差の測定にあたっては以上検討した諸原因が重畳して現われるものと考えられる。 $Z=60$ の歯車について $\sigma=1 \mu$, $X_e=1 \mu$ として式(3)(5)(7)から各原因による誤差の最大値を求めてみると 8μ , 15μ , 7μ となる。

3. 測定誤差低減法

計算例で示したようによみの原点の移動による誤差が

図6 温度変化による測定誤差 ($Z=60$, $X_e=1 \mu$ の場合)

図7 組分けピッチ測定法の説明

最も大きいと思われるので、始めにこれについて検討する。測定を $i=1$ から順次行なうことをやめて全周をあらかじめ S 等分に近い値に分割し、まず最初の分割組内の歯について測定を行ない、つぎに数分割はなれた組内の歯について測定を行なう。このような測定を全分割組について行なうものとすれば原点の移動の影響が分散されるので測定誤差が小さくなるものと考えられる。これを分散測定法と呼ぶことにする。

つぎに式(2)(4)(6)から明らかなように歯数が多いとき、換言すれば一つの測定結果を得るために必要な測定回数が多いときに測定誤差も大きくなるので、測定誤差を低減させるためには測定回数を減らすことが考えられる。それには前述のごとく、かつてホブ盤のマスタウォームギヤの測定に使用され、また現に舶用歯車の測定に使用されている組分け測定法が適していると思われる。この方法によると式(4), (6)による測定誤差はきわめて小さくなり、よみのばらつきによる誤差のみを考えればよいことになる。歯数 Z を大組分け S と小組分け s , すなわち $Z=S \times s$ に組分けするものとし、大組分けの組の番号を

K , 小組分けの歯の番号を k とすると $\{(K-1)s+k\}$ 番目の歯の累積ピッチ誤差の算定は図 7 から

$$F_{Kk} = Y + e_k = E_{K-1} + k/s \cdot (E_K - E_{K-1}) + e_k \quad (8)$$

E_K あるいは e_k は式(1)と同様に

$$E_K = \sum_{l=1}^K X_l - K/S \cdot \sum_{l=1}^S X_l, \quad e_k = \sum_{i=1}^k x_i - k/s \cdot \sum_{i=1}^s x_i$$

から求められる。大組分け、小組分けのよみ X_l , x_i は測定子設定間隔が違うのみでよみのばらつきは同じとみなしてよいので、その標準偏差を σ とすると式(8)には標準偏差

$$\begin{aligned} \sigma_{FKk}^2 &= (1-k/s)^2 \cdot \{(K-1)(S-K+1)\}s \cdot \sigma^2 \\ &\quad + (k/s)^2 \cdot \{K(S-K)\}/s \cdot \sigma^2 + k(s-k)/s \cdot \sigma^2 \\ \sigma_{FKk} &= \sqrt{\{(s-k)^2(K-1)(S-K+1) + k^2K(S-K) \\ &\quad + ksS(s-k)/s^2S \cdot \sigma} \quad (9) \end{aligned}$$

にしたがうばらつきが生じることになる。式(9)は $K=S/2$, $k=s/2=Z/2S$ のときに最大になるので、この値を用いて根号の中を整理すると $\{S/8 + (Z-1)/4S\}$ になり、これは $S=\sqrt{2(Z-1)} \approx \sqrt{2Z}$ のとき最小になる。したがって式(9)によるばらつき誤差は

$$S = \sqrt{2Z}, \quad s = \sqrt{Z/2} \quad (10)$$

に近い数に組分けしたときに最も小さくなり、そのときばらつき誤差の最大値は次のようになる。

$$\sigma_{FK} \approx \sqrt{S/2} \cdot \sigma = (2Z)^{1/4} / 2 \cdot \sigma \quad (11)$$

一般には任意の歯数 Z を式(10)のように組分けすることができない場合も多く、したがって σ_{FK} は式(11)による値よりも幾分大きくなる。図 3 (b) は $Z=60$ の歯車を $Z=S \times s=10 \times 6$ に組分けし、 $\sigma=1 \mu$ として信頼限界を 95.4 % ($2\sigma_{FKk}$) にとって、式(9)によるばらつき誤差を計算したものである。全数測定の場合の (a) と比較すると最大値で 1/2.5 になっている。(c) (d) は Z を 10 および 6 として式(2)から $2\sigma_E$ を求めたものである。上述のように組分け数は $S=\sqrt{2Z}$, $s=\sqrt{Z/2}$ に近くとるのがよいことがわかったが、一般の直線距離測定法にもとづく定測

器は 2 個の定測子が図 8 に示すように平行であるから歯数の少ないときには図示のように歯面と測定子が干渉を起こす場合が考えられる。歯を s 枚またいだときの中心角を 2ϕ , すなわち $\phi=360^\circ \times s/2Z$ とすると図から干渉を起こさない条件として

$$s < Z\alpha_0/180^\circ \quad (12)$$

が求まる。たとえば $Z=60$, $\alpha_0=20^\circ$ の歯車では $s <$

図 8 測定子と歯面の干渉

図 9 組分け数と組分け法使用限界

$m=3$, $Z=60$,
 $\alpha_0=20^\circ$, ピンオ
ンカット切り
 $\sigma=1 \mu$, $S \times s=10$
 $\times 6$

図 10 角度測定法による値を基準としたときの他の測定法による値のそれからの差

$m=2, Z=90, \alpha_0=20^\circ$ マーグ研削
図 11 累積ピッチ誤差測定例 (iii)

6.7, すなわち s は 6 となる。したがって組分け数を $Z = S \times s = 10 \times 6$ に選ぶのが望ましい。図 9 はこれまでの検討にもとづいて組分け数と組合せ測定法の使用限界を示したものである。ここで小組分け数 s は斜線を施した範囲の上限に近い値を選ばよい。また全数測定と組分け測定の中間はいずれでもよいことを示す。なお、たとえば歯数 $Z=53$ のような素数の歯車を測定するときには $Z=54$ と仮定し、 $S=9, s=6$ に組分けて測定を行ない、後で補正すればよい⁶⁾。

以上の検討から分散測定法または組分け測定法によれば測定誤差が低減されることがわかったので、実際に測定実験を行ない検証を試みた。図 10 は角度測定法による値を基準にして、他の測定法による値のそれからの差をプロットしたものであり、(a)(b)は全数測定、(c)は分散測定法、(d)は組分け測定法によるものである。この図から分散測定法によると式(2)、組分け測定法によると式(9)または(11)で算定される誤差範囲におさまることがわかる。図 1(c)、図 2(B)も組分け測定法によるもので角度測定法による結果に極めて近い。図 11 は $m=2, Z=90, \alpha_0=20^\circ$ のマーグ研削平歯車の測定例であり、 $S \times s = 10 \times 9$ とした測定結果の他に $S \times s = 15 \times 6$ に組分けした測定結果も合わせ示す。2 者はほとんど差がなく、いずれもポリゴンミラーによる測定値に近い。図 12 は $m=2, Z=24, \alpha_0=20^\circ$ のマーグ研削平歯車の測定であり、図 9 に示したようにこの歯数では全数測定でも組分け測定でも結果にはほとんど差がない。

4. 最大累積ピッチ誤差の簡易測定

JIS (B 1702-1960) では累積ピッチ誤差の許容値を累積ピッチ誤差の最大値と最小値の差、すなわち最大累積

$m=2, Z=24, \alpha_0=20^\circ$ マーグ研削
図 12 累積ピッチ誤差測定例 (iv)

ピッチ誤差で規定している。図 1, 2, 11, 12 を一見すると累積ピッチ誤差の主体は偏心等の歯車一周を一周期とする成分であることに気付く。そこでまず組分け測定法の大組分けで S 点についての累積ピッチ誤差を求め、つぎにその誤差曲線の最大、最小点の前後計 4 個所で小組分けの測定を行えば容易に最大累積ピッチ誤差を求めることができる。こうすると全測定数は

$$N_T = S + 4s \quad (13)$$

たとえば $Z=100$ の歯車を $S \times s = 10 \times 10$ に組分けると $N_T = 50$, すなわち全数測定では $N_T = 100$ であるのに対してその半数になる。また式 13 を変形すると

$$N_T = Z/s + 4s = (Z + 4s^2)/s$$

となり、全測定数を最小にすることを考えると $\partial N_T / \partial s = 0$ から

$$s = \sqrt{Z}/2 \quad (14^7)$$

上例の歯車では $s=5, S=20$ となり、全測定数は 40 であり、より少ない測定数で済むことになる。したがって式(9)または(11)による測定誤差と歯数とのかねあひにより式(13)あるいは(14)のいずれかを選ばよい。

5. む す び

以上の結果をまとめると

(1) 直線距離測定法による累積ピッチ誤差測定における測定誤差の原因を検討した結果、測定誤差を低減させるには分散測定法および組分け測定法が有効である。中でも組分け測定法が有効である。

(2) 一般に多く使用されている歯数 $Z=100$ 位までの歯車にも組分け測定法の採用が望ましい。

(3) 組分け測定法の使用限界と組分け数を提示した。

(4) 組分け測定法の測定誤差は式 (11) で見積ることができる。これは実験でも確認された。

(5) 歯車個別誤差の中でも累積ピッチ誤差は測定に長

時間を要するため、最大累積ピッチ誤差を容易に求めうる方法を提案した。

終わりにご指導いただいた東工大精密工学研究所石川二郎教授、貴重な助言をいただいた同所林輝助教授、富井正男博士に衷心より感謝申上げる。

文 献

- 1) 仙波正荘：国産ホブ審査報告，機械試験所報告 25 号 (1956) 19.
- 2) R. Noch, O. Steiner: Zur Messunsicherheit bei der

Ermittlung der Teilungsfehler von Zahnrädern, Werkstattstechnik, 55 (1965-2) 74.

- 3) 富井正男：単一ピッチ誤差測定値から計算される累積ピッチ誤差の測定精度，機械学会前刷集 No. 164 (1966-10) 17. または歯車の個別誤差と総合誤差との関係について，精密機械 35, 3 (1969) 176.
- 4) 和栗 明：正確なる親ウォーム歯車の製作法，機械学会論文集. 7, 26 (1941) IV-15.
- 5) BS 1807-1952.
- 6) 和栗 明他：歯車の設計と製作，日本機械学会 (1956) 190.
- 7) 東工大，林輝助教授の教示による。

—表紙説明—

リボン線用走間厚み計

本器は時計のヒゲゼンマイ等に使われているリボン線の製造工程中，リボン線圧延機に取付けて走行中にリボン線の厚さをミクロン以下の精度で連続測定します。

本器の測定範囲は $0 \sim 200 \mu$ で，基準値の設定は指示部のダイヤルを合わせるだけでよく，偏差は指示計メータに指示されるとともに外部に出力として取出し記録計などを駆動できます。またあらかじめ板厚の偏差領域を設定しておき，領域を越えた場合，青色・赤色のランプ表示も行ないます。

ゲージヘッドは刃形のダイヤモンド測定子を使用し，測定力を 30 g 程度とし，被測定物のひずみを防止し高感度の連続測定を可能にしました。

測 定 範 囲	$0 \sim 200 \mu$
偏 差 指 示 範 囲	$\pm 5 \mu, \pm 15 \mu, \pm 50 \mu$
目 量 (最小目盛)	$0.2 \mu, 0.5 \mu, 2 \mu$
総 合 精 度	$0 \sim 50 \mu : \pm 0.2 \mu$ $0 \sim 200 \mu : \pm 0.5 \mu$
測 定 子	刃形にて先端 1.5 R
測 定 力	30 g
限 界 値 設 定	偏差指示範囲内任意の 2 点
記 録 出 力	Max. $\pm 2 \text{ V}, 2 \text{ mA}$
電 源	$100 \text{ V}, 50/60 \text{ Hz}$

〈本 社〉東京都港区南麻布 4-12-20
(03) 446-1111

〈支 店〉大阪市東区高麗橋 5-17
(06) 203-0961

ア ン イ ツ

安立電気株式会社

(名古屋) (052) 961-5786

(札幌) (0122) 26-8391

(福岡) (092) 76-5347

(厚木) (0462) 22-3311