最適切削加工条件の設定に関する研究*

岩 田 一 明**

On the Selection of Optimum Machining Conditions

Kazuaki IWATA

Evolutionary Operation method (EVOP) is applied and discussed for the selection of optimum machining conditions. It is possible to use this method in a machine shop easily. Effects of variables, standard deviations and 95% error limits are calculated for the statistical evaluations on this method.

A simple example is presented to illustrate the process of determination of optimum cutting speed and feed by the application of EVOP based on the maximum-profit criterion with quality requirements. It is shown that the optimum cutting conditions are strongly affected by the quality requirements. The experiments suggested high cutting speed and low feed rate for finish turning and low cutting speed and high feed rate for rough turning to be selected. The effect of the selling price variation due to production volume on cutting conditions is also discussed.

1. 緒 言

最適切削加工条件の選定あるいは切削加工の経済性に関しては従来よりかなり多くの研究が行なわれ、種々の評価関数および制約条件が提案されている。たとえば、代表的な評価関数としては、製品1個あたりの費用に関するもの^{1),2),3)}、生産速度に関するもの^{2),4)}、利益に関するもの^{4),5),6)}があげられ、また制約条件としては、工作機械の許容最大、最小送り、剛性、仕上面あらさ^{7),8)}などが検討されてきている。これら評価関数のほとんどすべては工具寿命方程式 $V^n f^a d^b T = C$ (ここで、 V : 切削速度、 f : 送り、 d : 切込み、 T : 工具寿命、 α, β, γ, C : 定数) が成立し、定数 α, β, γ, C が実験より求められるとして解析されるが、2要因(たとえば、切削速度と送り)以上あるいは制約条件が含まれてくると解析は複雑となり、またえられた切削条件が最適値としてそのまま現場に適用されることには問題が残るように考えられる。すなわち、従来の解析方法でえられた切削条件がその周囲の条件にくらべて統計的に有意性を有するかどうか、実験的に求められた工具寿命方程式を工作機械の種類、剛性など諸条件のことなる現場作業に直接対応させ使用できるかどうか、工具寿命方程式を決定するために採用された寿命基準(たとえば、フランク摩耗基準 0.5 mm, クレータ摩耗基準 0.05 mm)が妥当であるかどうか、フランク摩耗基準とクレータ摩耗基準の関係は従来

の値でよいかどうか、工具寿命のもつ統計的性質が考慮されているかどうかなどである。

本研究は上述した諸問題をできるだけ解決しながら、とくに現場に応用されやすく、しかも統計的に意味をもつ最適切削条件を追跡し選定するために、G. E. P. Box によって開発され注目をあびている EVOP (Evolutionary Operation^{9),10),11)} の手法を適用することを試み、実験的検討を行なったものである。

2. 最適化の手法

最適切削加工条件選定のために用いられた EVOP は、加工に関して対象とする評価関数が制約条件内で最適値をうるように因子(切削条件など)の水準を変化させ選定する漸進的操作法である。この手法は過去の経験値あるいは予備実験による値を当初の中心水準として、以後順次水準を変化させるのであるが、EVOP の特性として、中心水準として選択された値は、Box-Wilson 法(山登り法)¹²⁾ とはことなり、最適値の近傍にあるものと考えられる。いま簡単例として図1に示す因子(たとえば、切削速度と送り)の最適化問題を考える。まず、第1フェーズ(phase)として、中心水準(記号1)の周囲に適当な水準間隔を各因子について選り、これらの組み合わせから合計5種類(記号1~5)の切削条件で実験を行なう。なお、水準間隔は任意に選択できるが評価関数や制約条件の内容によってことなった値となる。実験でえられた値を評価関数に代入してそれぞれの水準における応答値を決定し、ついで各因子の効果と誤差限界の計算並びに両者の比較より改善の方向を求める。(図中、矢

*原稿受付 昭和44年6月6日。昭和44年度春季大会学術講演会(昭和44年4月4日)にて発表。

**正会員 神戸大学工学部(神戸市灘区六甲台町)

図 1 EVOP による最適化の概念図

印の方向) また各フェーズにおいて実験サイクルを繰り返すと因子の主効果, 交互作用の分離が可能となり統計的評価を行ないうる. なお, 各因子の効果と誤差限界の計算¹¹⁾は付録を参照されたい. ついで第 2 フェーズでは第 1 フェーズの結果を参考にして水準を選択 (フェーズの変更) し, 実験, 計算をくり返す. この場合, 第 2 フェーズの中心水準は一般に第 1 フェーズの最適水準を選

ぶ. 第 3 フェーズ以後においては, 同様の手順を繰り返しながら最適値を見いだす. 最適値の決定に際し制約条件が考慮されるのは言うまでもない.

えられたデータを用いて最適化の方向を簡単に計算するため, まとめられたシートを表 1 に示す. これは因子や水準の選定, 結果の判定を委員会などで行なえば現場の作業者も簡単に扱うことができるものと考えられる¹¹⁾. また, 3 因子の場合も 2 因子の場合と同様に扱うことができる.

応答値は評価関数の定義によってこととなるが, 代表的な考え方は製品 1 個あたりの最小費用, 最大生産量, ならびに最大利益率の 3 通りで, それぞれはつぎのように表わすことができる.

(1) 加工費用に関する評価関数

スローアウェイ型工具で旋削加工を行なう場合, 製品 1 個あたりの総加工費用 (c) は基本的に次式で評価され, この値 (c) を最小にすることがのぞまれる.

$$c = c_0 t_m + \frac{t_m}{T} (c_0 t_e + c_t) + c_0 t_p \quad (1)$$

ここで, c_0 = 直接労務費 + 経常費 (yen/min), c_t = 切削工具 1 切れ刃あたりの工具費用 (yen/edge), t_m = 切削時間 (min/pc), t_e = 工具交換時間 (min/edge), t_p = 段

表 1 EVOP 計算シート

E V O P 計 算 シ ー ト					特性値
日付
PHASE _____					
CYCLE _____					
平均 値 の 計 算			標 準 偏 差 の 計 算		
操 作 条 件	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(i) 前サイクルまでの合計					(xi) 前サイクルまでの標準偏差の合計 =
(ii) 前サイクルまでの平均					(xii) 前サイクルまでの標準偏差の平均 =
(iii) 本サイクルのデータ					(xiii) (iv) から求める範囲 R =
(iv) (ii) - (iii)					(xiv) 新しい標準偏差 $\hat{\sigma} = R \times f_{n,k} =$
(v) 新しい合計 (i) + (iii)					(xv) 新しい標準偏差の合計 = (xi) + (xiv) =
(vi) 新しい平均 $\bar{x}_i = (v)/n$					(xvi) 新しい標準偏差の平均 = (xv)/n - 1 =
効 果 の 計 算			95% 誤 差 限 界 の 計 算		
(vii) 切削速度(A)の効果 = $\frac{1}{2}(\bar{y}_3 + \bar{y}_4 - \bar{y}_2 - \bar{y}_5) =$					(xvii) 平均値に対して = $\frac{2}{\sqrt{n}} \times (xvi) = \pm$
(viii) 送り(B)の効果 = $\frac{1}{2}(\bar{y}_3 + \bar{y}_5 - \bar{y}_2 - \bar{y}_4) =$					(xviii) 効果に対して = $\frac{2}{\sqrt{n}} \times (xvi) = \pm$
(ix) A × B の交互作用 = $\frac{1}{2}(\bar{y}_2 + \bar{y}_3 - \bar{y}_4 - \bar{y}_5) =$					(xix) 平均変化に対して = $\frac{4}{\sqrt{5n}} \times (xvi) = \pm$
(x) 平均変化の効果 = $\frac{1}{5}(\bar{y}_2 + \bar{y}_3 + \bar{y}_4 + \bar{y}_5 - 4\bar{y}_1) =$					
判定:					備考:

表 3 EVOP 計算例

E V O P 計 算 シ ー ト		特性値	利益率
PHASE 2		日付	
CYCLE 2			

平 均 値 の 計 算						標 準 偏 差 の 計 算	
操 作 条 件	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)		
(i) 前サイクルまでの合計	47.36	44.68	37.32	42.93	46.78	(xi)	前サイクルまでの標準偏差の合計=
(ii) 前サイクルまでの平均	47.36	44.68	37.32	42.93	46.78	(xii)	前サイクルまでの標準偏差の平均=
(iii) 本サイクルのデータ	46.74	43.90	37.65	43.20	45.95	(xiii)	(iv)から求める範囲R=1.16
(iv) (ii)-(iii)	0.58	0.78	-0.33	-0.27	0.83	(xiv)	新しい標準偏差 $\hat{\sigma}=R \times f_{n,k}=0.348$
(v) 新しい合計 (i)+(iii)	94.10	88.58	74.97	86.13	92.73	(xv)	新しい標準偏差の合計=(xi)+(xiv)=0.348
(vi) 新しい平均 $\bar{y}_i=(v)/n$	47.05	44.29	37.49	43.07	46.37	(xvi)	新しい標準偏差の平均=(xv)/n-1=0.348
効 果 の 計 算						95% 誤 差 限 界 の 計 算	
(vii) 切削速度(A)の効果=	$\frac{1}{2}(\bar{y}_3+\bar{y}_4-\bar{y}_2-\bar{y}_5)=-5.05^*$					(xvii)	平均値に対して $=\frac{2}{\sqrt{n}} \times (xvi) = \pm 0.491$
(viii) 送り(B)の効果	$=\frac{1}{2}(\bar{y}_3+\bar{y}_5-\bar{y}_2-\bar{y}_4)=-1.75^*$					(xviii)	効果に対して $=\frac{2}{\sqrt{n}} \times (xvi) = \pm 0.491$
(ix) A×Bの交互作用	$=\frac{1}{2}(\bar{y}_2+\bar{y}_3-\bar{y}_4-\bar{y}_5)=-3.83^*$					(xix)	平均変化に対して $=\frac{4}{\sqrt{5n}} \times (xvi) = \pm 0.345$
(x) 平均変化の効果	$=\frac{1}{5}(\bar{y}_2+\bar{y}_3+\bar{y}_4+\bar{y}_5-4\bar{y}_1)=-3.40^*$						

判定: (A)(B)の効果とも有意	備考: 制約条件 $H_{\max}=20\mu$
-------------------	---------------------------

表 4 EVOP の計算例

E V O P 計 算 シ ー ト

特性値 利益率

PHASE 3

CYCLE 4

日付

平 均 値 の 計 算

標 準 偏 差 の 計 算

操 作 条 件	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(i) 前サイクルまでの合計	141.34	135.21	140.87	136.89	141.94
(ii) 前サイクルまでの平均	47.11	45.07	46.96	45.63	47.31
(iii) 本サイクルのデータ	47.74	45.06	47.68	47.58	46.91
(iv) (ii)-(iii)	-0.63	0.01	-0.72	-1.95	0.40
(v) 新しい合計 (i)+(iii)	189.08	180.27	188.55	184.47	188.85
(vi) 新しい平均 $\bar{y}_i=(v)/n$	47.27	45.07	47.14	46.12	47.21

(xi) 前サイクルまでの標準偏差の合計=1.076
(xii) 前サイクルまでの標準偏差の平均=0.538
(xiii) (iv) から求める範囲 $R=2.35$
(xiv) 新しい標準偏差 $\sigma=R \times f_{n,k}=0.87$
(xv) 新しい標準偏差の合計=(xi)+(xiv)=1.946
(xvi) 新しい標準偏差の平均=(xv)/n-1=0.649

効 果 の 計 算

95% 誤 差 限 界 の 計 算

(vii) 切削速度(A)の効果=	$\frac{1}{2}(\bar{y}_3+\bar{y}_4-\bar{y}_2-\bar{y}_5)=0.49$
(viii) 送り(B)の効果	$=\frac{1}{2}(\bar{y}_3+\bar{y}_5-\bar{y}_2-\bar{y}_4)=1.58^*$
(ix) A×Bの交互作用	$=\frac{1}{2}(\bar{y}_2+\bar{y}_3-\bar{y}_4-\bar{y}_5)=-0.56$
(x) 平均変化の効果	$=\frac{1}{5}(\bar{y}_2+\bar{y}_3+\bar{y}_4+\bar{y}_5-4\bar{y}_1)=-0.72^*$

(xvii) 平均値に対して	$=\frac{2}{\sqrt{n}} \times (xvi) = \pm 0.649$
(xviii) 効果に対して	$=\frac{2}{\sqrt{n}} \times (xvi) = \pm 0.649$
(xix) 平均変化に対して	$=\frac{4}{\sqrt{5n}} \times (xvi) = \pm 0.577$

判定: (B)の効果 有意

備考: 制約条件 $H_{\max}=20 \mu$

法の検討という意味からできるだけ広い範囲にわたって実験されるように考慮し, 初期中心水準として切削速度

(V) は, 300 m/min, 送り (f) は 0.18 mm/rev をまた水準幅は切削速度 25 m/min, 送り 0.04 mm/rev を

($c_0=5$, $c_t=75$, $t_e=0.5$, $t_p=1$)

図4 仕上切削における利益率等高線図

図5 販売価格と生産量の関係(設定値)

選定している。

つぎに、評価関数として(3)式に示す利益率を代表例として採用した場合、水準およびフェーズの変更ならびにその応答値は図3に示すようになる。図中、枠内の数字は各フェーズにおける n サイクル終了後の応答の平均値を示し、①②③は、フェーズ1、フェーズ2、フェーズ3における応答の平均値である。また、*印は、EVOPで試みた周辺の切削速度ならびに送りの影響を調べるために参考として行なった実験の応答値を示している。なお、評価関数における係数は、国、会社などによってこととなりかなり複雑であるが、ここでは従来使用されている値^{4),5)}を参照してつぎのように決めている。すなわち、直接人件費+経常費(c_0)は、5 yen/min、切削工具1切れ刃あたりの工具費用(c_t)は75 yen/edge、工具交換時間(t_e)は0.5 min/edge、段取り時間(t_p)は1 min/pcである。

なお、また、これら係数値変化が応答値に及ぼす影響については別に検討することとする。

評価関数：利益率 参考データ*

図6 粗切削における水準の選定と応答値

図3でフェーズ1は、改善方向が明瞭であり、予備試験の意味もあって繰り返し実験をせずつぎのフェーズ2に進んでいる。フェーズ2以下の過程では、EVOPを適用しているが、表3に示すように第2サイクルで切削速度、送りの効果ともに有意であることが求められたのでつぎのフェーズへの移行が必要となる。しかし、送りは旋盤の送り段数の制限によりこれ以上細分できないので切削速度のみ水準を変化させフェーズ3の実験を行なう。フェーズ3の代表例として第4サイクルの計算結果を表4に示すが送りはフェーズ2と同様に有意な効果をもつことが求められるに反し、切削速度の効果は有意とはならず、また切削速度と送りの交互作用も有意でないことが分かり、この結果としてこれ以上の実験は不必要でこの場合の最適切削条件は切削速度312.5 m/min、送り0.2 mm/revとなる。この結果をさらに明確にするため実験結果を基礎として利益率の等高線図を画くと図4の実線がえられる。切削速度ならびに送りの影響は等高線の形状より明らかで、たとえば切削速度と送りをともに増加させることは利益率の減少割合に顕著な悪影響を及ぼすので望ましくない。さらに後述する粗切削とくらべ、仕上切削では高速低送りの必要なことが認められる。

以上の結果は販売価格が生産量にかかわらず一定という簡単な仮定をおいた場合であるが、販売価格は生産量によって変化することが多い。いま販売価格と単位時間あたりの生産量との間に、S.M. Wu⁴⁾らが採用している1次関数関係が成立し図5の関係図がえられた場合を考える。この関係を用いて利益率の等高線図を求めると図4の点線のようになり最大利益率を与える切削条件が一定販売価格の場合にくらべ低切削速度側へうつり、また

表 5 EVOP の計算例

E V O P 計 算 シ ー ト

特性値 利益率

PHASE 4

日付

CYCLE 4

平 均 値 の 計 算

標 準 偏 差 の 計 算

操 作 条 件	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(i) 前サイクルまでの合計	157.49	147.75	153.80	148.41	153.90
(ii) 前サイクルまでの平均	52.50	49.25	51.27	49.47	51.30
(iii) 本サイクルのデータ	51.95	50.15	51.65	49.59	50.94
(iv) (ii)-(iii)	0.55	-0.90	-0.38	-0.12	0.36
(v) 新しい合計 (i)+(iii)	209.44	197.90	205.45	198.00	204.84
(vi) 新しい平均 $\bar{y}_i=(v)/n$	52.36	49.48	51.36	49.50	51.21

(xi) 前サイクルまでの標準偏差の合計=1.568
(xii) 前サイクルまでの標準偏差の平均=0.784
(xiii) (iv) から求める範囲 $R=1.45$
(xiv) 新しい標準偏差 $\hat{\sigma}=R \times f_{n,k}=0.537$
(xv) 新しい標準偏差の合計=(xi)+(xiv)=2.105
(xvi) 新しい標準偏差の平均=(xv)/n-1=0.702

効 果 の 計 算

95% 誤 差 限 界 の 計 算

(vii) 切削速度(A)の効果 $=\frac{1}{2}(\bar{y}_3+\bar{y}_4-\bar{y}_2-\bar{y}_1)=0.09$
(viii) 送り(B)の効果 $=\frac{1}{2}(\bar{y}_3+\bar{y}_5-\bar{y}_2-\bar{y}_4)=1.80^*$
(ix) A×Bの交互作用 $=\frac{1}{2}(\bar{y}_2+\bar{y}_3-\bar{y}_4-\bar{y}_5)=0.07$
(x) 平均変化の効果 $=\frac{1}{5}(\bar{y}_2+\bar{y}_3+\bar{y}_4+\bar{y}_5-4\bar{y}_1)=-1.58^*$

(xvii) 平均値に対して $=\frac{2}{\sqrt{n}} \times (xvi)=\pm 0.702$
(xviii) 効果に対して $=\frac{2}{\sqrt{n}} \times (xvi)=\pm 0.702$
(xix) 平均変化に対して $=\frac{4}{\sqrt{5n}} \times (xvi)=\pm 0.625$

判定: (B)の効果有意

備考: 粗切削

5. 粗切削にたいする EVOP の適用

(c₀=5, c_t=75, t_c=05, t_p=1)

図 7 粗切削における利益率等高線図

等高線の中心付近（最大利益点の近傍）のこの配もゆるやかとなる。このことは、切削作業において加工する製品の市場における価格変動によって最大利益を与える切削条件がことなることを示しているの、大量生産する製品においてはとくに市場調査と直結した切削条件を設定する必要があるものと思われる。

評価関数として加工費用、加工時間を採用した場合も上述した利益率の場合と同様に最適切削条件を求めることができる。上例において加工費用の場合は $V=287.5$ m/min, $f=0.2$ mm/rev, 加工時間の場合は $V=300$ m/min, $f=0.22$ mm/rev が求められる。

まず実験の初期切削条件（中心水準）として、切削速度は 150 m/min, 送りは 0.44 mm/rev を、水準幅として、切削速度は 50 m/min 送りは 0.08 mm/rev を採用するものとする。この場合、測定すべき工具寿命は工具の破損まで切削して求めるべきであるが（厳密には、工具摩耗の進行にともない増加した切削力が工作機械の動力限界を超過しないかどうかなどを制約条件として考慮しなければならない）、材料の都合上、摩耗基準（最大クレータ摩耗深さ 0.05 mm, 最大逃げ面摩耗 0.3 mm）を設け、これにもとづいて工具寿命を判定している。

えられた工具寿命と仕上切削の項で仮定した係数値を用いて評価関数の応答値を計算した結果を図 6 に示す。図中、数字は図 3 の説明でのべたと同様であり、矢印は改善の方向を示す。図でフェーズ 1 より EVOP を適用し効果の有意性を判別しながら実験を進めている。フェーズ 4 第 4 サイクル(表 5)では切削速度の効果はなく送りのみが有意となることがわかる。この場合、送りは工作機械の制約によりこれ以上変化させられないのでここでえられた切削条件すなわち切削速度 150 m/min 送り 0.52 mm/rev が最大利益率を与えることがわかる。切削速度ならびに送りの影響を等高線図で示すと図 7 となる。実線は販売価格が生産速度にかかわらず一定の場合、

点線は販売価格が生産速度によって図5の関係で変化する場合についてであるが等高線の頂上付近、いいかえれば最適切削条件は、一般にいわれているように低速高送りの望ましいことが認められる。

6. 結 言

本研究は、種々の制約条件下における最適切削条件を追跡し選定するために Evolutionary Operation (EVOP) の手法を切削に応用することを考慮し、その有用性を明らかにした。すなわち、この手法は現場に簡単に導入でき、しかも統計的に意味をもつので、とくに3因子以下の最適条件設定に有効であると考えられる。ここでは具体例として、切削速度ならびに送りの2因子最適化問題をとりあげ、仕上切削および粗切削における最適切削条件を求めた。本手法は単に切削条件の最適値を求める問題のみならず広い応用範囲を有しているものと考えられる。

最後に、本研究の実施にあたり切削実験を担当された神戸大学工学部学生井上寿通、内藤潔両君に深甚の謝意を表するしだいである。

文 献

- 1) R.C. Brewer: On the Economics of the Basic Turning Operation, Trans. ASME, **80** (1958) 1479.
- 2) M. Field, N. Zlatin, R. Williams, and M. Kronenberg: Computerized Determination and Analysis of Cost and Production Rates for Machining Operations. Part 1-Turning, Trans. ASME, **90**, 3 (1968) 455.
- 3) 竹山秀彦: 切削加工における工具寿命の最適化制御, 昭和42年度精機学会秋季大会シンポジウム (1966) 279.
- 4) S.M. Wu and D.S. Ermer: Maximum Profit as the Criterion in the Determination of the Optimum Cutting Conditions, Trans. ASME, **88**, 4 (1966) 435.
- 5) K. Okushima and K. Hitomi: A Study of Economic Machining: An Analysis of the Maximum-Profit Cutting Speed, Int. J. Prod. Res., **3**, 1 (1964) 73.
- 6) E.J.A. Armarego and J.K. Russel: Maximum Profit Rates as a Criterion for the Selection of Machining Conditions, Int. J. Mach. Tool. Des. Res., **6** (1966) 15.
- 7) 白井英治: 数値型電子計算機による最小費用切削条件の選定, 精密機械, **34**, 4 (1968) 248.
- 8) G.K. Goranskii: Calculation of Cutting Conditions by means of Electronic Computers (原題名: Raschet rezhimov rezaniya pri pomoshehi elektronno-vychislitelnykh mashin) National Lending Library for Science and Technology (1967).
- 9) G.E.P. Box: Evolutionary Operation: A [Method for Increasing Industrial Productivity, Applied Statistics, **6**, 2 (1957) 3.
- 10) W.G. Hunter and J.R. Kittrell: Evolutionary Operation: A Review, Technometrics, **8**, 3 (1966) 389.
- 11) G.E.P. Box and J.S. Hunter: Condensed Calculations for Evolutionary Operation Programs, Technometrics, **1**, 1 (1959) 77.
- 12) O.L. Davies: Design and Analysis of Industrial Experiments, Oliver and Boyd (1963) 495.
- 13) E.M. McCullough: Economics of Multitool Lathe Operations, ASME, **85**, 4 (1963) 402.

付 録

各因子の效果と誤差限界はつぎの関係式より計算される。

1. 各因子の效果

各因子を2水準選び、その組合せた条件ならびに中心水準の条件を図1に示す記号で表わし、それぞれの応答値を y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 とするとつぎの関係がえられる。

$$(a) \quad V \text{ の効果} = \frac{1}{2} (y_3 + y_4 - y_2 - y_5) \quad (A-1)$$

$$(b) \quad f \text{ の効果} = \frac{1}{2} (y_3 + y_5 - y_2 - y_4) \quad (A-2)$$

$$(c) \quad V \times f \text{ の効果} (V \text{ と } f \text{ の交互作用}) = \frac{1}{2} \times (y_2 + y_3 - y_4 - y_5) \quad (A-3)$$

$$(d) \quad \text{平均変化の効果} = \frac{1}{5} (y_2 + y_3 + y_4 + y_5 - 4y_1) \quad (A-4)$$

2. 標準偏差

第 n サイクル i および j 条件の誤差の最大および最小をそれぞれ e_{ni}, e_{nj} , 第 $(n-1)$ サイクルまでの i および j 条件の誤差の平均を $\bar{e}_{(n-1)i}, \bar{e}_{(n-1)j}$ とすると範囲 R は,

$$R = e_{ni} - e_{nj} - (\bar{e}_{(n-1)i} - \bar{e}_{(n-1)j}) \quad (A-5)$$

$$\text{したがって, } E(R/d_2)^2 = E\left\{\left(\frac{n}{n-1}\right)\sigma_E^2\right\}$$

ここで, $E(x)$ は統計量 x の期待値

$V(x)$ は統計量 x の分散

σ_E は標準偏差

d_2 は範本の期待値と母標準偏差との比

$$\therefore \sigma_E^2 = R \times \frac{1}{d_2} \sqrt{\frac{(n-1)}{n}} \equiv R \times f_{n,k} \quad (A-6)$$

この場合、応答は5条件についてであるから $d_2 = 2.33$, n の値を変化させると $f_{n,k}$ は付表の値を示す(3, 9条件に対する値も付記している)。

3. 誤差限界

(i) 母平均および効果の場合

第 n サイクル i 条件の応答値の平均を y_{ni} とすると,

付表 f_{njk} の値

サイクル 番 号 (n)	ブロックにセットした 条件の数		
	3	5	9
2	.42	.30	.24
3	.48	.35	.27
4	.51	.37	.29
5	.53	.38	.30
6	.54	.39	.31
7	.55	.40	.31
8	.55	.40	.31
9	.56	.40	.32
10	.56	.41	.32
11	.56	.41	.32
12	.57	.41	.32
13	.57	.41	.32
14	.57	.41	.32
15	.57	.42	.33
16	.57	.42	.33
17	.57	.42	.33
18	.57	.42	.33
19	.58	.42	.33
20	.58	.42	.33

$$V(\bar{y}_{ni}) = V\{\mu + (ab)_i + \bar{e}_{ni}\} = \frac{1}{n} \sigma_E^2 \quad (\text{A-7})$$

ここで, μ : 母平均, $(ab)_i$: i 条件の効果
ただし, 第 n サイクルのブロック効果 c_n は小さいと
して無視している.

効果についても同様に

$$V(\text{Effect}) = \frac{1}{n} \sigma_E^2 \quad (\text{A-8})$$

そこで, 母平均および効果についての 95% 誤差限界
は,

$$\pm 1.96 \frac{\sigma_E}{\sqrt{n}} \doteq \pm 2\sigma_E / \sqrt{n} \quad (\text{A-9})$$

(ii) 平均変化の場合

$$V(\hat{m}) = V\left\{\frac{1}{5}(\bar{y}_2 + \bar{y}_3 + \bar{y}_4 + \bar{y}_5 - 4\bar{y}_1)\right\} = \frac{4}{5n} \sigma_E^2 \quad (\text{A-10})$$

そこで, 平均変化の効果についての 95% 誤差限界は,

$$\pm 1.96 \sqrt{4\sigma_E^2/5n} \doteq \pm \frac{4}{\sqrt{5n}} \sigma_E \quad (\text{A-11})$$