トルク比一定の歯車に関する研究 (第5報)*

—試作および性能試験—

酒井 高男** 森田 信義***

Study on Gears of Constant Torque Ratio (5th Report)

—Trial Application and Performance Test—

Takao SAKAI, Nobuyoshi MORITA

It was revealed in the previous paper that the performances of I_F gears are superior to those of several kinds of conventional watch gears.

Thereupon it has been tried to apply I_F gears to a watch, and the variation rate of torque ratio of both I_F gears and the conventional watch gears which were designed for the same watch under the same conditions has been measured.

The results are as follows.

- 1) The variation rate of torque ratio of I_F gears is about 40% less than that of the conventional watch gears.
- 2) The uniformity of the variation rate of I_F gears is better than that of the conventional watch gears.

1. 緒 言

前報¹⁾では I_F 歯車と種々の時計歯形歯車の特性を比較し, I_F 歯車が優れているということを明らかにした。

そこで本報では前報で論じた I_F 歯車を, 大型腕時計香箱歯車〜二番カナの歯車対として用いることを目的として, その設計を行ない試作品を作成することにする。つづいて中心距離や歯数などの設計条件が I_F 歯車と同じである量産時計歯車の中から数十個を抜取り, I_F 歯車とともにそれらのトルク比変動率を測定し, 両者の比較を行なう。

2. 歯車の設計

2.1 設計条件

大型腕時計の香箱歯車〜二番カナの歯車対として I_F 歯車を用いるにあたり, その設計条件を以下に示す。

中心距離 (A)	: 6.635 mm
駆動歯車歯数 (Z_1)	: 70 枚
被動歯車歯数 (Z_2)	: 10 枚
傾斜角 (α)	: 20°
摩擦係数 (μ)	: 0.2

*原稿受付 昭和45年12月18日。精機学会関西地方定期学術講演会 (昭和45年7月25日) にて発表。

**正 会 員 東北大学工学部 (仙台市荒巻字青葉)

***正 会 員 静岡大学工学部 (浜松市城北 3-5-1)

また腕時計用歯車には, 設計の際に考慮されねばならないつぎのような寸法制限がある。

- i) 歯先曲率半径 (c_k) は 0.030 mm 以上に, 頂隙 (c_k) は 0.040 mm 以上に, 背隙 (c_0) は 0.030 mm 以上にとることが望ましい。
- ii) 本設計では, 時計内部の寸法関係より, 香箱歯車の外径 (d_{k1}) は 11.900 mm 以下に, 香箱内部のゼンマイの大きさより, 香箱歯車歯底径 (d_{f1}) は 11.050 mm 以上にとる。

2.2 設計結果

第3報²⁾における理論式に上記設計条件を適用して歯車の歯形を計算した。結果を表1に示す。

図1は表中の駆動歯車を, 図2は表中の被動歯車をそれぞれ図示したものである。図中の白丸は歯形上でのかみあいの始点, 終点および定点Qに対応する歯形上の点

図1 I_F 香箱歯車歯形 $l=1$ mm

表 1 I_F 香箱歯車～二番カナ歯形

(単位 mm)

θ (度)	x_{1i}	y_{1i}	x_{1j}	y_{1j}	x_{2i}	y_{2i}	x_{2j}	y_{2j}
70	0.	5.83200	0.	5.83200	0.	0.80300	0.	0.80300
69	0.00495	5.81866	-0.00161	5.83627	-0.00536	0.81663	0.00136	0.79916
68	0.01061	5.80402	-0.00381	5.84172	-0.01238	0.83213	0.00274	0.79509
67	0.01700	5.78806	-0.00668	5.84842	-0.02135	0.84949	0.00410	0.79082
66	0.02420	5.77073	-0.01033	5.85644	-0.03260	0.86867	0.00540	0.78643
65	0.03223	5.75202	-0.01487	5.86584	-0.04645	0.88957	0.00663	0.78198
64	0.04116	5.73190	-0.02042	5.87667	-0.06324	0.91206	0.00774	0.77755
63	0.05103	5.71034	-0.02710	5.88898	-0.08333	0.93598	0.00871	0.77323
62	0.06188	5.68732	-0.03503	5.90282	-0.10708	0.96110	0.00953	0.76911
θ'	0.06510	5.68062	-0.03750	5.90697	-0.11441	0.96829	0.00973	0.76801
61	0.07378	5.66280	-0.04438	5.91824	-0.13483	0.98713	0.01018	0.76529
60	0.08676	5.63677	-0.05527	5.93528	-0.16694	1.01375	0.01067	0.76187
59	0.10088	5.60921	-0.06789	5.95397	-0.20372	1.04056	0.01099	0.75896
58	0.11618	5.58008	-0.08238	5.97433	-0.24550	1.06710	0.01117	0.75668

表 2 設計結果 (単位 mm)

名 称	香箱歯車	二番カナ
摩擦係数 μ	0.2	0.2
歯 数 Z	70	10
外 径 d_k	11.890	1.998
基準円径 d	11.664	1.606
基礎円径 d_g		1.509
歯 底 径 d_f	11.142	1.260
歯先円半径 ρ_k	0.050	0.040
歯底円半径 ρ_f	0.080	0.040
基準円半径 r	5.8320	0.8030
歯 厚 s	0.1745	0.2523
モジュール m	0.1666	0.1606

図 2 I_F 二番カナ歯形 1=1 mm

を示す。歯厚は十分な背隙と必要な歯先円半径をもたせるために、駆動歯車に対しては $1/3$ ピッチ、被動歯車に対しては $1/2$ ピッチとし、歯底は寸法制限を考慮して適当な値を選んだ。設計結果を表 2 に示す。

3. 歯車の製作

3.1 ホブの歯形

一般に香箱歯車はホブによって創成される。そこでホブ軸平行断面における歯形、すなわちラックの歯形を求めなければならない。

いま歯車の歯形を $x=x(\theta)$, $y=y(\theta)$ で表わし、ラックの歯形を $X=X(\theta, \lambda)$, $Y=Y(\theta, \lambda)$ で表わすものとする。図 3 は歯車とラックの位置関係を示す。たとえば図の近寄側においては、歯車が $-\lambda$ だけ回転する間に歯形上の一点 G は G' に移り、ラックは $-L\lambda$ だけ移動する。回転後の位置は、

$$X = x \cos \lambda + y \sin \lambda - L\lambda \quad (1)$$

$$Y = x \sin \lambda - y \cos \lambda + L \quad (2)$$

ラックの歯形は次式より導かれる λ を式 (1), (2) に代入

(a) 近寄側

(b) 遠退側

図 3 歯車とラックの位置関係

すれば求まる.

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial \theta} & \frac{\partial Y}{\partial \theta} \\ \frac{\partial X}{\partial \lambda} & \frac{\partial Y}{\partial \lambda} \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

式(1),(2)を θ および λ で偏微分し, 式(3)に代入すれば,

$$L \left(-\frac{\partial x}{\partial \theta} \sin \lambda - \frac{\partial y}{\partial \theta} \cos \lambda \right) = - \left(x \cdot \frac{\partial x}{\partial \theta} + y \cdot \frac{\partial y}{\partial \theta} \right) \quad (4)$$

ここでつぎのような歯車歯形上での条件を考慮する.

$$\frac{\partial x}{\partial \theta} \leq 0, \quad \frac{\partial y}{\partial \theta} \geq 0 \quad (5)$$

ただし複号上位が近寄側, 下位が遠退側である.
式(5)を考慮し, 式(4)より λ を導けば

$$\lambda = \pm \tan^{-1}$$

$$\left[\frac{x \cdot \frac{\partial x}{\partial \theta} + y \cdot \frac{\partial y}{\partial \theta}}{\sqrt{L^2 \left\{ \left(\frac{\partial x}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \theta} \right)^2 \right\} - \left(x \cdot \frac{\partial x}{\partial \theta} + y \cdot \frac{\partial y}{\partial \theta} \right)^2}} \right] + \tan^{-1} \left[\frac{\frac{\partial y}{\partial \theta}}{\frac{\partial x}{\partial \theta}} \right] \quad (6)$$

以上求めた関係を I_F 歯車に適用してラックの歯形を求めるには, 媒介変数 θ のそれぞれの値に対して以下の諸式による計算を行ない λ を求め, それを式(3),(4)に代入すればよい.

なお x, y については第1報³⁾式(10), (11)を, $p_1, \sigma_1, dp_1/d\sigma_1$ については第3報式(21), (22), (42)を用いる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \theta} = & \left\{ \frac{\partial p_1}{\partial \theta} - \left(\frac{dp_1}{d\sigma_1} \right) \frac{\partial \sigma_1}{\partial \theta} \right\} \cos(\sigma_1 + \alpha) \\ & - \left\{ p_1 \frac{\partial \sigma_1}{\partial \theta} + \frac{\partial \left(\frac{dp_1}{d\sigma_1} \right)}{\partial \theta} \right\} \sin(\sigma_1 + \alpha) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial \theta} = & \left\{ \frac{\partial p_1}{\partial \theta} - \left(\frac{dp_1}{d\sigma_1} \right) \frac{\partial \sigma_1}{\partial \theta} \right\} \sin(\sigma_1 + \alpha) \\ & + \left\{ p_1 \frac{\partial \sigma_1}{\partial \theta} + \frac{\partial \left(\frac{dp_1}{d\sigma_1} \right)}{\partial \theta} \right\} \cos(\sigma_1 + \alpha) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial \theta} = -L_1 \sin \theta \pm L_2 \cot \gamma \cdot \cos \theta \quad (9)$$

$$\frac{\partial \left(\frac{dp_1}{d\sigma_1} \right)}{\partial \theta} = (L_1 + L_2) \cos \theta \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_1}{\partial \theta} = & \frac{\mp L_2 (L_1 + L_2) \cos \theta}{\mu (L_1 + L_2) \{ L_{g2} - (L_1 + L_2) \sin \theta \}} - \frac{L_1}{L_1 + L_2} \\ & + \frac{L_1 \cdot L_{g2}^2}{2(L_1 + L_2) \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \sqrt{(L_1 + L_2)^2 - L_{g2}^2}} \\ & - \left[\frac{1}{L_{g2} \cdot \tan \frac{\theta}{2} - (L_1 + L_2) - \sqrt{(L_1 + L_2)^2 - L_{g2}^2}} \right. \\ & \left. - \frac{1}{L_{g2} \cdot \tan \frac{\theta}{2} - (L_1 + L_2) + \sqrt{(L_1 + L_2)^2 - L_{g2}^2}} \right] \quad (11) \end{aligned}$$

3.2 歯車の試作

図4は求めたホブの歯形を示す. このような歯形をもつホブを作成し, それによって香箱歯車を創成した. また二番カナはシングルカッタにより切削した. シングルカッタの刃形の実質部は図2における歯と歯の間の空間部分である.

試作歯車を図5, 図6に示す. 図7は香箱歯車と二番カナがかみあっている状態である. これらの写真は図1,

図4 I_F 歯車の歯を創成するホブの歯形 1=1mm

図5 試作 I_F 香箱歯車

図 6 試作 I_F 二番カナ歯車 図 7 試作 I_F 歯車対のかみあわせ

図2とよく一致している。すなわち試作歯車は十分に注意して作られたものであるということがわかる。

4. トルク比変動率の測定

4.1 測定方法

パレル仕上げを施された試作 I_F 歯車 30 組と、中心距離、歯数などの設計条件が I_F 歯車と同じである量産時計歯車 30 組を選び、それぞれを時計に組込んで、アンプリスクリプトによりトルク比変動率の測定を行なった。その手順を以下に示す。

- i) 時計本体をランダムに 15 個づつ、a, b ブロックに分ける。
- ii) a の 15 個に時計歯車の香箱歯車～二番カナを組込む。
- iii) b の 15 個に I_F 歯車の歯車対を組込む。
- iv) 上記 30 個をアンプリスクリプトにより測定する。
- v) a の 15 個を I_F 歯車に組みかえる。
- vi) b の 15 個を時計歯車に組みかえる。
- vii) 上記 30 個をアンプリスクリプトにより測定する。

なおアンプリスクリプトとは、歯車列のトルク変動によってテンプの振幅が変化するが、そのテンプの振れの反作用により生ずる時計全体の微小振動を記録し、その結果からトルク変動をよみとる装置である。

図 8 はアンプリスクリプト記録紙からトルク比変動率

図 8 曲り量および変動率の定義

図 9 トルク比変動率測定結果の一例

図 10 変動率の分布

を導くための図である。

4.2 測定結果

結果の一例を図 9 に示す。図中時計歯車における大きな周期の波は、求めようとする香箱歯車～二番カナの歯車対によるものであり、小さな周期の波は、二番歯車～三番カナおよびそれ以後の歯車によるものである。 I_F 歯車における波もまた同様である。この例では、 I_F 歯車のトルク比変動率は時計歯車のそれに比べ非常に少ない。

図 10 は変動率の分布を示す。また表 3 は全測定結果をまとめたものである。これらの図および表よりつぎのことが導かれる。

- i) I_F 歯車のトルク比変動率は理論的には零になるはずであるが、わずかな製作誤差、組立誤差などによって、数%の変動率が記録されたものと思われる。それでも本測定では変動率は、時計歯車に比べ約 40% 減少している。

表 3 測定結果のまとめ

		I _F 歯車	時計歯車	(時計-I _F)/時計
変動率	$\bar{x}$	3.47%	6.05%	42%
	σ	0.86	1.45	
曲り量	c	0.56cm	0.97cm	43%

ii) I_F 歯車は時計歯車に比べ, 変動率値のばらつき具合も少なくなっている. この理由は, 一つは時計歯車が量産品であるのに対し I_F 歯車は小量生産で注意深く作られたためと考えられ, 一つは組立誤差のうちで大きな部分を占めている中心距離誤差に対して, I_F 歯車のほうが鈍感であるためと考えられる.

以上の結果より, I_F 歯車は時計用歯車として有効であると判断される.

5. 結 論

1. I_F 歯車を創成するホブの歯形を導いた.

2. I_F 歯車の試作品を作成した. つづいて I_F 歯車と設計条件が同じである量産時計歯車とともに, トルク比変動率の測定を行なった. その結果, 前者は後者に比べ約 40% 変動率が少なくなり, 変動率値のばらつき具合も少なくなった.

3. 測定結果より, I_F 歯車は機械時計用歯車として有効であるということがわかった.

なお, 本報における測定は, 株式会社第二精工舎のご協力によって行なわれたものである. ここに謝意を表す.

参 考 文 献

- 1) 酒井高男, 森田信義: トルク比一定の歯車に関する研究 (第4報), 精密機械, **37**, 6 (1971) 410.
- 2) 酒井高男, 森田信義: トルク比一定の歯車に関する研究 (第3報), 精密機械, **37**, 4 (1971) 261.
- 3) 酒井高男, 森田信義: トルク比一定の歯車に関する研究 (第1報), 精密機械, **34**, 4 (1968) 265.