研 究

深 絞 り の 解 析*

—最大ポンチ力を求める解法—

佐 川 武 俊** 竹 山 寿 夫**

Analysis on the Deep Drawing of a Circular Blank of Sheet Metal

—Analytical Method for Obtaining the Maximum Punch Load—

Taketōshi SAGAWA, Hisao TAKEYAMA

The axisymmetrical deep drawing of a circular blank of sheet metal with a punch of semi-spherical type and a die is analysed by means of both the strain incremental theory and the logarithmic total strain theory, taking work hardening and anisotropy into consideration and neglecting elastic strains and bending effect.

This paper presents the analytical method obtaining the maximum punch load in the deep drawing.

There is good agreement between the punch load-stroke diagrams by both theories.

The theoretical relations between the maximum punch loads and various operating variables are in qualitatively close agreement with the experimental ones which have been obtained.

1. ま え が き

深絞りはプレス加工の面で多用されており，実用性の高い加工法である．そのため多くの理論解析の対象となり，室田¹⁾，山田²⁾，守時³⁾ らによる全ひずみ理論に基づく解析，および山田³⁾，D.M. Woo⁴⁾，小林，Chiang⁵⁾ らのひずみ増分理論に基づく解析がある．このうち加工力の最大値，すなわち最大ポンチ力を求めたものとしてはダイスに接している素材の変形だけを取扱った研究¹⁾があるけれども，素材全体の変形を解析して最大ポンチ力を求めたという研究はみあたらない．D.M. Wooの研究では素材全体の変形を考慮した上でポンチカーボンチ行程線図が求められているが，行程が進むにつれてポンチ力が減少する部分は求められておらず，この研究で得られたポンチ力の最大値が確かに最大ポンチ力であるという保証はなかった．

そこで，本研究では金属薄板の円板の深絞りで，加工が進むにつれてポンチ力が低下するまでの解を，素材全体の変形を考慮して求めて，最大ポンチ力を決定することを主な目的とした．

解析はひずみ増分理論と全ひずみ理論とに基づいて行なった．対象としたのは球形ポンチと平面ダイスによる定圧式しわ押え方式の深絞りである．

解析は金属円板（以後ブランクと記す）を四つの領域（図1参照：ポンチ部 OP 間，側壁部 PD 間，ダイス曲率部 DF 間，ダイス平面部 FE 間）にわけて行なった．

ポンチ力が最大になり，つぎに低下し始めるまでの行程はブランクの変形状態に応じて，つぎの二つに分けることができる．

- (1) ブランク全体が塑性変形する段階．
- (2) ポンチに接している要素は除荷に入るが，それ以外の要素は塑性変形する段階．

以後これらをⅠの段階，Ⅱの段階と記す．

記 号

ξ, ζ : 半径および軸方向座標

θ : 傾き角

l : 中心から試料要素に沿って測った長さ

図 1 深絞りの諸元

*原稿受付 昭和47年4月14日．昭和46年度精機学会東北支部学術講演会（昭和46年3月13日）にて発表．

**正 会 員 東北大学工学部（仙台市荒巻字青葉）

$$\partial \epsilon_l = \frac{\partial \epsilon_g}{(1+r)\sigma_g} \{ (1+r)\sigma_l - r\sigma_t \} \quad (12)$$

$$\partial \epsilon_t = \frac{\partial \epsilon_g}{(1+r)\sigma_g} \{ (1+r)\sigma_t - r\sigma_l \} \quad (13)$$

ただし

$$\sigma_g = \left(\sigma_l^2 + \sigma_t^2 - \frac{2r}{1+r} \sigma_l \sigma_t \right)^{1/2} \quad (14)$$

$$\partial \epsilon_g = \frac{1+r}{\sqrt{1+2r}} \left\{ (\partial \epsilon_l)^2 + (\partial \epsilon_t)^2 + \frac{2r}{1+r} \partial \epsilon_l \partial \epsilon_t \right\}^{1/2} \quad (15)$$

塑性変形は体積が一定に保たれるものとして

$$\epsilon_l + \epsilon_t + \epsilon_z = 0 \quad (16)$$

これと(1)式の第3式から ϵ_z を消去して

$$z = z_0 \exp(-\epsilon_l - \epsilon_t) \quad (17)$$

材料の加工硬化は n 乗則で近似して

$$\sigma_g = F \epsilon_g^n \quad (18)$$

(12), (13), (15)式から ∂ を除外したものが全ひずみ理論での応力ひずみの関係である。それを応力について解くと次式を得る。

$$\sigma_l = \frac{1+r}{1+2r} \frac{\sigma_g}{\epsilon_g} \left\{ (1+r)\epsilon_l + r\epsilon_t \right\} \quad (19)$$

$$\sigma_t = \frac{1+r}{1+2r} \frac{\sigma_g}{\epsilon_g} \left\{ r\epsilon_l + (1+r)\epsilon_t \right\} \quad (20)$$

(18)式を考慮すると

$$\sigma_l = \frac{1+r}{1+2r} F \epsilon_g^{n-1} \{ (1+r)\epsilon_l + r\epsilon_t \} \quad (21)$$

$$\sigma_t = \frac{1+r}{1+2r} F \epsilon_g^{n-1} \{ r\epsilon_l + (1+r)\epsilon_t \} \quad (22)$$

2.4 幾何学的関係式

(a) ポンチ部

$$\xi = r_p \sin \theta \quad (23)$$

(1)式の第2式を上式に代入して

$$\theta = \sin^{-1} (se^{\epsilon_l} / r_p) \quad (24)$$

(b) 側壁部

$$\frac{\partial \zeta}{\partial l} = \sin \theta \quad (25)$$

(1)式の第1式を考慮すると

$$\frac{\partial \zeta}{\partial s} = \sin \theta e^{\epsilon_l} \quad (26)$$

(c) ダイス曲率部

$$\xi = r_h + r_d (1 - \sin \theta) \quad (27)$$

(1)式の第2式を考慮すると

$$\theta = \sin^{-1} \{ (r_h + r_d - se^{\epsilon_l}) / r_d \} \quad (28)$$

(d) ダイス平面部

$$\theta = 0 \quad (29)$$

3. ひずみ増分理論による解析

以上の諸式から各領域の解を求めることができる。ポンチ部では(2)式に(24)式を代入して θ を消去した式、(5)式に(6)式と(24)式を代入して p と θ を消去した式、(12)式、(14)式、(15)式、(17)式、(18)式を用いることにより $\epsilon_l, \epsilon_t, \epsilon_g, \sigma_l, \sigma_t, \sigma_g, z$ が求まる。側壁部では(2)式、(7)式、(8)式、(12)式、(14)式、(15)式、(17)式、(18)式、(26)式を用いることにより $\epsilon_l, \epsilon_t, \epsilon_g, \sigma_l, \sigma_t, \sigma_g, z, \theta, \zeta$ が求まる。ダイス曲率部では(2)式に(28)式を代入して θ を消去した式、(9)式に(10)式と(28)式を代入して p と θ を消去した式、(12)式、(14)式、(15)式、(17)式、(18)式を用いることにより $\epsilon_l, \epsilon_t, \epsilon_g, \sigma_l, \sigma_t, \sigma_g, z$ が求まる。ダイス平面部では(2)式に(29)式を代入して θ を消去した式、(11)式、(12)式、(14)式、(15)式、(17)式、(18)式を用いることにより $\epsilon_l, \epsilon_t, \epsilon_g, \sigma_l, \sigma_t, \sigma_g, z$ が求まる。

解は時間の増分 $\partial \rho$ と場所の増分 Δs を適当にとって求める。時点 ρ 、場所 s の解はこの時点で既知であるところの場所 $s - \Delta s$ までの解から ϵ_t と $(\sigma_t z)$ を外挿し、これらの値を基にして応力ひずみの関係式を解き、 $\epsilon_l, \epsilon_g, \sigma_l, \sigma_t, \sigma_g, z$ を求める。これで s における $\partial \epsilon_l / \partial s, \partial(\sigma_t z) / \partial s$ の値が求まるので、つぎに内挿により ϵ_t と $(\sigma_t z)$ を修正する。そして $\epsilon_t, (\sigma_t z)$ がともにある誤差範囲内に収束するまで内挿による修正を繰返して解を得る。側壁部の積分では $\epsilon_t, (\sigma_t z)$ の他に θ, ζ も外挿内挿による逐次近似積分により求まる。

3.1 I の段階の解析手順

時間のパラメータ ρ としてはこの段階では単調に増加する量と考えられる中心ひずみ ϵ_0 を与える。場所に関する積分は中心 ($s=0$) から外周 ($s=s_p$) に向けて行なう。

各領域の境界ではひずみ、応力、板厚、傾き角を連続にして解を接続する。

$s=0$ ではつぎの量が与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_l = \epsilon_t = \frac{\epsilon_g}{\sqrt{2(1+r)}} = \epsilon_0 \quad z = z_0 e^{-2\epsilon_0} \\ \sigma_l = \sigma_t = \sqrt{\frac{1+r}{2}} \sigma_g = \sqrt{\frac{1+r}{2}} F (\sqrt{2(1+r)} \epsilon_0)^n \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

以上の値を出発値としてポンチ部の積分を行なう。 s を0から Δs ずつ増やしてある s のところまで積分した後で適当に仮定した $s=s_p$ のところから側壁部の積分に移る。

側壁部の積分の出発値のうち $\epsilon_l p, \epsilon_t p, \epsilon_g p, \sigma_l p, \sigma_t p, \sigma_g p, z_p$ はポンチ部の解から決定される。また出発値 θ_p と ζ_p はポンチ形状の幾何学的関係から決定される。

$$\theta_p = \sin^{-1} \left(\frac{1}{r_p} s_p e^{\epsilon_t p} \right) \quad \zeta_p = r_p (1 - \cos \theta_p) \quad (31)$$

側壁部の積分を続けていくと、やがてある点で次式が成立するようになる。

$$\xi = s e^{\epsilon_t} = r_h + r_d (1 - \sin \theta) \quad (32)$$

これはプランクがダイスの肩に接触することを意味する。この接触点で側壁部の積分が終る。ただ s_p として大きな値をとりすぎると、側壁部の積分中、 $\xi < r_h$ で $\theta > \pi/2$ になってしまい、プランクがダイスに接触することがなくなるので、この時は s_p を修正し、小さくして積分をやり直す必要が生じる。

ダイスへの接触点の解 $\epsilon_{ld}, \epsilon_{td}, \epsilon_{gd}, \sigma_{ld}, \sigma_{td}, \sigma_{gd}, z_d$ を出発値としてダイス曲率部の積分を行なう。積分を続けていくとある点で

$$\xi = s e^{\epsilon_t} = r_h + r_d \quad (33)$$

が成立するようになる。これはプランクがダイスの平面にでることを意味し、ここでダイス曲率部の積分が終る。

この点の $\epsilon_{lf}, \epsilon_{tf}, \epsilon_{gf}, \sigma_{lf}, \sigma_{tf}, \sigma_{gf}, z_f$ を出発値としてダイス平面部の積分を行ない、 $s = s_e$ になった時に終了する。

$s = s_e$ で後で述べる境界条件 (34) 式が満たされていれば現時点の解が確定する。満たされない場合には前に戻って s_p を修正し側壁部、ダイス曲率部、平面部の積分をし直す。

場所に関する積分は $ds =$ 一定の有限間隔で行なうので各領域の境界の初期半径座標 s_p, s_d, s_f が実際に積分した点と一致しない場合が大部分である。その時の各境界の解はそこをはさむ2点または3点の解から内挿によって求めた。また $s=0$ では微係数が $0/0$ の形にならないような適合条件式と平衡方程式を用いてある。

外周 $s = s_e$ での境界条件はその力の平衡から規定される。プランクは絞り込まれると外周がもっとも厚くなるのでしわ押え力はそこにだけ作用すると仮定することができる。そこではしわ押え力のために生ずる摩擦力とプランクを絞り込もうとする力が釣合っている。すなわち

$$s = s_e \text{ で } (\sigma_{lz})_e = 2\mu_d h_{l0} \frac{s_e}{\xi_e} = 2\mu_d h_{l0} \exp(-\epsilon_{te}) \quad (34)$$

ポンチ力 P はポンチ部と側壁部の境界点の解から求まる。

$$P = 2\pi \xi_p (\sigma_{lz})_p \sin \theta_p = 2\pi s_p e^{\epsilon_t p} (\sigma_{lz})_p \sin \theta_p \quad (35)$$

ポンチ行程 ζ_s は図1のOP間の高さ ζ_p とPD間の高さ ζ_f とDF間の高さ ζ_r の和 $\zeta_p + \zeta_f + \zeta_r$ である。 ζ_p と ζ_r は点P, Dの座標 s と円周ひずみ ϵ_t がきまれば幾何

学的関係から容易に求まる直であり、また ζ_f は側壁部の幾何学的関係式を積分することによって得られる値である。

ρ としての ϵ_o を大きくしていくと加工がより進んだ解を得ることができる。しかし ϵ_o がある値以上になると、側壁の一点で $\delta\epsilon_t = 0$ かつ $(\sigma_{lz}) < (1+r)(\sigma_{lz})_l / \sqrt{1+2r}$ (添字1は一段階前の時刻における値を示す) となる。これはこの点で中立変化するが除荷に入るかを意味する。いまプランク中心から積分してきて、この点が除荷になるとすればこの点より外周側の領域は除荷に入るものと考えられ、プランクはこれ以上絞り込まれないことになり、カップは完成しないことになる。しかし現実にはカップはでき上っているのであるから、この点は除荷に入るのではなく中立変化をし、それより外側の領域は塑性変形を続けると考えるのが妥当であると思われる。したがってある ϵ_o 以上では中立変化を考慮して解を求めた。

ϵ_o をさらに大きくすると境界条件(34)式を満足するような解は存在しなくなる。すなわち s_p をいろいろ変えても $s = s_e$ では $(\sigma_{lz})_e > 2\mu_d h_{l0} (s_e / \xi_e)$ となる。これは ϵ_o を大きくしすぎたために起きたことであり、Iの段階の終了を意味する。

3.2 II 段階の解析手順

Iの段階が終了した後に、除荷領域がプランクに発生するが、除荷領域と塑性変形領域の境界（すなわち剛塑境界）はポンチ部と側壁部の境界であることをつぎのようにして説明することができる。

ポンチ部の内部に剛塑境界が存在するならば、境界に隣接する塑性変形部分は張出ししか絞りの変形をすることになる。もし、そこが張出し変形をする解が求まるならば、プランクの中心だけが除荷に入った時点の解も求まる筈である。そして、その解は ϵ_o に $\epsilon_{om} + \delta\epsilon_o$ (ϵ_{om} : 段階I終了時の ϵ_o , $\delta\epsilon_o$: 正の微小量) を与えIの段階の変形として求めた解と同じになる筈である。けれども $\epsilon_o = \epsilon_{om} + \delta\epsilon_o$ を与えた時の解は存在しない。したがってポンチ部の内部に剛塑境界が存在し、それに隣接する部分が張出し変形をするような場合は考えられない。また逆にポンチ部の内部に剛塑境界が存在し、それに隣接する塑性変形部分が絞り変形することも考えられない。なぜなら、ポンチ部の要素はポンチに接していて板厚方向への動きが拘束されており、ポンチプロフィールに沿って移動しなければならないのにもかかわらず、内側には剛塑境界があって内側への動きも拘束されるからである。

つぎに深絞りの除荷の条件について考える。

一軸の引張りでは材料がくびれを起こしていない限り引張力が減れば除荷に入る。このことから推測して、深絞りにおいて変形の原因になる半径方向張力 T が減れば除荷に入るものと思われる。

$$\partial T = \partial(2\pi s e^{\epsilon_t} \sigma_{tz}) = 2\pi s e^{\epsilon_t} \{(\sigma_{tz}) \partial \epsilon_t + \partial(\sigma_{tz})\} \leq 0$$

除荷に入る要素では $\partial \epsilon_g = 0$, すなわち $\partial \epsilon_l = 0$, $\partial \epsilon_t = 0$ であるから $\partial T \leq 0$ には $\partial(\sigma_{tz}) \leq 0$ が対応する。したがって深絞りの除荷の条件は

$$\partial \epsilon_g = 0 \quad \partial(\sigma_{tz}) \leq 0$$

であると考えられる。

ρ としてプランク外周の半径 ξ_0 を選び、場所に関する積分はプランク外周から側壁がポンチに接触する点(すなわち剛塑境界)に向けて行なった。適当に ξ_0 を与えると(1)式の第2式から ϵ_{te} が決定される。また(4)式から $(\sigma_{tz})_0$ が決定される。これら二つの値がわかるので応力とひずみの関係式を解いて ϵ_{te} , ϵ_{ge} , σ_{te} , σ_{ge} , z_0 が決定される。これらの値を出発値としてダイス平面部の積分を $s = s_0$ から $\xi = r_h + r_d$ に対応する s まで行ない、そこからダイス曲率部の積分に移る。この領域の積分はある点 $s = s_d$ まで行なう。この $s = s_d$ の点から側壁部の積分に移る。 s_d の値はプランクがポンチに接した点で除荷に入るように選ぶ。ポンチ力 P は点 $s = s_d$ の解から決定できる。ポンチ行程 ζ_0 は I の段階の場合と同じく各領域の高さの和である。

4. 全ひずみ理論による解析

全ひずみ理論で解析するにあたっては、(21)式と(22)式を使って平衡方程式をひずみ成分で表わし、それと適合条件、幾何学的関係式を連立させて解 $\epsilon_l, \epsilon_t, \theta, \xi, \zeta$ を決定し、その後で ϵ_l, ϵ_t から応力 σ_l, σ_t を決定した。また積分の独立変数は数値計算の簡便さのため、各領域で異なったものを用いた。

ポンチ部 : ポンチ角度 θ

側壁部 : 試料要素に沿う長さ l

ダイス曲率部 : ダイス角度 θ

ダイス平面部 : 半径座標 ξ

各領域の基礎方程式はつぎのようになる。

(a) ポンチ部

$$\frac{d\epsilon_t}{d\theta} = \frac{1}{\sin \theta} (\cos \theta - e^{\epsilon_t - \epsilon_l}) \quad (37)$$

$$A \frac{d\epsilon_l}{d\theta} + B \frac{d\epsilon_t}{d\theta} + (\epsilon_l - \epsilon_t) \cot \theta - \mu_p (1 + 2r) (\epsilon_l + \epsilon_t) = 0 \quad (38)$$

$$A = (1 + r) - (\epsilon_l + r\epsilon_l + r\epsilon_t) + \frac{n-1}{1+r} \frac{(\epsilon_l + r\epsilon_l + r\epsilon_t)^2}{\epsilon_l^2 + \epsilon_t^2 + \frac{2r}{1+r} \epsilon_l \epsilon_t}$$

$$B = r - (\epsilon_l + r\epsilon_l + r\epsilon_t)$$

$$+ \frac{n-1}{1+r} \frac{(\epsilon_l + r\epsilon_l + r\epsilon_t)(r\epsilon_l + \epsilon_l + r\epsilon_t)}{\epsilon_l^2 + \epsilon_t^2 + \frac{2r}{1+r} \epsilon_l \epsilon_t} \quad (39)$$

(b) 側壁部

$$\frac{d\epsilon_t}{dl} = \frac{1}{\xi} (\cos \theta - e^{\epsilon_t - \epsilon_l}) \quad (40)$$

$$A \frac{d\epsilon_l}{dl} + B \frac{d\epsilon_t}{dl} + \frac{(\epsilon_l - \epsilon_t) \cos \theta}{\xi} = 0 \quad (41)$$

A, B: (39)式

$$\frac{d\theta}{dl} = - \frac{r\epsilon_l + (1+r)\epsilon_t \sin \theta}{(1+r)\epsilon_l + r\epsilon_t \xi} \quad (42)$$

$$\frac{d\xi}{dl} = \cos \theta \quad (43) \quad \frac{d\zeta}{dl} = \sin \theta \quad (44)$$

(c) ダイス曲率部

$$\frac{d\epsilon_t}{d\theta} = - \frac{r_d}{r_h + r_d(1 - \sin \theta)} (\cos \theta - e^{\epsilon_t - \epsilon_l}) \quad (45)$$

$$A \frac{d\epsilon_l}{d\theta} + B \frac{d\epsilon_t}{d\theta} - \frac{(\epsilon_l - \epsilon_t) r_d \cos \theta}{r_h + r_d(1 - \sin \theta)} - \mu_d \left\{ \epsilon_l + r\epsilon_l + r\epsilon_t - \frac{(r\epsilon_l + \epsilon_l + r\epsilon_t) r_d \sin \theta}{r_h + r_d(1 - \sin \theta)} \right\} = 0 \quad (46)$$

A, B: (39)式

(d) ダイス平面部

$$\frac{d\epsilon_t}{d\xi} = \frac{1}{\xi} (1 - e^{\epsilon_t - \epsilon_l}) \quad (47)$$

$$A \frac{d\epsilon_l}{d\xi} + B \frac{d\epsilon_t}{d\xi} + \frac{\epsilon_l - \epsilon_t}{\xi} = 0 \quad (48)$$

A, B: (39)式

I の段階の解析手順は増分論の場合とまったく同じであり、 ρ として中心ひずみ ϵ_0 を与えてポンチ部の積分を行ない、あるポンチ角度 θ_p の点から側壁部の積分に移り、ついでダイス曲率部、平面部と積分した。 θ_p は最初は仮定するが、その後幾度か修正して(4)式が満たされるようにした。

増分論の場合にはある要素がある時点では中立変化をし、その後の時点では塑性変形をするような履歴を考えなければ I の段階の解を得ることができないことがあったけれども、全ひずみ理論では I の段階での中立変化を考慮する必要はなかった。そこで II の段階を解析するに際しては、要素は中立変化をした後で除荷に入ると考えて、有効ひずみの時間増分 $\partial \epsilon_g$ が 0 であることを除荷の条件とした。

計算 $\bar{r}_p=1.0$, $\bar{r}_h=1.1$, $\bar{r}_d=0.4$
条件 $\bar{S}_e=20$, $n=0.27$, $r=1.0$
 $\mu_p=0.1$, $\mu_d=0.1$, $h_{10}=0.008$

図3 両理論に基づくポンチ力
一行程線図

$\partial \epsilon_g = 0$ すなわち

$$\left(\epsilon_{11} + \frac{r}{1+r} \epsilon_{11} \right) \partial \epsilon_{11} + \left(\epsilon_{11} + \frac{r}{1+r} \epsilon_{11} \right) \partial \epsilon_{11} = 0 \quad (49)$$

ただし $\partial \epsilon_{11} = \epsilon_{11} - \epsilon_{11}$, $\partial \epsilon_{11} = \epsilon_{11}$

ρ として剛塑境界を形成する要素の初期半径座標 s_p を選び、積分はそこからプランク外周に向けて行なった。剛塑境界の ϵ_{1p} を仮定し、(49)式から ϵ_{1p} を決定する。またポンチ形状の幾何学的関係や ϵ_{11} の定義から $\bar{s}_p$, $\bar{z}_p$, θ_p が決定できる。これを出発値がそろい、側壁部の積分が可能になる。ついでダイス部の積分を行なう。外周で(34)式が満たされていなければ最初に仮定した ϵ_{1p} を修正する。(34)式が満たされるようになるまで ϵ_{1p} の修正を繰返し正解を得た。

5. 解析結果

5.1 両理論に基づく解析結果の比較

前記の解析によって得られたポンチ力-行程線図は図3に示してあり、両理論に基づく線図はよく一致している。最大ポンチ力時にダイスに接している要素の応力とひずみの分布を図4に示してあり、これも両理論の解はよく一致している。外部から加えるポンチ力は大部分ダイス部の材料に絞り変形を起こさせるのに消費されるの

計算条件: 図3に同じ

図6 最大ポンチ力時のカップ形状

(a) ひずみ分布 (b) 応力分布
計算条件: 図3に同じ, ---増分 ×全ひずみ

図4 ひずみ分布, 応力分布

計算条件: 図3に同じ
図5 プランク周辺部の応力比の推移

であるから、ダイス部の解がよく一致していることはポンチ力もよく一致することに通ずる。ダイス部要素の応力比 σ_{11}/σ_{11} が時間とともにどの程度変化するかを図5に示した。ダイスに接している部分では内側の要素ほど応力比の変化は大きくなっており、このためひずみでは内側の要素ほど両理論の解の差が大きくなっている。しかし応力に関してはひずみほどの差はみあたらない。最大ポンチ力時のカップ形状についても両理論による解の差は大きくなかった。それを図6に示す。

5.2 最大ポンチ力に影響を及ぼす種々の因子

ひずみ増分理論でも全ひずみ理論でも最大ポンチ力 P_{max} はほとんど同じ値になることが遂行した計算結果から確かめられたので、種々の因子が P_{max} にどのように影響するかを全ひずみ理論で調べた。その結果をつぎに示す。ただし図中の△印は全ひずみ理論の解析限界である。

(a) 変形前のプランク直径 D_e

解析結果を図7に示す。 P_{max} と D_e の間には大体直線的な関係がある。プランクが大きくなれば絞り変形を行なう領域が大きくなるので、プランクを絞り込むのに必要な力が大きくなり、その結果としてポンチ力も大きくなる。

計算条件: $\bar{S}_e$, n
以外は図3に同じ

図8 $\bar{P}_{max}-n$

計算条件: μ_p
以外は図3に同じ

図9 $\bar{P}_{max}-\mu_p$

計算条件: μ_d
以外は図3に同じ

図10 $\bar{P}_{max}-\mu_d$

計算条件: $\bar{S}_e$, n
以外は図3に同じ

図7 $\bar{P}_{max}-\bar{S}_e$

計算条件: r 以外は図 3
と同じ

図 11 $\bar{P}_{\max} \sim n$

計算条件: $n, \bar{h}_0, \bar{r}_d$ 以
外は図 3 に同じ

図 12 $\bar{P}_{\max} \sim \bar{r}_d$

(b) 加工硬化指数 n 値

解析結果を図 8 に示す. n 値が大きくなると $P_{\max}/F$ は小さくなる. これは円板やパイプの液圧張出し加工でも圧力の最大値を F で割った値は n 値が大きくなるとともに小さくなるという結果^{6),7)}と同様の現象である.

(c) ポンチ部摩擦係数 μ_p

解析結果を図 9 に示す. μ_p の違いによる $P_{\max}$ の差は小さい.

(d) ダイス部摩擦係数 μ_d

解析結果を図 10 に示す.

μ_d が大きくなると $P_{\max}$ は大体直線的に大きくなる. μ_d が $P_{\max}$ に及ぼす影響は非常に大きい.

(e) 異方性, ランクフォード値 r

解析結果を図 11 に示す. r 値が大きくなると $P_{\max}$ は小さくなる. ただし $r=1.0$ の $P_{\max}$ にくらべて $r=0.6$ から $r=1.4$ の間の $P_{\max}$ の差は 5% 以下であり, r 値の $P_{\max}$ に及ぼす影響は小さいといえる.

(f) ダイス肩半径 r_d

解析結果を図 12 に示す. r_d が大きくなると $P_{\max}$ は直線的に減少する.

む す び

除荷の変形を導入することによりひずみ増分理論, 全ひずみ理論に基づいて, 深絞り加工の行程が進むにつれてポンチ力が減少しはじめるまでの解を求めることができた.

両理論の解を比較してみると, 最大ポンチ力時のポンチ力, ポンチ行程, カップ形状にはほとんど差がないことがわかった.

理論的に得られた最大ポンチ力と加工因子との関係は在来の実験結果と定性的に一致していた.

文 献

- 1) 益田森治, 室田忠雄: 工業塑性力学, 養賢堂 (1968).
- 2) 山田嘉昭: 金属板材の成形性に関する研究, 東京大学生産技術研究所報告, **11**, 5 (1961) 240.
- 3) H. Moritoki, H. Takeyama: The Analytical Investigation on the Deep Drawing of Cylindrical Cups with a Semispherical Punch and a Conical Die, Tech. Rep. Tohoku Univ. **30**, 2 (1965) 201.
- 4) D.M. Woo: On the Complete Solution of the Deep-Drawing Problem, Int. J. Mech. Sci. Pergamon Press, **10** (1968) 83.
- 5) D.C. Chiang, Kobayashi: The Effect of Anisotropy and Work-Hardening Characteristics on the Stress and Strain Distribution in Deep Drawing, Journal of Engineering for Industry, (1966) 443.
- 6) 高橋 寛, 竹山寿夫: 金属円板の静水圧による張出し変形の解析, 日本機械学会論文集, **36**, 281 (1970) 40.
- 7) 洲沢定克, 竹山寿夫: 円筒張出し加工に関する研究, 精密機械, **37**, 8 (1971) 565.