統計的手法による研削機構の考察 (第4報)

—同時研削砥粒切れ刃数と比研削抵抗—

松 井 正 己** 庄 司 克 雄**

Statistical Approach to Grinding Mechanism (4th Report)

—Number of Simultaneously Cutting Points and Specific Grinding Force—

Seiki MATSUI, Katsuo SYŌJI

Values of specific grinding force obtained theoretically from grinding force were considerably larger than the values from experiments of single point cutting. One of reasons for this may be that most of the traditional papers are based on the two-dimensional distribution of cutting points in grinding wheel, that is, they neglect the existence of cutting points which do not cut the work directly, hiding themselves behind preceding cutting points.

In this paper, the specific grinding force in ploughing Cp is introduced instead of the specific grinding force, and its values are obtained from values of the normal force measured in experiments, using the number of simultaneously cutting points and the grain cutting area which are analyzed theoretically on the three-dimensional distribution of cutting points.

In addition, Cp values are given also from experiments of single point cutting. These values are slightly larger than values obtained from grinding forces. This appears to be caused by an essential difference of single cutting in which cutting is made intermittently and grinding in which successively.

1. 緒 言

研削砥石が他の切削工具と異なる特徴の一つに、砥粒切れ刃の微小破碎による自生作用があげられる。したがって研削中の砥粒切れ刃に作用する切削力の大きさを知るとは、他の切削工具の場合よりもむしろ大切である。しかし研削中の個々の砥粒切れ刃に作用する切削力を的確に測定する技術は、まだ満足できるものではない。そこで筆者らは、理論的に砥粒切れ刃の切削断面積の確率分布を求め¹⁾、それにより研削中の砥粒切れ刃に作用する切削力を推定することを試みた。その場合、被削材の被研削性を表わす要素として、単位断面積あたりの研削抵抗（いわゆる比研削抵抗）を知る必要がある。

比研削抵抗を求める方法は二つに大別できる。一つは、単粒による切削を行ない直接切削力と切削断面積を測定して求める方法であり、もう一つは、研削抵抗から理論的に推定する方法である。

従来は測定技術の点で、実際の研削状態に近い状態で切削力を測定することが困難であったために、前者の方

法はダイヤモンドツールによる高速旋削など、近似的な方法がとられていた。しかし最近になって、加速度計²⁾や圧電動力計³⁾などを使った二、三の例が報告されている。

一方、研削抵抗から求める方法は、研削抵抗の測定が容易であり、しかも材料固有の値として比研削抵抗を求めることができ、直ちに研削抵抗が予測できるという意味もあって、多くの解析的研究がなされている⁴⁾。しかしその場合、研削抵抗の測定値にはそれほど差がないにもかかわらず、これを比研削抵抗に換算した値には大きな相違があり、しかもその値は単粒による切削から得られた値に比べて、総体的に大きな値になっている。その原因はいろいろあろうが、その一つに、これまでの理論解析においては、砥石内における砥粒切れ刃の分布を二次元的にとらえ、無効切れ刃***の存在を考慮しなかったこと

*** ここでいう「無効切れ刃」とは、直接被削材の切削にあずからない砥粒切れ刃を意味する。高さの同じ砥粒切れ刃が砥石円筒面に分布する、いわゆる二次元的分布の場合は、すべての砥粒切れ刃が直接切削に関与するが、砥粒切れ刃の高さ方向のばらつきも考慮した三次元的分布では、先行する砥粒切れ刃の陰になって直接切削にあずからない砥粒切れ刃がでてくる。これが「無効切れ刃」である。なお詳しくは下記文献を参照されたい。

松井正己、庄司克雄：研削砥石の有効切れ刃に関する研究，精密機械，34，11（1968）743。

* 原稿受付 昭和47年10月5日。日本機械学会・精機学会東北支部秋田地方講演会（昭和47年6月1日）にて発表。

** 正 会 員 東北大学工学部（仙台市荒巻字青葉）

図1 J , H_m と $E(g_1^2)$ の関係

が考えられる。そこで筆者らは、三次元的分布をもつ場合について同時研削砥粒切れ刃数を求め、研削抵抗の測定値から比研削抵抗値を推定した。

そしてさらに、単石ダイヤによる切削実験も行ない、その切削力を圧電型検出器により測定して比研削抵抗を求め、先に研削抵抗から推定した値と比較した。

2. 研削抵抗の理論値と Cp 値

砥粒切れ刃は平均的に先端角 2α の円すい形で近似され、かつ研削に直接関係する砥石のごく表面部では、三次元的にランダムに分布していると考え、砥粒切れ刃の形状どおりに研削が行なわれると仮定して、砥粒切れ刃の理論的な平均の切削断面積 $\bar{S}_c$ は、

$$\bar{S}_c = E(g_1^2) \tan \alpha \quad (1)$$

ここで $E(g_1^2)$ は、砥粒切込み深さ g_1 の2乗の平均値である。 g_1 の確率密度関数 $f(g_1)$ は、研削条件をパラメータとして理論的に与えられているから¹⁾、 Δ を砥石半径切込み量として、 $E(g_1^2)$ は次式で計算できる。

$$E(g_1^2) = \int_0^{\Delta} g_1^2 f(g_1) dg_1 \quad (2)$$

図1は、砥石半径切込み量 Δ と、そのときの研削仕上面あらさ H_m をパラメータとして、 $E(g_1^2)$ を数値計算した結果である。

さて実際の研削においては、砥粒切れ刃の平均切削断面積は、図2に示すように、材料の盛上がり、クラックの発生、切りくずの再溶着などのために、理論的な平均切削断面積 $\bar{S}_c$ とは違った値となる。そこで両者の比を C として、実際に被削材から力を受ける砥粒切れ刃の平均断面積 $\bar{S}_a$ を、 $\bar{S}_a = C\bar{S}_c$ とする。

筆者らのうちのひとりが、超仕上抵抗の理論解析において仮定したように⁶⁾、研削中の砥粒切れ刃には面圧力 p とそれに垂直な摩擦力 $\mu'p$ が作用すると考えると (図2参照)、砥粒切れ刃に作用する切削力の垂直分力 f_n と

図2 砥粒切れ刃の切削断面積と砥粒切れ刃に作用する力

接線分力 f_t はそれぞれ次のようになる。

$$f_n = \frac{\pi}{2} p \bar{S}_a \tan \alpha = \frac{\pi}{2} CpE(g_1^2) \tan^2 \alpha \quad (3)$$

$$f_t = p \bar{S}_a + \frac{2}{\pi} \operatorname{cosec} \alpha \cdot \mu' f_n \\ = CpE(g_1^2) \tan \alpha + \mu' f_n \quad (4)$$

ここで μ' は被削材と砥粒切れ刃の間の摩擦係数であり、 $\mu = (2/\pi) \operatorname{cosec} \alpha \cdot \mu'$ である。したがって m を平均の同時研削砥粒切れ刃数とすれば、研削抵抗の垂直分力 N と接線分力 T は、それぞれ

$$N = \frac{\pi}{2} Cp m E(g_1^2) \tan^2 \alpha \quad (5)$$

$$T = Cp m E(g_1^2) \tan \alpha + \mu N \quad (6)$$

となる。比研削抵抗 σ_t は、 T をみかけの断面積 $mE(g_1^2) \tan \alpha$ で割ったものであるが、式(6)で右辺の第2項は被削材と砥粒切れ刃面の摩擦によるものであり、それぞれの材質の組合せ、切れ刃の摩滅状態によって異なると考えられる*。そこで直接被削材の掘起しに関与する第1項を、みかけの切削断面積 $mE(g_1^2) \tan \alpha$ で割ったものを掘起しにおける比研削抵抗と考えれば、これは Cp になる。この値は被削材固有の値と考えられるが、従来の比研削抵抗との混乱を避けるために Cp 値とよぶことにする。

3. 平均の同時研削砥粒切れ刃数

砥粒切れ刃を先端角の等しい円すい形と考え、かつ切れ刃は砥石内でランダムに分布していると仮定すれば、筆者らのこれまでの考え方を基にして、同時研削砥粒切れ刃数を理論的に求めることができる。

図3に示すように、被削材中に任意に決めた横断面が

* 式(5), (6)より定義により、

$$\sigma_t = Cp \left(1 + \frac{\pi}{2} \mu \tan \alpha \right)$$

で与えられる。なお筆者らの実験 (松井・庄司: フェライトの研削に関する研究, 精機学会米沢地方講演会前刷, 1969-9, p. 110) によれば、フェライト (GC砥石, 乾式) で $\mu=0.20$ であった。

図3 砥粒切れ刃の切削長さ \$L_c\$ と \$l_c\$ の関係

図4 \$\phi\$ の数値計算結果

砥石軸 \$O\$ を含む \$OA\$ 上にきたときを基準として、任意の砥粒切れ刃までの円周距離 \$s\$ (反時計方向を正) と半径深さの座標 \$\delta\$ を決める。砥粒切れ刃 \$(s, \delta)\$ は、ある時間 \$\tau\$ 経たのち (\$s\$ が負の場合は \$\tau\$ も負) 考えている基準断面を切るが (P 点)、その後被削材に対して描く軌跡の長さを \$l_c\$ とする。

いま砥石軸方向の微小長さを \$df\$ として、\$(s, \delta)\$ の位置に微小体積 \$ds \cdot d\delta \cdot df\$ を考える。この微小体積内に存在する砥粒切れ刃数は、砥粒切れ刃 1 個の占める平均砥石容積を \$W_0\$ とすれば、\$ds \cdot d\delta \cdot df / W_0\$ である。これらの砥粒切れ刃が基準断面との交点 P で被削材を有効に切削している確率は、\$(s, \delta)\$ にある砥粒切れ刃の切削長さを \$L_c\$ とすれば、\$L_c \geq l_c\$ である確率 \$P(L_c \geq l_c)\$ で与えられる。したがって平均の同時研削砥粒切れ刃数は、\$P(L_c \geq l_c) \cdot ds \cdot d\delta \cdot df / W_0\$ を基準断面と交差する砥石部分 \$0 \leq \delta \leq D, -\frac{V}{v} \sqrt{D(D-\delta)} \leq s \leq \frac{V}{v} \sqrt{D(D-\delta)}, 0 \leq f \leq f\$ (砥石研削幅) で積分して得られる。すなわち、

$$m = \frac{1}{W_0} \int_0^f df \int_0^D d\delta \int_{-\frac{V}{v} \sqrt{D(D-\delta)}}^{\frac{V}{v} \sqrt{D(D-\delta)}} P(L_c \geq l_c) ds \quad (7)$$

である。ここで \$V, v, D\$ は、それぞれ砥石周速度、テ

ーブル速度、砥石直径である。

いま

$$\phi = \int_0^D d\delta \int_{-\frac{V}{v} \sqrt{D(D-\delta)}}^{\frac{V}{v} \sqrt{D(D-\delta)}} P(L_c \geq l_c) ds \quad (8)$$

とおけば、\$P(L_c \geq l_c)\$ は第 1 報⁶⁾で与えられるから、\$\phi\$ は \$D\$ および \$H_m\$ をパラメータとして数値計算できる。図 4 はその結果を示したものである。

4. 実験結果

さて \$Cp\$ 値は式 (5) から、

$$Cp = \frac{2N}{\pi m E (g_1^2) \tan^2 \alpha} \quad (9)$$

で与えられる。そこで平面研削実験を行ない研削抵抗の法線分力 \$N\$ を測定し、別にそのときの \$\alpha, H_m, W_0\$ を実測して \$Cp\$ 値を求めた。

研削条件は \$V=1500\$ m/min, \$v=5\$ m/min, \$D=205\$ mm とし、高速度鋼 (SKH4A) の場合は湿式、ねずみ鋳鉄およびフェライト (Zn 系) では乾式で行なった。砥石は WA80HmV, GC80HmV を使用した。目立て後 200 回まで研削をつづけ、その間さまざまな摩耗状態のもとで測定を行なった。研削抵抗 \$N\$ は、弾性リングに半導体ゲージをはった動力計で測定した。砥粒切れ刃の先端角は、黄銅面を砥石作業面でひっかけ、そのひっかけ痕の形状から求めた。また \$W_0\$ は研削仕上面のアボットの負荷曲線から求めた⁶⁾。

表 1 に高速度鋼、鋳鉄、フェライトについての実測値と計算値を、図 5 に切削断面積に対する \$Cp\$ 値を示す。

5. ダイヤモンド単粒による切削実験

5.1 実験装置および方法

平面研削盤を用いて行なわれる単粒切削実験は、ふつう被削材を砥石軸の方向に送って独立した円弧状切削痕を作る方式がとられる場合が多い。筆者らはできるだけ実際の研削に近づける意味で、通常の研削の場合のように砥石軸に垂直な方向に被削材送りを与えて切削した。

図 6 は実験装置を示す。1 はダイヤモンド単粒を埋込んだアルミ円盤、2 は自作の微動送りテーブルでシンクロナスマータ 3 により定速駆動する。4 は圧電素子 (ジルコチタン酸鉛, \$15 \times 15 \times 1\$ t) を用いた検出器を示し、その出力は電荷増幅器を介してシンクロスコープで観察した。砥石軸の振動は切削力のばらつきの原因となるから、特に円盤の釣合いには注意した。また単粒切削を行なう前には、あらかじめ被削材の表面を研削し、被削材をテーブルからはずさず砥石を円盤に替えて切削実験

表1 C_p 値の計算

高速度鋼 $f=3.2 \text{ mm}$								
N (kg)	d (μm)	H_m (μm)	$\tan \alpha$	W_0 (mm^3)	ϕ (mm^2)	m	$E(g_1^2) \tan \alpha$ (mm^2)	C_p (kg/mm^2)
2.9	15	1.9	5.9	0.7×10^{-3}	3.4×10^{-3}	15.5	10.6×10^{-6}	1900
3.9	15	1.4	7.4	0.5	2.6	16.6	8.1	2500
5.8	11	1.7	15.0	1.5	2.6	5.5	19.6	2300
5.4	11	2.5	14.9	5.0	3.6	2.3	35.8	2800
3.3	15	1.6	7.0	0.9	2.9	10.3	9.8	3000
3.9	15	1.6	7.7	0.8	2.9	11.6	10.0	2800
3.9	13	2.0	8.6	1.0	3.1	9.9	14.6	2000
鋳 鉄 $f=4.8 \text{ mm}$								
1.7	17	2.5	6.7	2.1×10^{-3}	4.7×10^{-3}	10.7	16.1×10^{-6}	940
2.6	15	2.3	11.3	3.8	4.1	5.2	27.1	1040
2.9	14	2.5	14.0	6.2	4.2	3.3	37.8	1060
3.0	15	3.0	13.3	8.0	5.2	3.1	49.2	940
1.6	16	1.3	6.9	0.6	2.6	20.8	7.6	930
1.6	17	1.8	6.7	1.1	3.5	15.3	12.1	820
1.4	16	2.0	6.2	1.1	3.8	16.6	12.4	700
1.5	15	2.0	7.2	1.3	3.7	9.9	14.4	930
1.6	13	2.2	8.8	2.0	3.6	8.6	19.4	690
フェライト $f=5.0 \text{ mm}$								
1.14	20	1.6	11.5	1.2×10^{-3}	3.6×10^{-3}	15.0	17.3×10^{-6}	240
1.18	20	0.8	7.0	0.1	2.0	100.0	3.5	310
1.29	20	1.8	7.6	0.9	4.1	22.8	13.7	350
0.93	20	2.6	5.7	1.9	5.5	14.7	18.8	380
2.27	20	1.0	13.4	0.3	2.5	41.7	9.4	280
2.99	20	1.3	17.6	1.1	3.0	13.6	19.4	410

を行なった。半径切込み量は切削痕の形状を触針式あらさ検査機で測定して求めた。形状測定は被削材のほぼ中央で測定したが、両端で測定した場合でも切削痕の深さの差は $1 \mu\text{m}$ 以下であった。

5.2 単粒切削における C_p 値

単粒の円周速度を V 、テーブル速度を v 、単粒の回転直径を D とすると、図7(a)に示すように、座標 $(s, 0)$ にある単粒が基準断面を切削する高さ H は次式で与えられる。

$$H = \frac{1}{D} \left(\frac{v}{V} \right)^2 s^2 \quad (10)$$

したがって1回転前の切削によって切られる切削高さ H' は、

$$H' = \frac{1}{D} \left(\frac{v}{V} \right)^2 (s - \pi D)^2 \quad (11)$$

である。

さて前述したように、ダイヤモンド単粒の先端を先端角 2α の円すいで近似すると、その切削断面面積 Σ_e は図7(b)に示すようになる。切削中に単粒が被削材と接触する

図5 研削抵抗より求めた C_p 値

図6 単粒切削の実験装置

図7 砥粒切れ刃と被削材との接触面の水平投影面積 Σ_e

部分をその前半面と考えると、これを被削材表面へ投影すると図7(c)のようになる。ここでハッチングした部分、すなわち接触面の被削材表面への投影面積 Σ_e は、

図8 $\Sigma \epsilon / \tan^2 \alpha$ の計算値

$$\begin{aligned} \Sigma \epsilon &= \frac{\pi}{2} (A-H)^2 \tan^2 \alpha \\ &\quad - (A-H)^2 \tan^2 \alpha \sin^{-1} \left(\frac{A-H'}{A-H} \right) \\ &\quad - (H'-H)(A-H') \tan^2 \alpha \end{aligned} \quad (12)$$

である。ここで1回転前の切削によって削取られる部分, すなわち図7(b)の扇形部分を二つの三角形によって近似すると, その面積は,

$$\begin{aligned} \Sigma_o &= (A-H)^2 \tan^2 \alpha \cdot \sin^{-1} \left(\frac{A-H'}{A-H} \right) \\ &\quad - (H'-H)(A-H') \tan^2 \alpha \\ &\doteq (A-H')^2 \tan^2 \alpha \end{aligned}$$

となる。したがって式(12)の $\Sigma \epsilon$ は,

$$\Sigma \epsilon = \frac{\pi}{2} (A-H)^2 \tan^2 \alpha - (A-H')^2 \tan^2 \alpha \quad (13)$$

いま $\xi = (v/V\sqrt{DA})s$ によって式(10), (11)を書直すと, それぞれ $H = A\xi^2$, $H' = A\xi^2 - 2\epsilon\sqrt{\frac{A}{D}}\xi + \frac{\epsilon^2}{D}$ である。ここで, $\epsilon = \pi D(v/V)$ 。これらの式を式(13)に代入して,

$$\begin{aligned} \Sigma \epsilon &= \left[\frac{\pi}{2} A^2 (1-\xi^2)^2 \right. \\ &\quad \left. - \left\{ A(1-\xi^2) + 2\epsilon\sqrt{\frac{A}{D}}\xi - \frac{\epsilon^2}{D} \right\}^2 \right] \tan^2 \alpha \end{aligned} \quad (14)$$

である。

筆者らの実験条件の一例として, $V=1500$ m/min, $v=0.158$ m/min, $D=150$ mm, $A=10$ μ m とすると, $\epsilon=50 \times 10^{-3}$ mm となる。これらの値を式(14)に代入して $\Sigma \epsilon / \tan^2 \alpha$ を計算すると, 図8のようになる。図8からもわかるように, $\Sigma \epsilon$ の最大値は $\xi=0$ の近くにあり, この近くでは式(14)の{ }内の第2, 3項は第1項に比べて無視できる。したがって式(14)は,

$$\Sigma \epsilon = 0.57 A^2 (1-\xi^2)^2 \tan^2 \alpha$$

で近似でき, 最大値は,

図9 シンクロスコープで観測した単粒による切削力の一例

図10 切削痕の形状・測定の一例

$$\Sigma \epsilon_m = 0.57 A^2 \tan^2 \alpha \quad (15)$$

になる。

一方, $\Sigma \epsilon_m$ に対応する円すい切れ刃の切削方向に垂直な切削断面積 Σ_{cm} は,

$$\Sigma_{cm} = \Sigma \epsilon_m / \frac{\pi}{2} \tan \alpha = 0.36 A^2 \tan \alpha \quad (16)$$

で与えられる。

さて, 単粒切れ刃の場合にも砥粒切れ刃と同様の力が作用すると考えると, 切削力の法線分力の最大値 f_n は式(3)と同様,

$$f_n = C_p \Sigma \epsilon_m \quad (17)$$

で与えられる。したがって C_p 値は, f_n と $\Sigma \epsilon_m$ を知ることによって求められる。

5.3 単粒切削の実験結果

図9はシンクロスコープで観測した切削力の一例であり, 図10は切削痕の形状測定の一例である。

最初に単粒の先端角の影響を知るために, 図11(a)に示すような形状をもつ2種のダイヤモンドによって切削を行なった。図11(b)は, 実測した f_n と A , $\tan \alpha$ から式(15), (17)に従って C_p 値を求め, 式(16)によって計算した平均切削断面積 Σ_{cm} に対してプロットしたものである。この結果によれば, 単粒切れ刃の形状の差異による影響はほとんど認められないが, C_p 値は Σ_{cm} が小さくなるに従って大きくなる傾向にあり, いわゆる寸法効果を示している。

図11 単粒の先端角の Cp 値に及ぼす影響 図12 砥石周速度の Cp 値に及ぼす影響 図13 各種材料の Cp 値

図12は切削速度の影響を調べたものである。S45Cについて、切削速度を250~1500 m/minまで変えて切削を行なったが、この範囲内では切削速度が大きくなるに従って、 Cp 値はわずかながら小さくなっているように思われる。なおこの場合 v/V はほぼ一定 (約1/8000) になるように配慮した。図13はSKH4A, SK2, フェライト (Zn系) の3種について、 $V=1500 \text{ m/min}$, $v=0.158 \text{ m/min}$ として Cp 値を求めた結果である。

6. 考 察

研削抵抗の実測値から解析的方法によって推定した

Cp 値は、図5に示したようになりばつづく。これは、特に砥粒切れ刃密度 ($1/W_0$) についての精度の高い測定法が確立されていないことによるものと思われる。

一方、単粒切削から得た Cp 値は、研削抵抗より得た値に比べてやや大きく、かつ明瞭な寸法効果を示している。このように単粒切削から得た値が大きくなる理由は、次のように考えられる。一つは田中ら⁸⁾が指摘しているように、単粒切削の場合は切削が断続的であるため、切削における被削材の温度上昇は砥粒切れ刃と被削材の接触部のごく表層部に限られ、被削材の軟化による面圧力 p の低下がほとんどないのに対して、実験の研削の場合は連続的に切削が行なわれるため、温度上昇に伴う面圧力 p の低下が起こる。次に考えられるのは、単粒切削と実際の研削における切削時の盛上がり現象の相違である。例えば図10の切削痕のプロファイルによれば、切削痕の断面積にほぼ等しい量が溝の両側に盛上がっている。これは被削材の大部分が削取られずに側縁に盛上がっていることを示すものと考えられる。しかし実際の研削においては、このように ploughing のみが行なわれるということもあり得ず、かならず材料の分離除去が行なわれるのであるから、両者の盛上がり現象は異なったものであろう。これらの説明は、あくまで推測の域を出ない。最近、喜田ら⁹⁾によって切削痕の干渉現象について興味ある研究が報告されているが、今後このような研削における根本的な現象についての研究が期待される。

7. 結 言

従来、研削抵抗の値より推定して求めた比研削抵抗は、単粒切削実験などによって求めた値よりもかなり大きな値が報告されていた。この一つの原因は、砥石内における砥粒切れ刃の分布を二次元的に考えていることにあると思われる。すなわち従来の理論では無効切れ刃の存在を無視しているために、解析的に得られる砥粒切れ刃の切削断面積が著しく小さくなる。そこで三次元的な切れ刃分布をもつ砥石を仮定して求めた平均の同時研削砥粒切れ刃数と砥粒切れ刃の平均切削断面積を使って、研削抵抗の法線分力から掘起しにおける比研削抵抗 Cp を求める式を導いた。

一方、単粒切削からも Cp 値を求めたが、この値は研

削抵抗より求めた値よりもやや大きくなった。これは断続的に切削が行なわれる単粒切削と、連続的に、しかも切れ刃が互いに干渉し合いながら切削が行なわれる研削との基本的な現象の相違によるものと思われる。

参 考 文 献

- 1) 松井正己, 庄司克雄: 統計的手法による研削機構の考察 (第2報), 砥粒切込み深さ, 精密機械, **36**, 3 (1970) 196.
- 2) Y. Tanaka, N. Ikawa and M. Konishi: Contact Stress of Abrasive Grain in Grinding, Technol. Rep. Osaka Univ., **20**, 969 (1970) 787.
- 3) 塩崎 進, 榊田正美: 研削加工技術の研究 (第3報), 研削動力計について, 機械振興協会技術研究所報告書 (1971. 6).
- 4) たとえば, 佐藤健児: 研削理論 (第4報), 精密機械, **17**, 6 (1951) 173; 小野浩二: 研削仕上の研究 (研削力について), 日本機械学会論文集, **18**, 74 (1952) 21; 塩崎 進: 粒当りの研削抵抗と粒の破砕力との関係, 日本機械学会論文集, **20**, 94 (1954) 363.
- 5) 松井正己: 平面の超仕上に関する研究 (第3報), 精密機械, **22**, 11 (1956) 477.
- 6) 松井正己, 庄司克雄: 統計的手法による研削機構の考察 (第1報), 砥粒切れ刃の切削長さについて, 精密機械, **36**, 2 (1970) 35.
- 7) 松井正己, 庄司克雄: 研削仕上面あらさに関する一考察, 機械の研究, **19**, 10 (1967) 1341.
- 8) Y. Tanaka and N. Ikawa: Cutting Action of Diamond Abrasive Grain, Technol. Rep. Osaka Univ., **14** (1964) 857.
- 9) 喜田義宏, 田中芳雄, 井戸 守: 砥粒切れ刃による干渉現象—研削仕上面あらさに関する研究 (第1報), 精密機械, **36**, 5 (1970) 358.