研 究

絞り弁式油圧ならい機構の特性について (第2報)*

—制御弁流路特性の影響—

加藤 仁** 山口 勝美** 丸井 悦男***

On the Characteristics of Hydraulic Copying Control Device
using Throttle Valve (2nd Report)

—Effect of Shape Characteristics of Control Valve—

Shinobu KATO, Katsumi YAMAGUCHI, Etsuo MARUI

On the hydraulic copying control device using the throttle valve, the effect of shapes and dimensions of the control ports on the working characteristics of the control device is examined quantitatively.

As a result, it has been shown that

(1) the response characteristics are uniquely determined by the momentum which is fed to the piston by the moving force due to the pressure drop in low-pressure chamber, regardless to the shape of the port or working condition; and

(2) in the case of the rectangular port, the optimum width of the port can be determined to obtain the most favourable response, and it depends closely on the dimensions of the control device and the working condition; and

(3) the indicial response of control device in the case of circular port is improved when the ports of throttle valve having larger radius are used, and the more the numbers of the ports are, the better the response of the device is.

1. ま え が き

前報において特性を著しく異にする制御弁を用いた場合の絞り弁式油圧ならい機構の静特性およびインディシャル応答特性を理論、実験の両面から検討し、基礎方程式の妥当性を吟味したり、本報では前報で求めた基礎式をもとにして、ならい機構のインディシャル応答特性および静特性の両面から制御弁の流路特性の影響を具体的に検討するとともに、実際の油圧ならい機構に多く使用されている矩形あるいは円形ポートの制御弁についても考察した。

2. 理 論 解 析

一般に絞り弁式油圧ならい機構は非線形微分方程式に支配されており(第1報の式(8)参照), 制御弁の流路特性が応答性に与える影響について全体的な見通しをもった定量的な解析を行なうことは不可能である。そこで本報では次のような近似的な取扱いを行なった。

実際のならい機構においては、圧力による非線形性は

* 原稿受付 昭和47年10月3日。日本機械学会・精機学会東海支部浜松地方講演会(昭和47年6月23日)にて発表。

** 正 会 員 名古屋大学工学部(名古屋市中種区不老町)

*** 正 会 員 三重大学工学部(津市上浜町1515)

無視しうる程度であるが、制御弁の流路特性による非線形性はかなり大きい場合もあるので(付録参照), 前報の式(15)の圧力に基づく非線形項を微小変動法により線形化し、 y について整理すると、

$$M\ddot{y} + C\dot{y} = u^*(x-y) + v^*(x-y)^2 + w^*(x-y)^3 \quad (1)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{A^2}{\frac{k_2 a_s}{2\sqrt{p_s}} + L}, \quad a_s = \alpha e_s + \beta e_s^2 + \gamma e_s^3 \\ u^* &= n\xi(\alpha + 2\beta e_s + 3\gamma e_s^2) = n\xi \left(\frac{da}{de} \right)_{e=e_s} \\ v^* &= n^2 \xi(\beta + 3\gamma e_s) = \frac{1}{2} n^2 \xi \left(\frac{d^2 a}{de^2} \right)_{e=e_s} \\ w^* &= n^3 \xi \gamma = \frac{1}{6} n^3 \xi \left(\frac{d^3 a}{de^3} \right)_{e=e_s}, \quad \xi = \frac{A k_2 \sqrt{p_s}}{\frac{k_2 a_s}{2\sqrt{p_s}} + L} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

で、前報同様、流路特性を3次の多項式で近似した。ここで、 M : ならい機構しゅう動部等価質量, A : 低圧室断面積, L : 固定絞り重なり長さ, n : てこ比, p_s : 低圧室圧力, a : 制御弁開口面積, α, β, γ : 流路特性を示す係数, k_1, k_2 : 定数, x : スタイラス変位, y : 刃物台変位である。

スタイラスに与えられるステップ入力を x^* とし、

図1 制御弁の流路形状
(V-1~V-4)

図2 近似計算結果とアナログコンピュータ
による計算結果の比較 (遅れ時間)

$$x^* - y = Y \quad (3)$$

なる変数変換を行なうと、式(1)は次のようになる。

$$M\ddot{Y} + C\dot{Y} + u^*Y + v^*Y^2 + w^*Y^3 = 0 \quad (4)$$

いま、ならい機構の等価質量 M がさほど大きくないこと (前報の実験に用いたもので $0.04 \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{cm}$ 程度)、前報の図8,9にみられるように系の減衰性がかなり大きくオーバーシュートしないこと、油圧によるばね定数に相当する量 u^* , v^* , w^* がかなり大きいことなどにより、式(4)の慣性項は他の減衰力の項、ばね力の項に比べて小さく、その影響を無視しうるものと考えられる。そこで慣性項を無視して、式(4)を $t=0$ で $Y=x^*$ なる初期条件で積分すると、ならい機構のインディシャル応答が近似的に次のように求められる。

(1) $r=0$ の場合

$$t = \frac{C}{u^*} \ln \frac{x^*(u^* + v^*Y)}{Y(u^* + v^*x^*)} \quad (5)$$

(2) $r \neq 0$ の場合、 $D = v^*x^* - 4u^*w^*$ として $D > 0$ ならば

$$t = \frac{C}{u^*} \left\{ \ln \frac{x^*(u^* + v^*Y + w^*Y^2)^{1/2}}{Y(u^* + v^*x^* + w^*x^{*2})^{1/2}} - \frac{v^*}{2\sqrt{D}} \ln \frac{(v^* + 2w^*x^* - \sqrt{D})(v^* + 2w^*Y + \sqrt{D})}{(v^* + 2w^*Y - \sqrt{D})(v^* + 2w^*x^* + \sqrt{D})} \right\} \quad (6)$$

図3 近似計算結果とアナログコンピュータ
による計算結果の比較 (立上がり時間)

図4 近似計算結果とアナログコンピュータ
による計算結果の比較 (整定時間)

$D=0$ ならば

$$t = \frac{C}{u^*} \left\{ \ln \frac{x^*(u^* + v^*Y + w^*Y^2)^{1/2}}{Y(u^* + v^*x^* + w^*x^{*2})^{1/2}} - \frac{2v^*x^*(x^* - Y)}{(v^* + 2w^*x^*)(v^* + 2w^*Y)} \right\} \quad (7)$$

$D < 0$ ならば

$$t = \frac{C}{u^*} \left\{ \ln \frac{x^*(u^* + v^*Y + w^*Y^2)^{1/2}}{Y(u^* + v^*x^* + w^*x^{*2})^{1/2}} - \frac{v^*}{\sqrt{-D}} \tan^{-1} \frac{2w^*\sqrt{-D}(x^* - Y)}{(v^* + 2w^*x^*)(v^* + 2w^*Y) - D} \right\} \quad (8)$$

式(5)~(8)を用いて流路特性がならい機構の応答特性に及ぼす影響を検討することができる。

図2~4は以上の近似的な取扱い (すなわち、制御弁の

図5 制御弁形状

圧力特性の線形化、慣性項の無視)の妥当性を確かめるため、前報で用いた特性の著しく異なる4種の制御弁(図1参照)について、0.05 cmの大きさのステップ入力を印加したときの遅れ時間 T_d 、立上がり時間 T_r 、整定時間 T_s のアナログコンピュータによる厳密解(□, △, ○, ▽印)と式(5)~(8)による近似計算結果とを $L=0.19$ cm, 刃物台付加荷重 $F_s=0$ kg の場合について比較したものである。各特性値とも定性的にも定量的にもきわめてよく一致しており、前述の近似的な取扱いによっても十分な精度でならい機構の応答性を吟味しうることがわかった。

3. 計算結果および考察

まず式(2)に含まれる各係数 α , β , γ の影響について個々に考察する。ここで、式(1)は Y に関しては非線形であり、ステップ入力の大きさによってインディシャル応答特性が異なるものと考えられる。そこでステップ入力の大きさを種々に変えて計算した結果、流路特性の異なる各制御弁のインディシャル応答の特性値はわずかに変化するが各制御弁間の応答特性の相対的な関係はほとんど影響を受けないことが確かめられたので、以下の計算例では第1報と同じようにすべて $x^*=0.05$ cm とした。

係数 α は図5に示すように、制御弁開量 $e=0$ における流路幅を示し、係数 β, γ は弁開量 e の増大に伴う流路幅の変化割合を示す量である。たとえば $\gamma=0$ の場合、 β の正負によって流路幅は e の増大によって直線的に増加または減少する。また $\gamma \neq 0$ の場合には流路幅は放物線状に変化する。一般にならい機構では制御弁開量がきわめて小さいので、一次の係数 α が静特性あるいは応答性に影響を与える一番重要な因子であると考えられる。

まず図6, 7は矩形ポートについて供給圧力 $p_0=11$ kg/cm², 固定絞り重なり長さ $L=0.19$ cm で一定として、

$A_0=8.07$ cm², $R=2.09$
 図6 遅れ時間, 静特性に対する α の影響 (矩形ポート)

$A_0=8.07$ cm², $R=2.09$
 図7 立上がり時間, 整定時間に対する α の影響 (矩形ポート)

α を広範囲にわたって変化させた場合の動特性 T_d , T_r , T_s および系の静特性を示すコンプライアンス $S=de_s/df_s(f_s=F_s/A_0)$ の値を種々の刃物台付加荷重 F_s に対して求めたものである。図より α が大きいほど、また F_s が大きいほど、 T_d , T_r , T_s , S ともに減少して応答性、静特性ともよくなるのがわかる。さらに図6, 7の計算結果および他の流路特性および使用条件に対する計算結果においても系の動特性を表わす T_d , T_r , T_s 三つの量はほとんど同じ傾向を示すことが確かめられたので、以下の考察においては遅れ時間 T_d を用いてならい機構の応答性(動特性)を吟味することにする。

次に図8~10は台形ポート ($\beta=1$:一定)において、係数 α を種々に変えて遅れ時間 T_d , コンプライアンス S を求めたものである。供給圧力 p_0 を変えた図8, 固定絞り重なり長さ L を変えた図9, 低・高圧両室の断面積比 $R=A/A_0$ を変えた図10の各場合ともに、 α の大きな制御弁ほど T_d , S ともに小さく、応答性、静特性ともに向上し、矩形ポートの図6, 7の場合と同様の傾向を示すことがわかる。さらにこれらの図を各パラメータに関して調べてみると、供給圧力 p_0 が大きいほど応答性、静特性ともに向上するが、固定絞り重なり長さ L が大きくなると静特性は向上するが応答性はかえって劣化していることがわかる。断面積比 R に関しては、 α が大きい場合 ($\alpha > 0.5$ cm) には R が小さいほど T_d , S とも小さく、応答性、静特性ともに向上するが、 α が小さくなると ($\alpha < 0.5$ cm), R の減少とともに応答性は向上するが静特性は逆に劣化し、 L の場合と同様の傾向が認められる。以上考察してきた p_0 , L , F_s , R などに関する事実は

$A_0 = 8.07 \text{ cm}^2$, $R = 2.09$

図 8 遅れ時間, 静特性に対する α の影響 (台形ポート)

$A_0 = 8.07 \text{ cm}^2$, $R = 2.09$

図 9 遅れ時間, 静特性に対する α の影響 (台形ポート)

図 10 遅れ時間, 静特性に対する α の影響 (台形ポート)

$A_0 = 8.07 \text{ cm}^2$, $R = 2.09$

図 11 遅れ時間, 静特性に対する β の影響 (台形ポート)

$A_0 = 8.07 \text{ cm}^2$, $R = 2.09$

図 12 遅れ時間, 静特性に対する β の影響 (台形ポート)

使用条件あるいは流路特性に無関係に一般的に認められ, ならい機構の使用条件を決定する際に考慮すべき重要な事実である。

図 11, 12 は α を一定 ($\alpha = 1 \text{ cm}$) にして台形ポートの傾き β を変えて T_d , S を求めたものである。供給圧力 p_0 を変えた図 11, 固定絞り重なり長さ L を変えた図 12 の場合ともに傾き β が大きな制御弁ほど応答性, 静特性ともに向上することがわかる。また図 11 において, p_0 が大きいほど両特性が向上するのは α を変えた図 8 と同様の傾向である。また図 12 から $\beta < 0$ の範囲では L が大きいほど両特性は向上するが, 応答性は逆に劣化することがわかる。

図 13, 14 は $\beta = 0$ として, 三次の係数 γ の T_d , S に対

する影響を示したもので, 供給圧力 p_0 を変えた図 13, 刃物台付加荷重を変えた図 14 の場合とともに, α , β ほど影響は顕著ではないが, やはり γ が大きいほど T_d が小さく応答性がすぐれていることがわかる。一方, 静特性 S は γ の影響を受けずほとんど一定値になっている。

以上の計算例は $a = \alpha c + \beta c^2$ ($\beta = 1$ または $\alpha = 1$), $a = \alpha c + \gamma c^3$ ($\alpha = 1$) の場合を検討したものであるが, $\alpha \neq 1$ あるいは $\beta \neq 1$ の場合についても T_d , S の値を求めた結果, 流路特性値 α , β , γ の影響は図 6~14 とほぼ同様の傾向を示すことが確かめられた。

したがって, 一般に α , β , γ が大きな制御弁ほど応答性, 静特性とも向上することがわかる。このような α , β , γ の影響はインディシャル応答の機構を検討することにより統一的に示すことができる。

一般にならぬ機構はスタイラスにステップ入力が入る

 図 13 遅れ時間，静特性に対する γ の影響

 図 14 遅れ時間，静特性に対する γ の影響

と制御弁が瞬間的に開き，このため低圧室圧力が低下し，ピストンに作用する力のバランスが破れる．この力により制御弁が閉じる方向にピストン本体が加速され，ならい機構がインディシャル応答をするものである．したがって低圧室の圧力低下によりピストン本体に与えられる運動量がならい機構の応答性と密接な関係をもつものと推察される．いま油圧ユニットを定圧油源とし，ステップ入力による高圧室の圧力変動が無視できるとすれば，ピストンを加速する力は $-Ap = M\ddot{y} = -M\ddot{Y}$ で与えられる．そこで式 (4)～(8) の関係を用いば，ピストンに与えられる運動量は次のようになる．

$$\begin{aligned} \bar{W} &= -A \int_0^\infty \dot{p} dt \\ &= \frac{Mx^*(u^* + p^*x^* + w^*x^{*2})}{A^2} \cdot \left(\frac{k_2 a_s}{2\sqrt{p_s}} + \frac{k_1}{L} \right) \quad (9) \end{aligned}$$

図 15～17 は $W = \bar{W}/(Mx^*)$ としてピストンに与えられる運動量を矩形ポートおよび台形ポートに対して，羽物台付加荷重 F_s あるいは供給圧力 p_0 をパラメータとし

図 15 低圧室の圧力低下によりピストン本体に与えられる運動量 (矩形ポート)

図 16 低圧室の圧力低下によりピストン本体に与えられる運動量 (台形ポート)

図 17 低圧室の圧力低下によりピストン本体に与えられる運動量 (台形ポート)

て求めた一例である．両ポートとも係数 α, β が大きいほど，また F_s が大きいほど (図 15)， p_0 が高いほど (図 16，

図 18 応答性と運動量の関係 (計算値)

17) ピストンに与えられる運動量 W が大きくなることからわかる。これらの図を対応する図 6, 8, 11 と比較すると運動量 W が大きいほどならい機構の応答性がすぐれており、この W がインディシャル応答に大きな影響を与える量であることが明らかである。

以上の考察をより明瞭に示すため、流路特性の異なる多数の制御弁に対してならい機構の使用条件を広範囲に変えた場合の遅れ時間 T_d と運動量 W の関係を求めたものが図 18 である。図より、制御弁流路特性あるいはならい機構の使用条件にはかかわりなく、応答性 T_d はピストン本体に与えられる運動量 W によってほぼ一義的に定まり、 W が小さくなると T_d が大きく応答性が劣化するが、特に $W = (W)_{\text{lim}} = 200 \text{ 1/s}$ 以下ではその程度が著しいことがわかる。したがって式 (9) で求めた W の値が 200 1/s 以上になるように制御弁の設計条件および使用条件を選ぶことがインディシャル応答の面から重要である。

4. 矩形ポートおよび円形ポートの場合

前節の考察をもとに実際のならい機構でよく使用される矩形ポートおよび円形ポートについて検討する。

まず矩形ポートの場合、図 18 の考察および式 (9) から流路幅 α が次の条件を満足しないと応答性が急激に悪くなることがわかる。

$$\alpha > (\alpha_l)_{\text{lim}} = \frac{A^{3/2}(W)_{\text{lim}}}{k_2 n \sqrt{A_0 p_0 + F_s}} \quad (10)$$

一方、 α が大きくなれば応答性、静特性とも向上するが、応答が振動的になりオーバーシュートが発生し、加工精度が悪化するばかりでなく、工具寿命にも悪影響を及ぼすようになる。そこで、ならい機構がオーバーシュートをしない条件を系の諸元、使用条件を用いて表わすと次

図 19 最適の応答特性を得るための矩形ポートの幅

のようになる。

$$\alpha < (\alpha_u)_{\text{lim}} = \frac{A^3}{4Mk_2 n \sqrt{p_s} \left(\frac{k_2 a_s}{2\sqrt{p_s}} + k_1 \right)} \quad (11)$$

したがって

$$(\alpha_l)_{\text{lim}} < \alpha < (\alpha_u)_{\text{lim}} \quad (12)$$

であれば、ならい機構は十分な応答性をもち、しかもオーバーシュートをしないことになる。

図 19 は式 (10), (11) から $(\alpha_l)_{\text{lim}}$, $(\alpha_u)_{\text{lim}}$ を種々の供給圧力 p_0 に対して求めた一例で、たとえば刃物台付加荷重 $F_s = 0 \text{ kg}$ に対しては斜線を施した領域が式 (12) を満足する適合範囲である。図をみると、 F_s が大きいほどこの適合範囲が広がること、供給圧力 p_0 が高いほどこの範囲が α の小さいほうへずれてくることなどがわかる。

α に対するこのような考え方は、断面積の比 $R = A/A_0$ などの適合範囲を決定する際にも適用しうるものと考えられる。

矩形ポートの場合と同様にして円形ポートの流路特性を設計することもできるが、ここでは式 (9) および前報の式 (9) を参照して応答特性 T_d あるいは静特性 S に影響を与えるより一般的な量としての制御弁の幾何学的な要素

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= n \left(\frac{d\alpha}{d\epsilon} \right)_{\epsilon=\epsilon_s} + n^2 x^* \left(\frac{d^2 \alpha}{d\epsilon^2} \right)_{\epsilon=\epsilon_s} + n^3 x^{*2} \left(\frac{d^3 \alpha}{d\epsilon^3} \right)_{\epsilon=\epsilon_s} \\ \theta &= n \left(\frac{d\alpha}{d\epsilon} \right)_{\epsilon=\epsilon_s} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

を用いて円形ポートの特性を検討する。この φ あるいは θ の値が大きいほど T_d あるいは S が小さくなり、動・静両特性が向上するものである。

まず図 20 は 1 個の円形ポートをもつ制御弁について、

 $A_0 = 8.07 \text{ cm}^2, R = 2.09$

図20 応答特性, 静特性に対する制御弁ポートの半径の影響 (円形ポート)

 $A_0 = 8.07 \text{ cm}^2, R = 2.09$

図21 応答特性, 静特性に対する制御弁ポートの個数の影響 (円形ポート, 計算値)

ポートの半径 r を種々に変えて φ, θ の値を求めたもので, $r > 2 \text{ mm}$ の場合には φ, θ は半径 r によりほぼ直線的に増加し両特性が向上することがわかる. 一方, 半径が 2 mm 以下の円形ポートにおいては φ, θ が急激に減少し実用に適さないようになる.

次に図21は等しい半径の円形ポートが制御弁の同一横断面上に中心をもつように配置されている場合, ポートの数 N が両特性に及ぼす影響をポート半径 $r = 6 \text{ mm}$ と $r = 12 \text{ mm}$ に対して示したもので, φ, θ は○あるいは●印で示された不連続な値のみをとりうる. 図をみると, ポートの数 N が多いほど φ, θ の値が大きく両特性が向上する. また, ポートの半径 r が大きいほど, ポートの個数 N の増加による静特性, 動特性の向上の程度が著しいことがわかる.

5. 結 論

絞り弁式油圧ならい機構のインディシャル応答を表わす近似式を導き, 流路特性の異なる各種の制御弁について応答性, 静特性を検討し次の結論を得た.

- (1) 制御弁の特性を示す α, β, γ の値が大きいくほど応答性, 静特性ともすぐれている. 特に応答性は制御弁の流路特性あるいは使用条件にはかかわりなく低压室の圧力低下によりピストン本体に与えられる運動量によりほぼ一義的に定められる.
- (2) 矩形ポートの幅には応答性の面から定められる適当な値の範囲があり, この範囲はならい機構の諸元, 使用条件と密接な関係がある.
- (3) 円形ポートの応答性あるいは静特性はポートの半径が大きいくほど, またその数が多いほど向上する.

付 録

制御弁部の流量式 (第1報, 式(15))

$$q_2 = k_2 \alpha \sqrt{p} \quad (\text{A})$$

において, 圧力および流路特性の非線形性の影響を検討する. まず圧力による非線形性を線形化すると

$$\sqrt{p} = \sqrt{p_s + p} \approx \sqrt{p_s} + \frac{p}{2\sqrt{p_s}} \quad (\text{B})$$

線形化した式(B)の右辺と真の値の比をとり, たとえば制御弁 V-2 (図1参照) に対して供給圧力 $p_0 = 10 \text{ kg/cm}^2$, $F_s = 0 \text{ kg}$ で 0.05 cm のステップ入力を印加したときの例値を代入すると

$$\frac{\sqrt{p_s + p/2} \sqrt{p_s}}{\sqrt{p_s + p}} \approx 1.028 \quad (\text{C})$$

一方, 流路面積 a は

$$a = \alpha(e_s + e) + \beta(e_s + e)^2 + \gamma(e_s + e)^3 \quad (\text{D})$$

であるから, これを線形化すると

$$a \approx \alpha e_s + \beta e_s^2 + \gamma e_s^3 + e(\alpha + 2\beta e_s + 3\gamma e_s^2) \quad (\text{E})$$

ここで, 式(D)と(E)の右辺の比をとり, V-2の例値を代入すると

$$\frac{\alpha e_s + \beta e_s^2 + \gamma e_s^3 + e(\alpha + 2\beta e_s + 3\gamma e_s^2)}{\alpha(e_s + e) + \beta(e_s + e)^2 + \gamma(e_s + e)^3} \approx 0.880 \quad (\text{F})$$

式(C), (F)から圧力による非線形性は実用の範囲内で無視しうる程度であるが, 制御弁の非線形性は流路特性 (α, β, γ の組合せ) によっては無視できないようになることがわかる.

参 考 文 献

- 1) 加藤 仁, 山口勝美, 丸井悦男: 絞り弁式油圧ならい機構の特性について (第1報), 精密機械, **39**, 5 (1973) 527.