E_0 方式によるインボリュート歯車の C. A. D.*

—外接, 内接のかみあい (第2報)—

堀内義和** 貴志浩三*** 山田国男*** 瀬崎正博***

Computer-Aided-Designs of General Involute Spur Gears

—External and Internal Gearings (2nd Report)—

Yoshikazu HORIUCHI, Kōzō KISHI, Kunio YAMADA, Masahiro SESAki

This paper is intended to present the C. A. D. of general involute spur gears in case of external and internal gearings by “ E_0 -method” using computers and X-Y plotters.

This paper deals with

- (1) visualizations of the criterions of the existences of the proposed gears by “Diagram (I),”
- (2) tracings of the meshing figures of the desired gears by the aid of “pseudo-gear tooth method,”
- (3) checking the avoidance of trochoidal and trimming interferences from the graphs traced by X-Y plotters in case of internal gearings.

1. ま え が き

最近, 機械設計に電算機による自動設計 (C. A. D.) を行なう傾向がある。しかし, 歯車設計に C. A. D. を行なった例はない。そこで, 歯車設計にも C. A. D. が有効なことを示すために, 本論文においてその実際の操作を説明した。

歯車の設計という, いままでは“モジュール系”や“D. P. 系”に限られているようである。その理由は, 工具管理などに影響され, これらの系に関するいろいろの数表ができていたためではなかろうか。しかし, 技術者はその固定観念にとらわれず, もっと自由な立場に立ってこれら既成の歯車系を包含し, さらに可能なインボリュート歯車に対する設計式を創ることが大切である。本論文は, このような考えから E_0 方式¹⁾を基にして歯車の C. A. D. の実際の操作を説明した。この方式の出発点は次の定理である。

(1) 歯車の成立条件 $E_0(X, Y)/\varepsilon - c_n \geq 0$ in $\mathcal{A}$ を満足する (X, Y) の選択。

(2) 歯車諸元の決定 (1) を満足する (X, Y) によって歯車のすべての諸元および形状からくる諸量が決まる。

E_0 方式の名称は, この方式で主役を演ずる関数 $E_0(X, Y)$ からとった。歯車の設計はいろいろの角度から行な

う必要があるが, まず形状設計から始めるべきであろう。

この手法のメインプロセスは第1報²⁾, 図3の流れ図と全く同じである。すなわち,

- (1) 設計条件を定義量 $(\alpha, \varepsilon, g, c_n, z_1)$ によって与え,
- (2) その定義量から導いた変数 (X, Y) の関数不等式としての成立条件を X-Y プロットで図示する。
- (3) この成立条件に適する (X, Y) によって歯車諸元, 形状から決まる諸量を計算する。
- (4) 内接かみあい特有のトロコイド干渉, 内歯車創成切削におけるトリミング干渉を X-Y プロット図示によって判定する。
- (5) 歯車形状の X-Y プロット図示は擬似歯形の表示式^{3), 4)}を用いる。

第1報においては, ラックピニオンのかみあいの場合における C. A. D. について述べた。第2報は引き続き, 外接, 内接かみあいにおける C. A. D. を行なう。

2. E_0 方式による形状設計法

2.1 設計の方針

2.1.1 [GRS][†] の定義量

[GRS] の定義量として次の (a)~(d) の諸量をとる。

(a) 基礎量 $F_i (i=1, 2)$ (図1)

$$F_1: r_{g1} (\equiv 1), r_{k1} (>0), \phi_1 (\geq 0), t_g (>0)$$

$$F_2: r_{g2} (\equiv g) \dagger\dagger, r_{k2} (>0), \phi_2 (\geq 0), t_g (>0)$$

[†] external gearings: [EXT] および internal gearings: [INT] を一括して考える場合は [GRS] と略記する。

^{††} 歯数比, JIS では i を用いる。

* 原稿受付 昭和47年10月30日。昭和47年度精機学会春季大会学術講演会 (昭和47年4月5日) にて発表。

** 正会員 沖電気工業(株) (東京都港区芝浦4-10-3)

*** 正会員 宇都宮大学工学部 (宇都宮市石井町2753)

図1 基礎量 F_i

- (b) 圧力角 α (>0)
- (c) かみあい率 ε (≥ 1)
- (d) バックラッシュ c_n (≥ 0)

2.1.2 変数 (X, Y) の導入

定義量 11 個のうち独立な量は 6 個, そのうち, 一応未知量: $(r_{k1}, r_{k2}), (\phi_1, \phi_2)$

既知量: 他の残りの量

とし, 次の変換によって X, Y を導く.

$$X = \sqrt{r_{k1}^2 - 1}, \quad Y = \sqrt{r_{k2}^2 - g^2}$$

2.1.3 歯車対成立の条件と諸元, 諸量の計算

歯車対の成立条件を (X, Y) の関数不等式として表わし, (ϕ_1, ϕ_2) はこの (X, Y) の関数として求める.

定理

- (1) 成立条件
- (2) 諸元の決定
- (3) [INT] では, 非対面干渉*を避ける条件が必要である.

(注) *はトロコイド干渉, 切削の場合のトリミング干渉をいう.

2.2 定理に用いた諸関数, 諸領域

2.2.1 特性関数および E_0 曲線

特性関数: $E_0(X, Y) \equiv (X - 2\varepsilon \cdot \text{rev } X)$

$$\pm (Y - 2\varepsilon g \cdot \text{rev } Y/g) \mp G(\tau - 2\varepsilon \cdot \text{rev } \tau)$$

E_0 曲線: $E_0(X, Y) = 0$

ただし $\tau \equiv \tan \alpha$, $\text{rev } X = X - \tan^{-1} X$, $G \equiv g \pm 1$,
複号の上(下)は外(内)接かみあい

2.2.2 かみあい方程式 (I), (II)

かみあい方程式 (I): $X \pm Y = \varepsilon \cdot t_g \pm G\tau$

直線 S_1 : かみあい方程式 (I) の表わす直線

かみあい方程式 (II): $\phi_1 + g\phi_2 = B$ ($B \geq 0$)

$$B \equiv t_g - 2(\text{rev } X \pm g \cdot \text{rev } Y/g \mp G \cdot \text{rev } \tau) - c_n$$

直線 S_2 : かみあい方程式 (II) の表わす直線

2.2.3 領域 $\mathcal{A}$, $\mathcal{D}$

領域 $\mathcal{A}$: 対面干渉を避ける (X, Y) の範囲

[EXT]: $(0 < X \leq G\tau, 0 < Y \leq G\tau, X + Y - G\tau > 0)$

図2 [GRS] の特性図表 (I), (II)

[INT]: $(0 < X \leq \beta_0, G\tau \leq Y < G\tau + \beta_0, X - Y + G\tau > 0)$

領域 $\mathcal{A}$ の端点 $\Omega(\beta_0, G\tau)$ の β_0 は次の方程式の根 ($> \tau$)

$$\beta_0 - 2 \text{rev } \beta_0 = -2(g \cdot \text{rev } G\tau/g - G \cdot \text{rev } \tau)$$

領域 $\mathcal{D}$: $\mathcal{A} \cap (E_0(X, Y) \geq 0)$

2.3 諸元の決定とかみあい図の作成

2.3.1 諸元の決定

直線 S_1 上の点 $P_1(X_0, Y_0)$ と直線 S_2 上の点 $P_2(\phi_1, \phi_2)$ によって定義量が決まり, 諸元および形状からくるすべての諸量が計算できる.

2.3.2 かみあい図の作成

擬似歯形の方法を用いて 歯車対のかみあい図が X - Y プロット図示できる.

3. 設計のプロセス

設計のプロセスは前報, 図3の流れ図に従う. ただし, プロセス⑥の S_2 は (ϕ_1, ϕ_2) 平面上第 I 象限の直線 $S_2: \phi_1 + g\phi_2 = B$ ($B \geq 0$).

4. 設計例

(例1) [EXT] 設計条件: $\alpha = 20^\circ$, $\varepsilon = 2$, $c_n = 0.0020$,
 $g = 2$, $z_1 = 20$

① 入力: 設計条件

② 特性図表 (I) の作成 (図3(a))

$\mathcal{D}$, $S_1: X + Y = \varepsilon \cdot t_g + G\tau = 1.7202$ をかく.

③ S_1 上の点 $P_1(X_0, Y_0)$ の選択

$\mathcal{D}$ 内の S_1 上に適当に点 $P_1(X_0 = 0.7202, Y_0 = 1.0000)$ をとる.

④ $B(X_0, Y_0)$ の計算

$B(X_0, Y_0) = 0.0641 > 0$. ゆえに歯車対は成立.

⑤ 特性図表 (II) の作成 (図3(b))

直線 S_2 をかく. $S_2: \phi_1 + g\phi_2 = B = 0.0641$

⑥ S_2 上の点 P_2 の選択

第 I 象限内の S_2 上に適当に点 P_2 をとる. ここでは

設計条件: $\alpha=20^\circ$, $\varepsilon=2$, $c_n=0.0020$, $g=2$, $z_1=20$

図 3 例 1 の特性図表およびかみあい図

$P_2 (\phi_1=0.0214^{(r)}, \phi_2=0.0213^{(r)})$

⑦ 諸元の計算 (基礎量のみ)

$F_1: r_{g1}=1, r_{k1}=1.2324, \phi_1=1^\circ 13.6', t_g=0.3142$

$F_2: r_{g2}=2, r_{k2}=2.2361, \phi_2=1^\circ 13.2', t_g=0.3142$

⑨ かみあい図の作成 (図 3(c))

特性図表 (I), (II) およびかみあい図を図 3 に示す.

設計計算票: 計算結果を設計計算票に記入すると便利である (例 2 参照).

(例 2) [INT] 設計条件: $\alpha=20^\circ$, $\varepsilon=2$, $c_n=0.0020$, $g=2$, $z_1=20$.

計算結果を設計計算票 (図 4) にかき, かみあい諸図表は図 5 に示す.

設計計算票の説明: (II): $\mu < \nu$. ゆえに非対面干渉 (ここではトロコイド干渉) は起きない.

(12) (i): $\hat{\alpha}=0.0100 > 0$. ゆえにフランクトリミングは起きない.

(12) (ii): q 曲線の X-Y プロット図から $\hat{\phi} < \phi_0$. ゆえにチップトリミングは起きない.

(例 3) [EXT] 設計条件: $\alpha=20^\circ$, $\varepsilon=1.5$, $c_n=$

THE DESIGNING SHEET

THE TYPE OF GEARS	DRAW. NO.	DESIGNER	DATE
Int'l gears.	No. 123	X. Y. Z.	Aug 1, '72
DETERMINANT PARAMETERS (a) Fundamental parameters. $O_1: r_{c1}=1, \quad r_{b1}=1.2082, \quad \phi_1^*=3^\circ 42.1',$ $O_2: r_{c2}=2, \quad r_{b2}=2.0424, \quad \phi_2^*=1^\circ 51.0'$ Rack: $h_c=, \quad s_c=$ (b) Pressure angle. $\alpha^*=20^\circ$ (c) Contact ratio. $\varepsilon=2$ (d) Backlash (for $r_{c1}=1$). $c_n=0.0020$			
NUMBER OF TEETH $z_1=20, \quad z_2=r_{g2}=40, \quad t_g=2/z_1=0.3142$			
CONVERSION RATE C.R.=actual radius of base circle (no dimension) =			
DIMENSIONS OF GEARS AND RELATED QUANTITIES (1) Radii of base circles. [R-P]: $r_{c1}=1, \quad$ [GRS]: $r_{c1}=1, \quad r_{c2}=g=2$ (2) Radii of pitch circles. $r_1=\sec \alpha, \quad r_2=g \sec \alpha, \quad r_1=1.0642, \quad r_2=2.1284$ (3) Center distance a . $a=g \sec \alpha, \quad G=g \pm 1 \quad a=1.0642$ (4) Gearing equation (I). Straight line S_1 . [R-P]: $X+Y=A, \quad A=id+r,$ [GRS]: $A+Y=A, \quad A=id \pm Gr,$ $X-Y=0.2644$ (5) Extremity point D of domain J . [R-P]: $D(\beta, \tau); \quad \beta_0=2 \text{ rev } \beta_0=r_0, \quad \beta_1=2\pi \sin 2\alpha,$ [GRS]: $\beta_0=G-2 \text{ rev } G-2 \text{ rev } G-r_0, \quad \beta_1=2 \text{ rev } G-r_0, \quad \beta_2=2 \text{ rev } G-r_0,$ [EXT]: $D(\alpha, G); \quad \alpha=G \text{ rev } (k-0) \text{ or } \beta_0(k-0)$ [INT]: $D(\beta_0, G)$ $\Omega(2.2941, 0.4138)$ (6) Point $P_1(X_0, Y_0)$ on straight line $S_1(D)$. Draw diagram (I). $P_1(X_0, Y_0): \quad P_1(0.6781, 0.4138)$ (7) The value of $E(X_0, Y_0)$. [R-P]: $E(X_0, Y_0)=(X_0-2) \text{ rev } X_0+(1-2) \sin^2 \alpha Y_0=(5-2) \text{ rev } \tau,$ [GRS]: $E(X_0, Y_0)=(X_0-2) \text{ rev } X_0+(Y_0-2) \text{ rev } Y_0 \mp C(\tau-2) \text{ rev } \tau,$ $E_0=0.2628$ (8) Confirmation of the existence condition. $B=\frac{E(X_0, Y_0)}{c_n} > 0 \text{ in } J, \quad B=0.1294$ (9) Backlash c_n (used in (8)). $c_n=0.0020$ (10) Radii of addendum circles and addendum height of the rack. [R-P]: $r_1=\sqrt{X_0^2+1}, \quad h_1=Y_0 \sin \alpha, \quad r_{k1}=1.2082, \quad r_{k2}=2.0424$ [GRS]: $r_1=\sqrt{X_0^2+1}, \quad h_1=Y_0 \sin \alpha, \quad r_{k1}=1.2082, \quad r_{k2}=2.0424$			

(11) Trochoidal interference (in case of [INT]). Interference never occur for $\mu < \nu$ $\mu = \cos \alpha \frac{r_{c1}^2 - r_{c2}^2 + a^2}{2ar_1}, \quad a = G \sec \alpha, \quad \mu = 0.4858 < \nu = 0.5005$ $\nu = \frac{1}{g} \frac{1 - B - c_n}{2g} + \frac{1}{g} \cos^2 \alpha \frac{r_{c1}^2 - r_{c2}^2 - a^2}{2ar_1}, \quad \nu = 0.5005$ ゆえにトロコイド干渉なし			
(12) Trimmings (in case of internal gear shapings only). (i) The flank trimming Trimming never occur for $\hat{\alpha} > 0$ $\hat{\alpha} = r_{c2} \sin \left(\frac{1 - B - c_n}{2g} + \frac{X_0 - \text{rev } Y_0}{R} \right) - X_0$ $\hat{\alpha} = 0.0100 > 0$ 故にフランクトリミングなし (ii) The tip trimming Trimming never occur for $\hat{\phi} < \phi_0$ $\hat{\phi} = \alpha - \phi_2 + \text{rev } Y_0/g - Y_0/g$ $\hat{\phi} = 2g \text{ rev } Y_0/g - Y_0/g - \text{rev } X_0 - G \text{ rev } \tau + g(a - \phi_1)$ $\hat{\phi} = 2 - \alpha, \quad \phi_0 = \text{The smallest positive root of } q = 0,$ $q = r_{c2} \sin(\hat{\phi} + \phi_0) - r_{c1} \sin(\hat{\phi} + \phi_0) = 0$ $\hat{\phi} = 1.4369^{(n)} < \phi_0 = 6.1074^{(n)}$ ゆえにチップトリミングなし			
(13) Top thickness s . Addendum angles $\hat{\phi}$. Draw diagram (II). [R-P]: $\phi_1 + s \cos \alpha = B, \quad$ [GRS]: $\phi_1 + g\phi_2 = B, \quad \phi_1 = 0.0646, \phi_2 = 0.0324$			
(14) Tooth base angles θ_0 . (in radian or degree) $\theta_1 = \phi_1 + 2 \text{ rev } X_0, \quad \theta_2 = \phi_2 + 2 \text{ rev } Y_0,$ $\theta_1 = 13^\circ 7.4', \theta_2 = 1^\circ 31.6'$			
(15) Tooth thickness s_0, s_{00} . [R-P]: $s_0 = X_0 + 2Y_0 \sin \alpha \tan \alpha, \quad s_{00} = Y_1 \sec \alpha, \quad s_0 =$ [GRS]: $s_0 = Y_1 \sec \alpha, \quad Y_1 = 2 \text{ rev } \tau, \quad s_{00} = 0.2120,$ $s_{00} = gY_1 \sec \alpha, \quad Y_1 = 2 \text{ rev } \tau, \quad s_{00} = 0.1202$			
(16) Working tooth height and radii of the tooth root circles. Rack: $h_0 = Y_0 \sin \alpha, \quad$ Pinion: $r_{f1} = \sqrt{X_0^2 + 1},$ $h_1 = (X_0 - \tau) \sin \alpha, \quad h_2 = \sqrt{X_0^2 + 1} - \sec \alpha, \quad h_3 = \sec \alpha - r_{f2}$ $O_1: r_{f1} = \sqrt{G^2 + Y_0^2 + 1}, \quad O_2: r_{f2} = \sqrt{G^2 + Y_0^2 + 1},$ $h_0 = \sqrt{X_0^2 + 1} - \sec \alpha, \quad h_1 = \pm (\sqrt{Y_0^2 + g^2} - g \sec \alpha),$ $h_2 = \sec \alpha - r_{f1}, \quad h_3 = \pm (g \sec \alpha - r_{f2}).$ $O_1: r_{f1} = 0.4782; h_{1R} = 0.1441, h_{1r} = 0.0860,$ $O_2: r_{f2} = 2.2724, h_{2R} = 0.0860, h_{2r} = 0.1441$			
(17) Top clearance C_s . $C_1 = C_2 = 0.$			
(18) The arc of contact. [R-P]: $\lambda_0 = (X_0 - \tau) \sec \alpha, \quad \lambda_1 = Y_0 \sec \alpha,$ [GRS]: $\lambda_0 = (X_0 - \tau) \sec \alpha, \quad \lambda_1 = \pm (Y_0 - g) \sec \alpha,$ $\lambda_2 = 0.3343, \quad \lambda_3 = 0.3344, \quad \lambda_4 + \lambda_5 = 0.6687$			
(19) Specific slidings (max. value). [R-P]: $\Sigma_1 = \frac{Y_0}{g} \frac{1}{\tau}, \quad \Sigma_2 = \frac{Y_0}{g} \frac{1}{\tau}, \quad \Sigma_1 = 3.1557,$ [GRS]: $\Sigma_1 = \frac{G(Y_0 - g)}{g Y_1 G}, \quad \Sigma_2 = \frac{G(Y_0 - g)}{g Y_1 G}, \quad \Sigma_2 = 0.3015$			

図 4 例 2 の設計計算票

設計条件: $\alpha=20^\circ$, $\varepsilon=2$, $c_n=0.0020$, $g=2$, $z_1=20$

図5 例2のかみあい諸図表

0.0020, $g=2$, $z_1=40$ の A 歯車.

(i) O₁-車が歯元だけ, O₂-車が歯先だけの場合
計算結果: (基礎量のみ)

$$P_1(X_0=\tau=0.3640, Y_0=\varepsilon \cdot t_g+g\tau=0.9636)$$

$$P_2(\phi_1=0.0557^{(r)}, \phi_2=0.0139^{(r)})$$

$$F_1: r_{g1} \equiv 1, r_{k1}=1.0642, \phi_1=3^\circ 11.5', t_g=0.1571$$

$$F_2: r_{g2}=2, r_{k2}=2.2200, \phi_2=47.8', t_g=0.1571$$

(ii) O₂-車が歯元だけ, O₁-車が歯先だけの場合

$$P_1': (X_0=\varepsilon \cdot t_g+\tau=0.5996, Y_0=g\tau=0.7279)$$

$$P_2': (\phi_1=0.0201^{(r)}, \phi_2=0.0229^{(r)})$$

$$F_1: r_{g1} \equiv 1, r_{k1}=1.1660, \phi_1=1^\circ 9.1', t_g=0.1571$$

$$F_2: r_{g2}=2, r_{k2}=2.1284, \phi_2=1^\circ 18.7', t_g=0.1571$$

特性図表およびかみあい図を図6に示す.

(例4) Jumo 210 E 歯車について

Junkers-Jumo 210 E 歯車の中田の解析結果⁵⁾:

$$\alpha=19.87^\circ, \varepsilon=2.0138, c_n=0.0008, g=54/34, z_1=34.$$

この結果から中田はB歯車ではないかと考察した. そこで, この結果に近い設計条件のB歯車をE₀方式で設計してみる.

設計条件: $\alpha=20^\circ$, $\varepsilon=2$, $c_n=0.001$, $g=54/34$, $z_1=34$

計算結果:

$$P_1(X_0=\tau+t_g=0.5488, Y=g\tau+t_g=0.7629)$$

$$P_2(\phi_1=0.0306, \phi_2=0.0215)$$

$$F_1: r_{g1} \equiv 1, r_{k1}=1.1407, \phi_1=1^\circ 45.3', t_g=0.1848$$

$$F_2: r_{g2}=1.5882, r_{k2}=1.7619, \phi_2=1^\circ 14.0', t_g=0.1848$$

以上に関する諸図表を図7に示す.

5. 歯形の表示式

歯車対の基本形状をC.A.D.によって作図させるため

設計条件: $\alpha=20^\circ$, $\varepsilon=1.5$, $c_n=0.0020$, $g=2$, $z_1=40$

図6 例3のA歯車

(b) の設計条件: $\alpha=20^\circ$, $\varepsilon=2$, $c_n=0.001$, $g=54/34$, $z_1=34$

図7 Jumo 210 E の O₂-車の歯形(a)およびその近似B-歯車の諸図表(b)

に, 歯形の表示式を与える.

5.1 擬似歯形表示式

[T₁→T₂] (T₁を与えてT₂を求める)

$$T_1 \text{ in } [R_1]: z_1=z_1(\lambda)=x_1(\lambda)+iy_1(\lambda) \quad (1)^\circ$$

$$z_2=\{i(r_1 \pm r_2)+z_1 e^{i\varphi_1}\} e^{\pm i\varphi_2} \quad (2)^\circ$$

$$T_2 \text{ in } [R_2]: \begin{cases} x_1'x_1+y_1'y_1 \\ +r_1(x_1' \sin \varphi_1+y_1' \cos \varphi_1)=0 \end{cases} \quad (3)^\circ$$

特にT₁が1点z₀(定数)のとき式(2)[°]のz₁にz₀を用い, 式(3)[°]は不要.

[EXT]

[INT]

図8 O₁-, O₂-車のかみあい状態[T₂→T₁]

$$T_2 \text{ in } [R_2]: z_2 = z_2(\lambda) = x_2(\lambda) + iy_2(\lambda) \quad (4)^\circ$$

$$z_1 = \{-i(r_1 \pm r_2) + z_2 e^{\mp i\varphi_2}\} e^{-i\varphi_1} \quad (5)^\circ$$

$$T_1 \text{ in } [R_1]: \begin{cases} x_2' x_3 + y_2' y_3 \\ + r_2(x_2' \sin \varphi_2 \mp y_2' \cos \varphi_2) = 0 \end{cases} \quad (6)^\circ$$

特に T₂ が 1 点 z₀ (定数) のとき式 (5)[°] の z₂ に z₀ を用い、式 (6)[°] は不要。

5.2 [T₁→T₂] の場合

5.2.1 O₁-車の形状

O₁-車 (カッタ相当) の形状を与え、これから O₂-車の基本形状を X-Y プロッタ図示するために次の (1), (2) を考慮する。

- (1) O₁-車の歯厚に c_n を加える。

$$\hat{\phi}_1 = \phi_1 + c_n, \quad \hat{\theta}_1 = \theta_1 + c_n$$

- (2) O₁-車の底部の非接触部に対する考慮

O₁-, O₂-車のかみあい状態は図 8 のようになり、O₁-車の隅肉部分 P₁P̄₀ はかみあいに関与しない。この部分をフランク部 P₁P̄₀ と歯底部 P̄₀P̄₀ に分けて、相当する角で表わすと次のようになる。

θ_f: O₂-車の基準かみあい位置 ① における T₁ 上の点を P₁ (T₂ の歯先点 B₂ に一致) とし、インボリュート歯

—— O₁-車 (カッタ相当) の接触部
 - - - - O₁-車 (カッタ相当) の非接触部
 O₁-車の基本形状

図9 O_i-車 (i=1, 2) (カッタ相当) の形状表1 O₁-車 (カッタ相当) の諸元の (X₀, Y₀) 表示

諸 元	記号	(X ₀ , Y ₀) 表示
歯先角	$\hat{\phi}_1$	$\phi_1 + c_n$
歯基角	$\hat{\theta}_1$	$\phi_1 + 2 \text{ rev } X_0 + c_n$
歯溝角	$\mathcal{T}_1$	$t_g - (\phi_1 + 2 \text{ rev } X_0 + c_n)$
歯先円半径	r_{k1}	$\sqrt{X_0^2 + 1}$
歯底円半径	r_{f1}	$\pm (G \cdot \sec \alpha - \sqrt{Y_0^2 + g^2})$
フランクの非接触部	θ_f	$\pm \text{rev } (G\tau - Y_0)$
歯底の非接触部	θ_r	$\pm (g \cdot \text{rev } Y_0 / g - G \cdot \text{rev } \tau)$

表2 O₁-車 (カッタ相当) と対応する O₂-車の部分の対比

O ₁ -車	O ₂ -車
a ₁ : 左フランク P ₁ B ₁	a ₂ : 右フランクの歯形曲線
b ₁ : 歯先の点 B ₁	b ₂ : 右隅肉曲線
c ₁ : 歯先 B ₁ B ₁ '	c ₂ : 歯底円
d ₁ : 歯先の点 B ₁ '	d ₂ : 左隅肉曲線
e ₁ : 右フランク B ₁ 'P ₁ '	e ₂ : 左フランクの歯形曲線
f ₁ : 歯底の接触部分 P̄ ₀ 'P̄ ₀	f ₂ : 歯先円

形 T₁ の始点を P₀ とすると $\theta_f \equiv P_0 \hat{O}_1 P_1$.

θ_r: O₂-車の歯先と O₁-車の歯底円との接触点を P̄₀ (かみあい位置 ②) とすると $\theta_r \equiv P_0 \hat{O}_1 \bar{P}_0$.

θ_f, θ_r は X₀, Y₀ で次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \theta_f &= \pm \text{rev } (G\tau - Y_0) \\ \theta_r &= \pm (g \cdot \text{rev } Y_0 / g - G \cdot \text{rev } \tau) \end{aligned} \right\}$$

複号の上(下)は外(内)接かみあいに応ずる。

この非接触部分 P₁P̄₀ の形状は O₂-車上の点 B₂ が O₁-車上に描く擬似歯形曲線に干渉しなければ何でもよい (X-Y プロッタを用いるとき、この非接触部分はかかずにおく。さもないと余分の線がかかれるからである)。

以上の点を考慮した O₁-車の形状を図 9 に、諸元の (X₀, Y₀) 表示を表 1 に示す。

5.2.2 O₁-車, O₂-車の形状の表示式その表示式を示す. 式中添字の $a, b, \dots, f$ は表2のO₁-車(カッタ相当)とO₂-車の部分を対比し(表2),各部を示し, 1はO₁-車, 2はO₂-車に应ずる.

表示式

1° [T_{a1}→T_{a2}]

$$\begin{cases} T_{a1} \text{ in } [R_1]: z_{a1} = (1 - i\lambda) \exp\{i(\lambda + n \cdot t_g)\} \\ T_{a2} \text{ in } [R_2]: z_{a2} = \{\pm iG \cdot \sec \alpha + (1 - i\lambda) e^{-i \cdot \tan^{-1}(\cot \alpha)}\} \exp[\mp i\{\tan^{-1}(\cot \alpha) + \lambda + n \cdot t_g\}/g] \\ (\mp(Y_0 - G\tau) \leq \lambda \leq X_0), (n: X-Y \text{ プロッタでかかせる歯の数}) \end{cases}$$

2° [T_{b1}→T_{b2}]

$$\begin{cases} T_{b1} \text{ in } [R_1]: z_{b1} = \sqrt{X_0^2 + 1} \cdot \exp\{i(\text{rev } X_0 + n \cdot t_g)\} \\ T_{b2} \text{ in } [R_2]: z_{b2} = [\pm iG \cdot \sec \alpha + \sqrt{X_0^2 + 1} \cdot \exp\{i(\text{rev } X_0 + n \cdot t_g + \varphi_1)\}] e^{\pm i\varphi_1/g} \\ (-\tan^{-1}(\cot \alpha) - X_0 - n \cdot t_g \leq \varphi_1 \leq -\text{rev } X_0 - n \cdot t_g - \pi/2) \end{cases}$$

3° [T_{c1}→T_{c2}]

$$\begin{cases} T_{c1} \text{ in } [R_1]: z_{c1} = \sqrt{X_0^2 + 1} \cdot \exp\{i(\lambda + n \cdot t_g)\} \\ T_{c2} \text{ in } [R_2]: z_{c2} = i(\pm G \cdot \sec \alpha - \sqrt{X_0^2 + 1}) \exp\{\mp i(\lambda + n \cdot t_g + \pi/2)/g\} \\ (\text{rev } X_0 \leq \lambda \leq \text{rev } X_0 + \phi_1) \end{cases}$$

4° [T_{d1}→T_{d2}]

$$\begin{cases} T_{d1} \text{ in } [R_1]: z_{d1} = \sqrt{X_0^2 + 1} \cdot \exp\{i(\text{rev } X_0 + \phi_1 + n \cdot t_g)\} \\ T_{d2} \text{ in } [R_2]: z_{d2} = [\pm iG \cdot \sec \alpha + \sqrt{X_0^2 + 1} \cdot \exp\{i(\text{rev } X_0 + \phi_1 + n \cdot t_g + \varphi_1)\}] e^{\pm i\varphi_1/g} \\ (-\text{rev } X_0 - \phi_1 - n \cdot t_g - \pi/2 \leq \varphi_1 \leq \tan^{-1}(\cot \alpha) + X_0 - (\phi_1 + \pi + n \cdot t_g)) \end{cases}$$

5° [T_{e1}→T_{e2}]

$$\begin{cases} T_{e1} \text{ in } [R_1]: z_{e1} = (1 + i\lambda) \cdot \exp\{i(-\lambda + \theta_1 + n \cdot t_g)\} \\ T_{e2} \text{ in } [R_2]: z_{e2} = [\pm iG \cdot \sec \alpha + (1 + i\lambda) \cdot \exp\{i(\tan^{-1}(\cot \alpha) - \pi)\}] \exp[\pm i\{\tan^{-1}(\cot \alpha) + \lambda - (\theta_1 + n \cdot t_g + \pi)\}/g] \\ (\mp(Y_0 - G\tau) \leq \lambda \leq X_0) \end{cases}$$

6° [T_{f1}→T_{f2}]

$$\begin{cases} T_{f1} \text{ in } [R_1]: z_{f1} = \pm (G \cdot \sec \alpha - \sqrt{Y_0^2 + g^2}) \exp\{i(\lambda + n \cdot t_g)\} \\ T_{f2} \text{ in } [R_2]: z_{f2} = \pm i\sqrt{Y_0^2 + g^2} \cdot \exp\{\mp i(\lambda + n \cdot t_g + \pi/2)/g\} \\ (\theta_1 \pm (g \cdot \text{rev } Y_0/g - G \cdot \text{rev } \tau) \leq \lambda \leq t_g \mp (g \cdot \text{rev } Y_0/g - G \cdot \text{rev } \tau)) \end{cases}$$

O₁-車によって基準かみあい位置におけるO₂-車をかくため, [R₁]系の初期位置は $\alpha_{01} = \pm(G\tau - Y_0) - (\pi/2 - \alpha)$ とする.

5.3 [T₂→T₁]の場合

外接かみあいの場合[T₂→T₁]は5.2項でO₁-, O₂-車を交換すればよい. ここでは創成内歯車O₂によって外歯車O₁をX-Yプロッタ図示する方法について述べる.

5.3.1 創成内歯車O₂の形状

Y-Yプロッタ図示するために次の(1), (2)を考慮する.

(1) O₂-車の歯厚に c_n を加える.

$$\hat{\phi}_2 = \phi_2 + c_n/g, \quad \hat{\theta}_2 = \theta_2 + c_n/g$$

(2) O₂-車底部の非接触部に対する考慮

O₁-, O₂-車のかみあい状態を図10に示す. O₂-車の隅肉部分P₂P₀はかみあいに関与しない. この部分をフランク部P₂P₀, 歯底部P₀P₀に分け, 相当する角で次のように表わす.

θ_f : O₁-車の基準かみあい位置①におけるT₂上の点

をP₂(B₁に一致)とし, O₂-車の歯底円とT₂との交点をP₀とすると $\theta_f \equiv P_2\hat{O}_2P_0$.

θ_r : O₁-車の歯先とO₂-車の歯底円との接触点をP₀(かみあい位置②)とすると $\theta_r \equiv P_0\hat{O}_2P_0$.

θ_f, θ_r の(X₀, Y₀)表示は次のようになる.

$$\theta_f = -\text{rev} \frac{G\tau + X_0}{g} + \delta$$

$$\theta_r = (\text{rev } X_0 + G \cdot \text{rev } \tau)/g - \delta$$

$$\text{ここで } \delta = \text{rev}(\sqrt{(G \cdot \sec \alpha + \sqrt{X_0^2 + 1})^2 - g^2}/g)$$

X-Yプロッタを用いるとき, このP₂P₀はかかない(余分の線をかかないため). これらを考慮した創成内歯車O₂を図11に示し, 諸元の(X₀, Y₀)表示を表3に示す.

5.3.2 内歯車O₂と外歯車O₁の形状の表示式

内歯車O₂と外歯車O₁の部分の対比を表4に示し, その表示式を次に示す. なお[T₂→T₁]は5.1項の諸式を用いる.

表示式

1' [T_{a2}→T_{a1}]

$$\begin{cases} T_{a2} \text{ in } [R_2]: z_{a2} = g(1+i\lambda) \exp\{i(-\lambda+n \cdot t_g/g)\} \\ T_{a1} \text{ in } [R_1]: z_{a1} = \{iG \cdot \sec \alpha + g(1+i\lambda) e^{i\{\tan^{-1}(\cot \alpha) - \pi\}}\} \exp[ig\{-\lambda+n \cdot t_g/g - \tan^{-1}(\cot \alpha) + \pi\}] \\ (Y_0/g \leq \lambda \leq (G\tau + X_0)/g) \end{cases}$$

2' [T_{b2}→T_{b1}]

$$\begin{cases} T_{b2} \text{ in } [R_2]: z_{b2} = \sqrt{Y_0^2 + g^2} \cdot \exp\{i(-\text{rev } Y_0/g + n \cdot t_g/g)\} \\ T_{b1} \text{ in } [R_1]: z_{b1} = [iG \cdot \sec \alpha + \sqrt{Y_0^2 + g^2} \cdot \exp\{i(-\text{rev } Y_0/g + n \cdot t_g/g + \varphi_2)\}] e^{-ig\varphi_2} \\ (Y_0/g - n \cdot t_g/g + \tan^{-1}(\cot \alpha) - \pi \leq \varphi_2 \leq \text{rev } Y_0/g - n \cdot t_g/g - \pi/2) \end{cases}$$

3' [T_{c2}→T_{c1}]

$$\begin{cases} T_{c2} \text{ in } [R_2]: z_{c2} = \sqrt{Y_0^2 + g^2} \cdot \exp\{i(\lambda + n \cdot t_g/g)\} \\ T_{c1} \text{ in } [R_1]: z_{c1} = i(G \cdot \sec \alpha - \sqrt{Y_0^2 + g^2}) \exp\{ig(\lambda + n \cdot t_g/g + \pi/2)\} \\ (-\text{rev } Y_0/g \leq \lambda \leq \hat{\phi}_2 - \text{rev } Y_0/g) \end{cases}$$

4' [T_{d2}→T_{d1}]

$$\begin{cases} T_{d2} \text{ in } [R_2]: z_{d2} = \sqrt{Y_0^2 + g^2} \cdot \exp\{i(-\text{rev } Y_0/g + \hat{\phi}_2 + n \cdot t_g/g)\} \\ T_{d1} \text{ in } [R_1]: z_{d1} = [iG \cdot \sec \alpha + \sqrt{Y_0^2 + g^2} \cdot \exp\{i(-\text{rev } Y_0/g + \hat{\phi}_2 + n \cdot t_g/g + \varphi_2)\}] e^{-ig\varphi_2} \\ (\text{rev } Y_0/g - \hat{\phi}_2 - n \cdot t_g/g - \pi/2 \leq \varphi_2 \leq -Y_0/g - \hat{\theta}_2 - n \cdot t_g/g - \tan^{-1}(\cot \alpha)) \end{cases}$$

5' [T_{e2}→T_{e1}]

$$\begin{cases} T_{e2} \text{ in } [R_2]: z_{e2} = g(1-i\lambda) \cdot \exp\{i(\lambda + \hat{\theta}_2 + n \cdot t_g/g)\} \\ T_{e1} \text{ in } [R_1]: z_{e1} = \{iG \cdot \sec \alpha + g(1-i\lambda) e^{-i \cdot \tan^{-1}(\cot \alpha)}\} \exp[ig\{\lambda + \hat{\theta}_2 + n \cdot t_g/g + \tan^{-1}(\cot \alpha)\}] \\ (Y_0/g \leq \lambda \leq (G\tau + X_0)/g) \end{cases}$$

6' [T_{f2}→T_{f1}]

$$\begin{cases} T_{f2} \text{ in } [R_2]: z_{f2} = (G \cdot \sec \alpha + \sqrt{X_0^2 + 1}) \exp\{i(\lambda + n \cdot t_g/g)\} \\ T_{f1} \text{ in } [R_1]: z_{f1} = -i\sqrt{X_0^2 + 1} \cdot \exp\{ig(\lambda + n \cdot t_g/g + \pi/2)\} \\ (\hat{\theta}_2 + (1/g) \cdot \text{rev } X_0 + (G/g) \cdot \text{rev } \tau \leq \lambda \leq t_g/g - (1/g) \cdot \text{rev } X_0 - (G/g) \cdot \text{rev } \tau) \end{cases}$$

基準かみあい位置における O₂-車によって O₁-車をかくために[R₂]系の初期位置を $\alpha_{02} = -(Y_0/g + \hat{\theta}_2) - (\pi/2 - \alpha)$ とする。例 1~4 のかみあい図はすべて上式により X-Y プロットでかいたものである。

6. ま と め

第 1, 2 報によって一般インボリュート歯車の全部のかみあいに対する C. A. D. を終わった。その結果を要約

図 10 O₁、O₂-車のかみあい状態 図 11 創成内歯車 O₂ の形状

表3 創成内歯車 O₂ の諸元の (X₀, Y₀) 表示

諸 元	記号	(X ₀ , Y ₀)表示
歯先角	$\hat{\phi}_2$	$\phi_2 + c_n/g$
歯基角	$\hat{\theta}_2$	$\phi_2 - 2 \operatorname{rev} Y_0/g + c_n/g$
歯溝角	$\mathcal{W}_2$	$t_g/g - (\phi_2 - 2 \operatorname{rev} Y_0/g + c_n/g)$
歯先円半径	r_{k2}	$\sqrt{Y_0^2 + g^2}$
歯底円半径	r_{f2}	$G \cdot \sec \alpha + \sqrt{X_0^2 + 1}$
フランクの非接触部	θ_f	$-\operatorname{rev} \frac{Gr + X_0}{g} + \delta$
歯底の非接触部	θ_r	$(\operatorname{rev} X_0 + G \cdot \operatorname{rev} \tau)/g - \delta$
	δ	$\operatorname{rev}(\sqrt{(G \cdot \sec \alpha + \sqrt{X_0^2 + 1})^2 - g^2}/g)$

する。

- (1) 従来不可能であった一般インボリュート歯車のすべてのかみあいにおける歯車成立条件を定理の形で統一し、X-Y プロッタ図示によって判別することができた。
- (2) 一般インボリュート歯車の形状、かみあい図をX-Y プロッタ図示した。あわせて歯車諸元や諸量の計算をした。
- (3) このC.A.D.によれば可能なインボリュート歯車の設計が容易にでき、これによってよりよい新しい歯車系を開発する有力な手がかりを与えることがで

表4 創成内歯車 O₂ と対応する外歯車 O₁ の部分の対比

創成内歯車 O ₂	外歯車 O ₁
a ₂ : 左フランク P ₂ B ₂ '	a ₁ : 右フランクの歯形曲線
b ₂ : 歯先の点 B ₂ '	b ₁ : 右隅肉曲線
c ₂ : 歯先 B ₂ 'B ₂	c ₁ : 歯底円
d ₂ : 歯先の点 B ₂	d ₁ : 左隅肉曲線
e ₂ : 右フランク B ₂ B ₂	e ₁ : 左フランクの歯形曲線
f ₂ : 歯底の接触部分 P ₀ P ₀ '	f ₁ : 歯先円

きる。

- (4) この方法によってインボリュート歯車の最小歯数問題に関するすべての問題が完全に解決できる。

文 献

- 1) Y. Horiuchi: A Mechanical Study on Involute Spur Gears, Proc. JSME, 1967 Semi-Intern. Symp. Gearing (1967) 57.
- 2) 堀内義和, 貴志浩三, 山田国男, 瀬崎正博: E₀方式によるインボリュート歯車のC.A.D.——ラック・ピニオンのかみ合 (第1報), 精密機械, 38, 12 (1972) 1036.
- 3) 堀内義和: 擬似歯形論 (第1報), 日本機械学会論文集, 13, 44 (1927) 252.
- 4) 堀内義和: 接触運動体とその表現, 昭和43年度精機学会秋季大会学術講演会前刷 (1968) 303.
- 5) 中田 孝: 歯車 (測定, 検査), 岩波書店 (1942).

情 報

機械協・低騒音油圧機器を開発

機械振興協会は48, 49年度の2年間にわたり「低騒音油圧機器」を開発することになり, その研究委員会を発足させた。

これは日本油圧工業会の要望により同振興協会技術研究所が中心となり実施するものである。

油圧機器の騒音は需要先からの高性能化の要請に伴い, ここ数年増大する傾向にあり, 業界にとってもユーザにとっても深刻な問題となっている。

すでに業界各社は減音・防音対策に努力してきているが, いまのところこれといった解決策は打出されていない。

油圧機器の騒音問題は先進国の欧米諸国でも未解決の

難課題である。

こうした実情から今後も引き続き業界企業単位で騒音対策に取り組むという体制をとっては問題解決までに時間がかかると判断, 48年度を機に各企業間の共同研究体制を確立, 業界が一丸となって騒音問題解決に乗り出すことになったものである。

油圧機器の騒音および振動は油中への空気の混入が最大の原因といわれており, 研究委員会においては, ①通常90~95ホンといわれている騒音を60ホン以下に押さえる。②防振については防振材, 制振材の材質, 形状, 弾性係数などを検討し適切な防振装置を試作する。③高気圧でしかも安定性のある機器を開発することに重点をおく。(服部 敏夫)