研削仕上面あらさの生成機構*

—仕上面あらさに及ぼすドレッシング特性の統計学的考察—

長谷川 素由** 河 村 末 久** 小 野 浩 二**

The Generating Mechanism of the Ground Surface Roughness

—A Statistical Analysis of Dressing Characteristics
to the Ground Surface Roughness—

Motoyoshi HASEGAWA, Suehisa KAWAMURA, Kōji ONO

There are many discrepancies in opinions hitherto about the probability density function of cutting edges after dressing treatment. The present paper deals with the effect of the dressing treatment on the grinding wheel and ground surface. The theoretical explanation was offered for the distribution curve of cutting edges after dressing and the root mean square roughness of ground surface. The calculated values based on the theoretical explanation show good agreement with experimental values. The theory shows that when the grinding wheel is dressed by the diamond dresser with a conical apex, the distribution curve of cutting edges changes from the rectangular distribution to the parabolic one with the increase of the dressing number and the root mean square of surface ground with it can be calculated theoretically.

1. は じ め に

研削仕上面あらさの生成機構については、関与する要因の多様性からいまだ明確な解析が得られていない。従来、幾何学的解析の面では佐藤¹⁾、小野²⁾、Shaw³⁾、越智⁴⁾、岡村⁵⁾らにより、統計学的解析の面では織岡⁶⁾、田中⁷⁾、佐田⁸⁾、松井⁹⁾、築添¹⁰⁾の研究がある。

最近の解析では、切れ刃のランダム性を考慮して統計学的手法が盛んに用いられている。しかし、これらの理論解析をみると、解析の出発点となる切れ刃高さ分布の分布形一つを取上げてみても統一見解が存在しない。

本報告は、研削仕上面あらさの生成機構を再検討して統計学的研削像をより明確にする意味からドレッシング後の切れ刃高さ分布の生成過程と、同じ砥石で研削した場合に創成されるあらさの生成過程について統計学的考察を試み、理論の妥当性を検証したものである。

2. 理 論

2.1 単石ドレッサによるランダムな切れ刃の生成過程

研削仕上面あらさの生成機構を説明するにあた

っては、まずドレッサで砥石をドレッシングしたときに生成される切れ刃高さ分布を知る必要がある。ここでは、単石ドレッサで砥石をドレッシングする場合を取上げる。

解析にあたっては、① 砥石とドレッサの振動は無視できるほど小さく、② ドレッサの形状は頂角 2ϕ の円すい形状で、③ ドレッサが砥石と接触した部分は砥粒の分布に関係なくすべてドレッシングされるものとする。さて、一般解を導くにあたって、単石ドレッサで砥石を3回ドレッシングした場合から考察する。図1において砥石表面を互いに独立に3回ドレッシングしたとき、各回数に応じて生成される切れ刃の幾何学的形状は図のように変化して最後に斜線の部分が切れ刃として残る。この場合、ドレッサの通過回数に対する切れ刃の幾何学的形状の変化すなわちドレッシングに対応する切れ刃高さ分

図1 ドレッシング機構

* 原稿受付 昭和48年8月4日。昭和48年度精機学会春季大会学術講演会(昭和48年4月5日)にて発表。

** 正 会 員 防衛大学校(横須賀市走水1-10-20)

布は、砥石の内部にとった任意の基準 OO' からドレッシングが通過しててきたねじ山の軌跡まで測った距離 X_i (i はドレッシングが通過した軌跡の順序を示す) の分布で表される。いま、図の A, B, C の各位置で切れ刃高さを考えると、位置 AA' では $X_1 < X_2 < X_3$ 、位置 BB' では $X_3 < X_2 < X_1$ 、位置 CC' では $X_2 < X_1 < X_3$ の関係が成立している。この関係からわかるように切れ刃高さは基準線 OO' からねじ山の軌跡まで測った距離のうち最小の距離で示される。したがって、一般に互いに独立に m 回ドレッシングした場合の切れ刃高さ ξ は、一般形としてはドレッシング前の砥石のあらさを考慮する必要があるから、いまこれを確率変数 X_0 で表せば、図 1 から結局切れ刃分布は $(m+1)$ 個の確率変数 $X_0, X_1, X_2, \dots, X_m$ を大きさの小さいものから大きいものへ順に並べてつくった順序統計量 $X_{(0)} < X_{(1)} < X_{(2)} < \dots < X_{(m)}$ に関する最小値の分布に相当する。したがって、同じ基準線から測った切れ刃 ξ は次式のように表される。

$$\xi = \min(X_0, X_1, X_2, \dots, X_m)$$

この確率分布を $\Phi_m(x)$ と表せば定義に従って、互いに独立にドレッシングすることを考慮すれば次式を得る。

$$\begin{aligned}\Phi_m(x) &= P_r\{\min(X_0, X_1, \dots, X_m) \leq x\} \\ &= 1 - P_r\{X_0 \geq x\} \cdot P_r\{X_1 \geq x\} \cdot \dots \cdot P_r\{X_m \geq x\} \\ &= 1 - P_r\{X \geq x\}^m \cdot P_r\{X_0 \geq x\} \\ &= 1 - [1 - P_r\{X \leq x\}]^m \cdot [1 - P_r\{X_0 \leq x\}] \quad (1)\end{aligned}$$

ここで、ドレッシングする前の砥石の表面あらさの分布を $F_0(x)$ で、またドレッシングが互いに独立に通過したときに砥石に構成されるねじ山形状の切れ刃の分布を $F(x)$ で表せば、単回ドレッシングでドレッシングした場合に生成される切れ刃分布の一般式は式 (1) から次のように表される。

$$\Phi_m(x) = 1 - [1 - F(x)]^m \cdot [1 - F_0(x)] \quad (2)$$

いま、ドレッシング特性の影響を明らかにするため、切れ刃は砥石の半径方向、円周方向、幅方向に分布しているがこれらのうち前 2 者を取上げ解析を簡単化すると、式 (2) で $F_0(x)$ を考慮する必要がなくなるから次式を得る*。

$$\Phi_m(x) = 1 - [1 - F(x)]^m \quad (2)'$$

式 (2)' の $F(x)$ は、ドレッシングの形状によって決まるが、先の仮定と図 1 からわかるように砥石の切れ刃分布幅すなわちねじ山の高さを d 、砥石の回転数を N 、ドレッシングの刃先半角を φ 、ドレッシングの送り速度を v_d でそれぞれ

図 2 ドレッシングによる切れ刃分布の変化

表せば次のようになる。

$$F(x) = \frac{x}{d} \quad (0 < x < d) \quad (3)$$

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = \frac{1}{d} \quad (0 < x < d) \quad (4)$$

$$d = \frac{v_d}{2N} \cot \varphi \quad (5)$$

そこで、砥石のドレッシング前のあらさの影響を考慮しない場合は、式 (3)~(5) と式 (2)' を変形してドレッシング後の切れ刃分布の分布関数 $\Phi_m(x)$ および密度関数 $\varphi_m(x)$ は下記のように求められる。

$$\Phi_m(x) = 1 - \left(1 - \frac{x}{d}\right)^m \quad (0 < x < d) \quad (6)$$

$$\varphi_m(x) = \frac{d\Phi_m(x)}{dx} = m \left(\frac{1}{d}\right) \left(1 - \frac{x}{d}\right)^{m-1} \quad (0 < x < d) \quad (7)$$

図 2 はドレッシング後の切れ刃分布を式 (7) について計算した結果である。 $\varphi_m(x)$ は m の増加とともに放物線になる。

2.2 研削仕上面あらさに関する解析

ドレッシング後の切れ刃分布が導出されたので、このような切れ刃をもつ砥石で研削した場合の被削材の仕上面あらさについて解析する。図 1 について同様に考えると、砥石円周方向に存在する切れ刃はドレッシングされても互いにランダム性を保持するから、仕上面あらさの分布は同じ基準線から測った距離の最大値の分布に相当する。したがって、研削された仕上面あらさの分布関数 $G(x)$ およびその密度関数 $g(x)$ は次式のように与えられる。

$$G(x) = \{\Phi_m(x)\}^n = \left\{1 - \left(1 - \frac{x}{d}\right)^m\right\}^n \quad (8)$$

* 式 (2)' において、ドレッシング前の切れ刃分布の分布形が一樣分布である場合、ドレッシング前の表面あらさを考慮して、 $(m-1)$ 回ドレッシングしたと読みかえることもできる。

図3 サンプルサイズと無次元二乗平均あらさ

$$g(x) = \frac{dG(x)}{dx} = n\varphi_m(x) [\Phi_m(x)]^{n-1}$$

$$= \frac{mn}{d} \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} (-1)^{n-k-1} d^{mk} (d-x)^{m(n-k)-1} \quad (9)$$

ここで、上式中 n は切れ刃のサンプルサイズである。

サンプルサイズ n は、砥石表面を円周方向に測定した断面曲線上の切れ刃ピーク値は互いに独立と考えてよいから、切れ刃ピーク値の分布 $f_p(x)$ がわかれば式(10)から求められる。

$$n = \frac{1}{L_p} \cdot \frac{V}{v} \sqrt{DA} \cdot N_p \cdot \int_0^d f_p(x) dx \quad (10)$$

ここで、 L_p は砥石円周面上での測定長さ、 D は砥石の直径、 V は砥石周速度、 v は工作物の送り速度、 A は切込み量、 N_p は切れ刃ピーク値の標本数である。

研削量に関係のある仕上面あらさ分布の平均の位置 μ は次式で表せる。

$$\mu = \int_0^d x \cdot g(x) dx$$

$$= n \cdot d \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} (-1)^{n-k-1} \cdot \frac{1}{(n-k)[m(n-k)+1]} \quad (11)$$

そこで、表面あらさの統計的性質を表すうえからも重要な意義のある二乗平均あらさ R_{ms} を求めると次のように導出できる。

$$R_{im} = \left[\int_0^d x^2 g(x) dx - \mu^2 \right]^{1/2}$$

$$= \left[2d^2 n \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} \frac{(-1)^{n-k-1}}{(n-k)[m(n-k)+1][m(n-k)+2]} \right. \\ \left. - \left\{ nd \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} \frac{(-1)^{n-k-1}}{(n-k)[m(n-k)+1]} \right\}^2 \right]^{1/2} \quad (12)$$

図4 仕上面あらさの確率密度関数

図5 仕上面あらさの確率密度関数

図3, 4, 5は式(9)と(12)について $t=x/d$ と無次元化を行ってあらさの密度関数と二乗平均あらさを計算した結果の一例である。図からサンプルサイズとドレッシング回数が増加するに従ってあらさが向上することかわかる。

3. 実験

3.1 実験装置および実験条件

実験には岡本 PSG-6E 型油圧駆動精密平面研削盤を使用した。砥石円周表面の切れ刃ピーク値の分布測定には、一定速度で送れる送り装置を試作して、この装置で砥石を軸方向に一定速度でドレッシングしたのち、小坂式駆動テーブルで砥石を定速で回転させながら小坂式 SE3 型表面あらさ計で測定した。またダイヤモンドドレッサを使用したか各実験ごと取替えて使用した。

3.2 被削材

実験に用いた被削材は実験条件とともに表1に示す。被削材の表面あらさは研削加工によって $R_{max} \approx 0.2 \mu m$ 程度に仕上げたのち、熱処理温度 $800^\circ C$ で 60 分保持したのち真空焼鈍を行った。

表1 実験条件

研削盤		OKAMOTO PSG-6 E 型平面研削盤
砥石種類	A 46 M 6 V, A 60 M 6 V, A 80 M 6 V	
	周速度	1880 m/min
石直径	20 cm	
ドレッシング	ドレッサ	単石ダイヤモンドドレッサ (半頂角 46°~63°30')
	送り速度	3.04 cm/min
	切込み量	切込み 20 μm でワンパスを 5 回
工作物	合金工具鋼 SKS 3 ($H_V=178$)	
テーブル速度	7.69 m/min	
研削液	なし

(a) A46M6V

(b) A60M6V

(c) A80M6V

図6 砥石円周表面のプロファイル

4. 実験結果および考察

4.1 砥石円周方向における切れ刃分布

図6(a), (b), (c)はドレッシング後の砥石表面を表面あさ計で円周方向に測定したプロファイルを示す。

図7(a), (b), (c)はこのプロファイルから切れ刃ピーク値の標本分布およびその密度関数を求めたものである。各砥石の切れ刃ピーク値の標本分布から切れ刃母集団の分布形を推定するにあたり、下記の Gamma 分布形で近似した。

(a)

(b)

(c)

図7 切れ刃分布

表2 砥石パラメータ

砥石	r	λ	備考	
			分布幅 (μm)	測定長 (mm)
A 46 M 6 V	1.29	0.018	270	100
A 60 M 6 V	2.31	0.028	230	100
A 80 M 6 V	3.37	0.054	210	300

$$f_p(x) = \frac{\lambda^r}{\Gamma(r)} \exp(-\lambda x) \cdot x^{r-1} \quad (13)$$

図の $\bar{X}$, S , Σf_i はそれぞれ標本分布の平均の位置、

図8 研削仕上面あらさの分布

図11 研削仕上面あらさの分布

図9 研削仕上面あらさの分布

図12 研削仕上面あらさの分布

図10 研削仕上面あらさの分布

図13 研削仕上面あらさの分布

表3 実験結果

砥 石		A 46 M 6 V		A 60 M 6 V		A 80 M 6 V	
ドレッシング回数 m		4	8	4	8	4	8
サンプルサイズ n		12	10	3	15	11	8
切込み量 d (μm)		7	3	4	10	7.3	6
ドレッサ半頂角 φ		63°30'	61°	62°40'	53°37'	46°	60°15'
切れ刃高さ d (μm)		2.7	3.0	2.3	4.0	5.24	3.1
仕上面 あらさ R_{rms}	実測値 (μm)	0.324	0.266	0.445	0.509	0.791	0.292
	理論値 (μm)	0.292	0.301	0.454	0.386	0.928	0.317

標準偏差, 標本数を示している。また表2は式(3)のパラメータについて実験結果から推定した値である。測定にあたって切れ刃分布範囲を切れ刃全領域にとりて, 切込み領域に限定しなかったのは本解析では切れ刃母集団そのものの分布形を推定したいためである。さて切れ刃分布の分布形としては, 従来ピーク値分布の分布形は Envelope の分布と言われ, 理論的には Rayleigh 分布¹¹⁾ が予想される。

しかし, 検討した結果この分布ではモードの位置が前にきすぎてその密度は過大に高く本実験範囲では分布形として妥当ではなかった。もちろん, Cartwright, Longuet-Higgins らの高次モーメントを用いたピーク値分布に関する厳密解が理論的に存在するがここでは検討しなかった。

以上の結果, 砥石円周方向の切れ刃ピーク値分布の分布形は, 指数タイプのうち原点を0に選べる Gamma 分布形でかなりよく表せることがわかった。

4.2 研削仕上面あらさ

図8~13は砥石 A 46 M 6 V, A 60 M 6 V, A 80 M 6 V で被削材 SKS3 を研削した場合の仕上面あらさの標本分布と式(9)で計算した理論曲線とを示す。また, 表3はこれらの実験結果を整理して二乗平均あらさの実測値と理論値とを比較できるように示したものである。この結果からわかるように, 式(9)で計算した仕上面あらさの密度関数は比較的良好に実測値と適合しているとともに, 式(12)で求めた二乗平均あらさに関しても理論値と実測値とがかなりよい対応を示すことがわかる。理論値が実測値よりも小さい値を示すのはドレッシング前の砥石表面のあらさの影響によるものと考えられる。ところで, 表3の切込み量 d は, 被削材の前加工表面と研削後の仕上面の間にできる段を表面あらさ計で測定して求めた値である。

5. 結 論

研削仕上面あらさの生成機構をドレッシング後の切れ刃高さ分布の生成過程から考察し, 研削仕上面あらさの

生成機構を統計学的に解析した結果次のようなことが明らかになった。

- (1) 砥石円周表面にある切れ刃がランダムであることから仕上面あらさの生成機構に及ぼすドレッシング特性の理論解析には順序統計量の概念を一貫して用いることができる。
- (2) ドレッシング条件と切れ刃ピーク値の分布がわかればドレッシング特性を考慮した仕上面あらさの密度関数, 分布関数, 分散, 二乗平均あらさが理論的に推定できる。
- (3) 砥石(粒度46~80番)の切れ刃ピーク値分布の分布形は指数タイプで表されるが, 理論的に予想される Rayleigh 分布よりむしろ Gamma 分布がよく適合する。
- (4) ドレッシング後の切れ刃分布の理論分布形は, ドレッシング回数が増大するに従って放物線分布形を示す。
- (5) ランダムサンプルサイズとドレッシング回数とが仕上面あらさの向上に及ぼす影響を比較するとドレッシング回数の効果の方がはるかに大きい。

最後に本研究を遂行するに当たって実験およびその整理にご協力いただいた国分政夫, 太田康和, 宮司高次, 田代雅彦の諸君に対し厚くお礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 佐藤健児: 研削理論(第2報), 精密機械, 16, 4-5(1950) 117.
- 2) 小野浩二: と粒切れ刃の形状ならびに分布が研削仕上面あらさに及ぼす影響, 日本機械学会論文, 30, 211(1964) 361.
- 3) C. T. Yang & M. C. Shaw: The Grinding of Titanium Alloys, Trans. ASME, 77, July(1955) 645.
- 4) 越智隆冬: 研削機構の研究(第2報), 精密機械, 23, 7(1957) 308.
- 5) 岡村健二郎, 中島利勝: 砥粒切れ刃による切削現象の研究(第1報), 精密機械, 32, 4(1966) 287.
- 6) 織岡貞次郎: 確率論を応用した研削仕上面創成の理論, 日本機械学会誌, 63, 499(1960) 1185.
- 7) 田中義信, 井川直哉: ダイヤモンド砥石による研削に関する研究(第2報), 精密機械, 27, 2(1961) 86.
- 8) 佐田登志夫, 久保盛唯: 精密加工における表面あらさの形成過程, 精密機械, 32, 2(1966) 118.
- 9) 松井正己, 庄司克雄: 研削仕上面あらさに関する一考察, 機械の研究, 19, 10(1967) 1341.
- 10) 築添 正, 久門輝正, 長谷川素由: 表面あらさの生成機構(第1報), 日本機械学会論文, 38, 307(1972) 633.
- 11) D. E. Cartwright & M. S. Longuet-Higgins: The Statistical Distribution of the Maxima of a Random Function, Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A, 237(1956).