単一パルス高パワー密度電子ビーム による金属の穴あけ加工*

宮 崎 俊 行**

High Power Density Electron Beam Drilling of Metals by One Pulse

Toshiyuki MIYAZAKI

It has been said that the high power density electron beam drilling is performed by the heating inside the target which is caused by the phenomenon that the high potential electrons penetrate into target. However, from the view-points of heat conduction theory and dynamic theory it has not been made clear. In this paper, the mechanism of high power density electron beam drilling of metals is discussed on the bases of heat conduction and force balance between vapour pressure and shrinking pressure due to surface tension. Namely, the critical temperature of generation of molten metal removal and the drilling speed are estimated. The estimated speed coincides with the experimental value. Moreover, the phenomenon of saturation of drilled depth is explained rationally.

1. 緒 言

高パワー密度電子ビームによる金属の穴あけは、高エネルギー電子が試料内部に侵入して、試料内部に高温、高蒸気圧を発生し、溶融部を瞬間的に除去して行う^{1)~3)}。しかしながら、その熱伝導論的な解析および溶融体除去に関する解析は行われていない。

本論文は、電子の試料内部への侵入を考慮した試料の温度分布から溶融体除去機構を解析し、その臨界条件を求め、かつビーム照射時間（パルス幅）を広範囲に変化させたときの穴深さの変化および穴ふさがり現象について実験的解析を行ったものである。すなわち、本論文は、前報⁴⁾で報告した電子の侵入により深い溶融部が形成される以前の現象に関するものである。

2. 電子の侵入を考慮した除去機構の解析

2.1 試料の温度分布

電子ビームの固体中への侵入状況およびエネルギー損失に関しては、モンテカルロ法による追跡⁵⁾や理論的な計算例⁶⁾があり、固体表層下のエネルギー損失割合 dE_A/dx は次式で与えられている⁶⁾。

$$\rho R_p \frac{d(E_A/E_0)}{d(\rho x)} = \frac{1}{(1-y)^{2/5}} \exp\left(-\frac{ry}{1-y}\right) \cdot \left(\frac{r}{1-y} + \frac{3}{5}\right) + \frac{E_B}{E_0} \frac{6 \times 1.9}{5} \frac{r}{(1-y)^2} \exp\left(-\frac{1.9ry}{1-y}\right) \cdot \left(\frac{1}{2^{5/6}} - (1-y)^{5/6}\right)$$

* 原稿受付 昭和48年12月26日。昭和48年度精機学会秋季大会学術講演会(昭和48年10月7日)にて発表。

** 正 会 員 理化学研究所(和光市広沢2番1号)

$$\rho R_p = \frac{2.76 \times 10^{-11} M E_0^{5/3}}{Z^{8/9}} \frac{(1 + 0.978 \times 10^{-6} E_0)^{5/3}}{(1 + 1.957 \times 10^{-6} E_0)^{4/3}}$$

$$y = \frac{x}{R_p}, \quad \gamma = 0.187 Z^{2/3} \quad (1)$$

ただし、 E_A : 電子が表面から深さ x までに失うエネルギー、 E_0 : 入射電子エネルギー、 ρ : 固体の密度、 Z : 固体の原子番号、 M : 固体の原子量、 E_B/E_0 : 固体材料による定数、 R_p : 電子の飛程 (maximum range) である。

一方、半無限体表面に円形熱源(半径 a , 単位パワー)があるときの熱源中心の表面下の温度上昇 $T'(z, t)$ は、式(2)で与えられる⁷⁾。

$$T'(z, t) = \frac{2\sqrt{\kappa t}}{\pi K a^2} \left\{ \text{ierfc} \frac{z}{2\sqrt{\kappa t}} - \text{ierfc} \frac{\sqrt{z^2 + a^2}}{2\sqrt{\kappa t}} \right\} \quad (2)$$

ただし、 K : 熱伝導率、 κ : 温度拡散率、

$$\text{ierfc}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} x \int_x^\infty e^{-\xi^2} d\xi$$

である。

式(1),(2)より、電子の侵入を考慮した試料の温度分布 $T(z, t)$ は、式(3)で計算できる。

$$T(z, t) = \frac{1}{2} \int_0^{R_p} \frac{dE_A}{dx} \{ T'(x+z, t) + T'(|x-z|, t) \} dx \quad (3)$$

式(3)を用い、軟鋼(S15C)を後に示す実験条件で加熱したときの温度分布の計算例が図1である。図から明らかなように、試料表面よりも内部に最高温度があることがわかった。その結果、試料内部、たとえば今の条件では6μmの深さに図2のような高蒸気圧をもつ気泡が発生する。この気泡をつつむ薄層(厚さ D_b)では、電子の侵入モデルからわかるようにエネルギー損失が非常に少

試料: 軟鋼(S15C), ビーム: 150 kV, 40 mA, ビーム径 0.05 cm

図1 深さと温度上昇の関係

図2 溶融部除去モデル

ないから⁶⁾, 高エネルギー電子は気泡内部, 次に気泡の下の溶融部分まで到達する。その結果, 気泡はさらに加熱される。表1に各試料について求めた最高温度発生深さ(気泡発生深さ D_b)を示す。

2.2 除去作用の臨界条件

金属の穴あけ加工中に, 溶融体の飛散を観察できる。この溶融体飛散の発生条件は, 図2から求めることができる。すなわち, 気泡内の蒸気圧 p_b と溶融体の表面張力 σ による収縮圧 $p_s = 2\sigma/R$ (R は気泡の曲率半径) の関係が $p_b > p_s$ になったときに溶融体飛散が起こると考える。気泡半径がビーム半径 R_i と等しいと仮定し (これは, 後述の図4より, 加工初期の穴径がビーム径にほぼ等しいことがわかるから妥当な仮定である), また, $p_b \approx p_s$ とおくことによって求めた気泡温度 (溶融体飛散温度) T_b の例を表1に示す。

次に, $p_b \approx p_s$ になるまでの時間 τ を求める。図1の計算には相変化を含めていないから, 相変化に必要なエネルギーを考慮するため, いわゆる修正温度⁸⁾ を考え, これまで到達するのに必要な時間を求める。

蒸発には気泡内の蒸発(質量 m_1)と表面からの蒸発(質量 m_2)がある。気泡を球状(径をビーム径 $2R_i$ と等しいとする)と仮定すれば, その体積 V_b は $V_b = \frac{4}{3}\pi R_i^3$ であるから, 表1の圧力 p_b と温度 T_b を用いて質量 m_1 は式(4)で計算できる。

$$m_1 = M \cdot \frac{p_b \cdot V_b}{G \cdot T_b} \quad (4)$$

表1 熱伝導計算から求めた臨界除去条件

	軟 鋼	アルミニウム	銅
気泡発生深さ D_b (μm)	6	25	2
気泡圧力 p_b (dyn/cm^2)	1.8×10^5	8.7×10^4	1.0×10^5
気泡温度 T_b ($^{\circ}\text{C}$)	2 500	2 000	2 200
融解熱の修正温度 T_0 ($^{\circ}\text{C}$)	590	450	550
$T_b + T_0$ まで加熱するのに必要な時間 τ (μs)	6	10	4

表2 除去における蒸発質量, 溶融質量およびそれに必要なエネルギー

		軟 鋼	アルミニウム	銅
蒸発質量 (g)	m_1	2.8×10^{-9}	8.0×10^{-10}	2.0×10^{-9}
	m_2	6.4×10^{-8}	2.5×10^{-8}	5.4×10^{-8}
	$m_1 + m_2$	6.7×10^{-8}	2.6×10^{-8}	5.6×10^{-8}
溶融質量 (g)	m_3	1.7×10^{-8}	2.6×10^{-8}	1.4×10^{-8}
蒸発に必要なエネルギー (cal)	E_v	8.6×10^{-8}	8.4×10^{-8}	7.8×10^{-8}
溶融に必要なエネルギー (cal)	E_m	8.8×10^{-8}	1.4×10^{-8}	3.5×10^{-8}

ただし, G : 気体定数, T_b : 絶対温度に変換である。その計算結果を表2に示す。また, 表面から蒸発する質量 m_2 は式(5)で計算できる⁹⁾。

$$m_2 = 5.833 \times 10^{-2} p \sqrt{\frac{M}{T}} \cdot S \cdot \Delta t \quad (5)$$

ただし, p : 表面の蒸気圧, T : 表面の温度, S : 蒸発面積, Δt : 蒸発時間である。式(5)の T は, 深さ D_b における温度が表1の T_b になったときの表面温度と考えて, 式(3)から, p は温度 T における蒸気圧として蒸気圧曲線¹⁰⁾より求める。 S を半球表面積 ($2\pi(R_i + D_b)^2$), τ を $10 \mu\text{s}$ としたときの質量 m_2 の計算結果を, また表2に示す。

溶融体の質量 m_3 は, 計算上からは求められないが, 溶融が図2の薄層のみと仮定すれば, 式(6)で計算できる。

$$m_3 = \frac{2}{3} \pi \{ (R_i + D_b)^3 - R_i^3 \} \quad (6)$$

その計算結果もまた表2に示す。

これらの計算より, 質量 m_1 , m_2 の蒸発に必要なエネルギー (E_v) および質量 m_3 の溶融に必要なエネルギー (E_m) は表2のようになり, 図2のモデルからは,

$$m_1 + m_2 \ll m_3 \quad \text{および} \quad E_v \ll E_m$$

が成立つ。これから, 相変化のエネルギーとしては, 溶融エネルギーのみを考えればよいことがわかる。それゆえ, 溶融体除去が起こる時間は, 融解熱 L_m のみを考慮し, これを $T_0 = L_m/c$ (c は比熱) なる関係で温度 T_b に変換して気泡温度 T_b に含め, 温度 ($T_b + T_0$) まで上昇させる

のに必要な時間として求めることができる．式(3)を用いて求めた時間 τ を表1に示す．

ただし，この時間は第1回目の溶融体除去が起こるまでの時間であり，第2回目以後は，新しい表面（深さ方向に D_0 の位置）付近がすでに加熱された状態にあるから，除去に要する時間は表1の値よりも小さくなる．すなわち，溶融体飛散の間隔は，さらに短くなる．

3. 実験および検討

3.1 実験方法

実験は，ビームをパルス化し，金属試料に各種パルス幅ビームを1回だけ照射して行った．ビーム条件および試料材質は次のとおりである．

ビーム加速電圧：150 kV

ビーム電流：40 mA

ビーム径(平均)：0.05 cm (パワー密度： 3×10^6 W/cm²)

パルス幅：50, 100, 200, 500 μ s, 1, 2, 5, 10 ms

試料材質：軟鋼(S15C)，アルミニウム，銅

ビーム径は，アルミニウム箔(20 μ m)を上記パルス幅で加工した結果，一定穴径を得たので，その穴径によって定めた．また，ビーム形状は，だ円であるため，試料表面における加工穴形状もだ円(試料：軟鋼，パルス幅：1 msで長径/短径 ≈ 1.3)となる．それゆえ，穴径は平均値を求めた．次に断面を観察するため，試料を切断し，エッチングした．

3.2 実験結果

3.2.1 試料表面における加工穴径の変化

加工穴の断面形状は，完全な円筒形にならず，特に穴の先端に現れる溶融層では先が細くなっている．すなわち，図3の断面例(軟鋼，パルス幅5 ms)に示すように，除去加工された部分は円すい台に近い形を，その先端の溶融層では円すい形に近い形をしている．そこで，ここでは最大径をとる試料表面の穴径で加工穴径を代表させた．パルス幅と穴径の関係を図4に示す．軟鋼，銅の場合，穴径はパルス幅が1 ms以上になると急激に増大する．アルミニウムの場合は，さらに短いパルス幅で増大する．図4の中にアルミニウム，銅についてのパルス幅5, 10 msのデータの記入がないのは，溶融体による穴ふさがりが顕著となって，穴あけではなくなり，溶接加工の領域に入ったためである．

このようなあるパルス幅を境界とした穴径の増大は，ビームエネルギーの吸収位置が常に穴先端にあるのではなく，試料材質によって定まる照射時間以上になると表面近くに移動すること，すなわち穴あけの進行形態が照射

図3 加工穴断面例

図4 パルス幅と加工穴径の関係

時間によって変化することを示唆している．

次に，試料表面における溶融部径の広がり考える．この溶融部径は，以下の理由により相対的な値で求めた．すなわち，3.1項で述べたように，穴形状はだ円形になっているが，各パルス幅について同一方向に切断すれば，パルス幅に対する溶融部径の変化は十分に表すことができる．パルス幅50 μ sを基準としたときのアルミニウムの溶融部変化を図5に示す．溶融部径も穴径と同じ傾向，すなわちパルス幅200 μ s程度を境界として増大する傾向を示す．これは，図4で述べた穴あけ進行形態の変化をさらに裏づけるものである．

3.2.2 加工穴深さおよび溶融深さの変化

パルス幅が短い範囲では，加工穴先端の溶融層は薄い．しかし，パルス幅が長くなるに従って厚くなる．軟鋼，アルミニウム，銅についての穴深さ D_h を図6に，

図5 パルス幅と溶融部径比の関係

図6 パルス幅と穴深さの関係

図7 パルス幅と溶融深さの関係

溶融深さ(表面から溶融部先端までの長さ) D_m を図7に示す。パルス幅が短い範囲では、 D_h , D_m の値にほとんど差がないため図示せず、溶融層厚み $\Delta D (= D_m - D_h)$ が $\Delta D/D_h \geq 0.1$ の範囲についてのみ示した。

図6より明らかなように、初めは、穴深さはパルス幅に比例して増加するが、試料材質によって定まるパルス幅以上になると、穴深さの増加率は急激に減少し、穴深さは飽和する。同時に、溶融深さ、すなわち溶融層厚みが増加する。この現象が発生するパルス幅は、加工穴径に急激な増大を生ずるパルス幅にほぼ一致している。

図8 溶融体の動きと穴あけ機構

3.3 検 討

3.3.1 穴深さの飽和に関する解析

実験中に溶融体の飛散を肉眼で観察できた。溶融体飛散は、パルス幅が短い間は試料表面近くに多く、パルス幅が長くなると試料表面に垂直方向に多くなる。この傾向、図3の穴ふさがり、図4の加工穴径の急激な増大および図6の穴深さの飽和現象を考慮して、金属の穴あけ機構を図8のように考える。すなわち、パルス幅が短い間は溶融体飛散に対して障害物がいないため(図8(a))、図2で示した除去機構によりそのまま飛散して穴あけが進行する。しかし、穴が深くなると(図8(b))、溶融体を穴の外へ除去できない確率が大きくなり、図8(c)のように側面に付着する。この溶融体は、側面に付着したまま静止しているのではなく、表面張力によって収縮運動を起こし、図8(d)のように穴の途中をふさぐ。すると、ビームは穴先端ではなく、ふさがった所で吸収され、その結果、その部分の穴径の増大を生ずる。また、吸収位置においても、図2の機構により除去が起これ、かつビームを吸収した溶融体のうち穴先端に近い部分は、除去の際の蒸気圧によって穴先端あるいは先端近くの穴側面へ移動し、溶融層の厚みも大きくなる。すなわち、穴のふさがりが起こる前後においてビームの吸収位置は変化する。

穴がふさがる時間を、溶融体の収縮運動のみを考えて求める。溶融体部分を中空円柱形(内径 $2R_{in}$)とし、収縮開始より内径が $2R$ になったときの単位長さ当たりのエネルギーを考えると次のようになる。

$$\text{表面張力による仕事 } W_s = 2\sigma(R_{in} - R)$$

$$\begin{aligned} \text{溶融体の運動エネルギー } W_m &= \frac{1}{2} \rho \int_R^{R_0} 2\pi r \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 dr \\ &= \pi \rho \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 R^2 \log \frac{R_0}{R} * \end{aligned}$$

ただし, R_0 : 円柱外半径 (一定とする), dR/dt : 内半径 R における収縮速度である. それゆえ,

$$W_s = W_m \quad (7)$$

とおくことにより, 内半径の収縮速度 dR/dt が求まる. したがって, 図 8(d) のように完全に穴がふさがりのに必要な時間 t_c は, 式 (8) で与えられる.

$$t_c = \left(\frac{\rho}{2\alpha} \right)^{1/2} \int_0^{R_{in}} \sqrt{\frac{R^2}{R_{in} - R} \log \frac{R_0}{R}} dR \quad (8)$$

たとえば, $R_{in} = R_i$ (ビーム半径) とし, さらに, $R_0 = 3/2 R_i$ と仮定すれば, 軟鋼, アルミニウム, 銅について t_c の値は, それぞれ 190, 160, 240 μs となる. この値は, 図 6, 7 からわかる溶融層厚みの増加にほぼ対応している. すなわち, ビーム照射がこの程度のパルス幅より短ければ, 溶融体除去は穴先端で起こるが, さらに長くなると, ビームは穴先端までは到達しにくくなる.

次に, 穴がふさがった後の加工エネルギーのバランスを考える. 穴の周囲の温度分布が定常状態にあるとすれば, 図 8 のモデルについては, ビームエネルギーは穴先端の部分を除去するのに必要なエネルギーと穴ふさがりの部分で吸収されるエネルギーの和となる¹¹⁾. 穴先端の除去に必要なエネルギーは, 表 2 の値より溶融除去のみを考えればよい. また, 時間 dt における穴のふさがりは, 穴深さ D と dt の積 Ddt に比例して起こると考えられる. それゆえ, 穴ふさがりの部分の溶融体が穴先端にもどることを無視して近似的に考えると, エネルギーバランスは式 (9) となる.

$$Qdt = \pi R_r^2 \rho (L_m + cT_b) dD + \alpha Ddt \quad (9)$$

ただし, Q : ビームパワー, R_r : 穴先端の除去部の半径, α : 試料材質によって定まる定数である. また, 2.2 項の解析および図 3 より $R_r \approx R_i$ (ビーム半径) とおけば, 電子ビーム機のレンズは遠焦点であることを考えれば, 図 6 に示す深さまでは, R_i は一定とおける¹²⁾. さらに, α が次の条件を満たせば, 式 (9) は穴がふさがらない状態 ($t \leq t_c$) も表しうる.

$$t \leq t_c: \alpha = 0 \quad \text{および} \quad t > t_c: \alpha > 0 \quad (10)$$

式 (9) を式 (10), $t=0$ で $D=0$ および $t=t_c$ で D は連続であることを考慮して解くと次式を得る.

* 条件: $r \frac{dr}{dt} = R \frac{dR}{dt}$ を用いる.

表 3 α の値および穴深さの実験値と計算値の間の最大誤差

	軟 鋼	アルミニウム	銅
α (cal/cm $\cdot$ s)	6.3×10^3	9.5×10^3	1.3×10^4
誤差 (%) (パルス幅)	14 (1 ms)	21 (200 μs)	25 (500 μs)

$$\left. \begin{aligned} t \leq t_c: D &= \frac{Q}{\pi R_i^2 \rho (L_m + cT_b)} t \\ t > t_c: D &= \frac{Q}{\alpha} \left\{ 1 - \exp \left(- \frac{\alpha (t - t_c)}{\pi R_i^2 \rho (L_m + cT_b)} \right) \right\} \\ &\quad + \frac{Q}{\pi R_i^2 \rho (L_m + cT_b)} t_c \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式 (11) で $t \rightarrow \infty$ とすると D は一定となるから, パルス幅が長くなると穴深さが飽和することを説明できる. また, t_c の値として式 (8) より求めた値に最も近い実験値 (200 μs) を用い, 式 (11) の飽和深さの理論値 $Q/\alpha + Q/\pi R_i^2 \rho (L_m + cT_b) \cdot t_c$ と図 6 の飽和深さの実験値から α を求めた結果が表 3 である. これから, 熱伝導率の大きな試料ほど大きな値をとることがわかる. すなわち, 熱伝導率の大きな試料は, 穴側面からの熱伝導損失が大きいため側面の温度低下がはやく, したがって蒸気圧の低下も急速であり, 穴ふさがりが頻繁に起こることを示す. また, 穴径の増大が銅よりもアルミニウムの場合にはやく起こるのは, 銅の方が熱伝導率が大きく, 融点が高く, かつ単位体積当たりの融解熱が大きいため, 溶融される領域が狭くなるためと思われる.

次に, 穴深さの理論値 D_{ca} を式 (11) と表 3 の α から求めて, 図 6 の穴深さの実験値 D_{ex} との相対誤差 $(D_{ex} - D_{ca})/D_{ex}$ を計算した. 結果を表 3 に示す. 最大値は, 銅の $t=500 \mu\text{s}$ における 25% である. これは, 式 (9) に含まれない熱伝導項によるためと考えられ, 穴深さをさらに厳密に表すためには, 熱伝導項も考慮すべきことを示唆している.

3.3.2 穴あけ速度に関する解析

穴深さがパルス幅に比例する範囲の穴あけ速度を考える. このパルス幅では, 穴はふさがっていないと考えられるから, 式 (11) より, 穴あけ速度として次式を得る.

$$\frac{dD}{dt} = \frac{Q}{\pi R_i^2 \rho (L_m + cT_b)} \quad (12)$$

一方, 2.2 項の解析の速度は次式となる.

$$\frac{dD}{dt} = \frac{D_b}{\tau} \quad (13)$$

式 (12), (13) から求めた値と実験値を表 4 に示す. 式 (12) から求めた値は, 実験値とほぼ一致するが, 式 (13) から

表4 初期穴あけ速度 (cm/s)

	軟 鋼	アルミニウム	銅
実験値	2.4×10^2	5.4×10^2	2.6×10^2
計算値 D_b/τ	1.0×10^2	2.5×10^2	0.5×10^2
計算値 $\frac{Q}{\pi R_i^2 \rho (L_m + cT_b)}$	2.8×10^2	5.4×10^2	3.3×10^2

求めた値は、少し低めとなる。この理由は、次のように考えられる。式(13)の値は、試料を常温から加熱した場合の溶融体除去発生の時間を基準としているが、第2回目以後の除去は2.2項で考えたように、予熱の状態からの除去過程であるため、 τ の値は表1の値より、小さくなる。その結果、 D_b/τ は表4の値より大きくなり、実験値に近づく。

本節の解析は、気泡の発生に基づいた溶融体除去によって穴あけが進行するという2.2項の解析を、さらに裏づけるものである。

4. 結 論

高パワー密度電子ビームによる金属の穴あけ加工の実験および解析を行い、次の結論を得た。

- (1) 電子の試料中への侵入を考慮した熱伝導計算より、試料内部に最高温度があることがわかった。
- (2) 気泡の発生に基づいた溶融体除去による穴あけのモデルを考えた。
- (3) (2)のモデルによる穴あけ速度は、実験値とほぼ一致した。
- (4) 溶融体の穴内部における動きから穴のふさがりを考え、ビームエネルギーのバランスを計算した。この結果から、穴深さの飽和を説明した。さらに、この計算による穴あけ速度も実験値とほぼ一致した。

終わりに、本研究を行うにあたってご指導いただいた東京理科大学・谷口紀男先生、ならびに本実験にご協力いただいた日本電気(株)・長谷隆裕氏、東京電機大学学生・竹村純一君に深く感謝致します。

参 考 文 献

- 1) O.C. Wells: Electron Beams in Micro-electronics, Proc. 3rd Symp. Electron Beam Technology, Alloyd Electronics Corp. (1961) 291.
- 2) R. Bakish: Introduction to Electron Beam Technology, John Wiley & Sons, N.Y. (1962) 336.
- 3) G. Pahlitzsch and A. Visser: Materials Removal Processes in Laser and Electron Beam Machining, 3rd Int. Conf. Electron and Ion Beam Science and Technology, The Electrochemical Soc. (1968) 335.
- 4) 宮崎俊行, 谷口紀男: 高動力密度電子ビームの金属への侵入, 精密機械, **38**, 11 (1972) 960.
- 5) R. Shimizu, T. Ikuta and K. Murata: The Monte Carlo Technique as Applied to the Fundamentals of EPMA and SEM, J. Appl. Phys., **43**, 10 (1972) 4233.
- 6) K. Kanaya and S. Okayama: Penetration and Energy-loss Theory of Electrons in Solid Targets, J. Phys. D, Appl. Phys., **5**, 1 (1972) 43.
- 7) H. S. Carslaw and J. C. Jaeger: Conduction of Heat in Solids, 2nd ed., Oxford (1965) 264.
- 8) 宮崎俊行, 谷口紀男: 電子ビーム加工・レーザ加工における温度解析, 精密機械, **36**, 1 (1970) 21.
- 9) たとえば, 沢木 司: 真空蒸着, 日刊工業新聞社(1965) 2.
- 10) R.E. Honig: Vapor Pressure Data for the Solid and Liquid Elements, RCA Rev., **23**, Dec. (1962) 567.
- 11) H. G. Landau: Heat Conduction in a Melting Solid, Quart. Appl. Math., **8**, 1 (1950) 81.
- 12) 荒田吉明, 富江通雄, 寺井 清, 永井義夫, 服部哲二: 高エネルギー密度ビーム形状の決定について(その1), 電子ビーム溶接研究委員会資料 EBW-69-72 (1972).