研 究

研削中の工作物の振動について*

福 田 理 一** 常 盤 徹***

On the Vibration of Workpiece during Grinding

Riichi FUKUDA, Tooru TOKIWA

The relation between amplitude and frequency of workpiece in external-grinding is analysed in a single degree-of-freedom system with contact and grinding stiffnesses and examined experimentally in plunge-grinding. As a result of analytical investigation it is derived that with increase in amplitude the frequency of workpiece decreases, slightly in smaller amplitude due to the property of contact stiffness, and considerably in larger amplitude due to the loss of contact between workpiece and grinding wheel for a part of the cycle of vibration of workpiece. Then, applying Laser projected to the cutting zone tangentially to workpiece and grinding wheel, the phenomenon of this loss of contact can be directly observed in considerably larger amplitude of workpiece than the depth of cut. And from the results of plunge-grinding tests it can be seen that experimental values about amplitude and frequency of workpiece are relatively close to the analytical values, especially at the smaller depth of cuts. In this report the grinding stiffness is determined from the steady normal grinding force in plunge-grinding under various depth of cuts.

1. 緒 言

研削におけるびり振動は、研削盤-研削砥石-工作物の固有な振動特性に左右され、この系のうちで最も剛性の低い系、たとえば円筒外面研削では両センタ支持された工作物系が、最もびり振動に関与するといわれている。しかし円筒外面研削におけるびり振動数は、この工作物系の固有振動数よりも一般にかなり高い値を示しており、これは工作物と砥石間に、研削に伴う研削剛性や接触剛性が工作物系に付加されるためであるといわれている。

またこのびり振動は、研削の進行につれて、振幅が増大するとともに振動数は減少する傾向を示すことも、すでによく知られている。これについては、接触剛性が工作物と砥石間にはたらく法線方向の押付力について上凸形の非線形性を有しているためであるとの定性的考察がなされている¹⁾。また一方、工作物の振幅は、切込み量よりも大きな値に容易に発達し、したがって工作物はその振動の1サイクル中つねに砥石と接触を保っているわけではないであろうとの推測がなされてきている。そ

して工作物が砥石と離れるときには、その系自身の固有振動数で振れるので、振幅が大きくなると振動数は低下するはずであるとの推察もなされている²⁾。

ここでは、このような振幅依存性を有する、円筒外面研削における工作物の振動を、非線形な接触剛性および研削剛性を含み、砥石と離れる場合も考慮した振動モデルにおいて解析的に考察を試みている。

また実験的には、工作物が砥石と離れることを、レーザ光を利用して直接的に観測するとともに、送込み速度をかえたプランジ研削において、工作物の振幅と振動数の相互変化について検討している。

2. 研削の振動モデルについての解析

円筒外面研削における半径方向の振動に着目すると、図1に示すように、砥石軸系および工作物系に属する砥石と工作物間に、接触剛性と研削剛性が直列に結合された振動モデルが考えられる。一般に砥石軸系の剛性は工作物系に対して十分高く、この実験の場合でも工作物系の約 $0.9 \text{ kg}/\mu\text{m}$ に対して砥石軸系は約 $20 \text{ kg}/\mu\text{m}$ である。そこで $K_s \gg K_w$ として、工作物の一自由度の挙動を考察する。

まず研削剛性であるが、研削の際の動的挙動を考察するための資料としてのその特性を知るには、研削の際と同程度の振動数で変動する切込み量と研削抵抗の関係を知る必要がある。しかしこの測定は困難なので、プランジ研削の際の法線方向の研削抵抗（以下ここでは単に研

* 原稿受付 昭和48年11月13日。昭和48年度精機学会春季大会学術講演会(昭和48年4月5日)および精機学会・日本機械学会共催山梨地方講演会(昭和48年11月10日)にて発表。

** 正会員 上智大学理工学部(東京都千代田区紀尾井町7)

*** 学生会員 上智大学理工学部大学院

図1 研削の振動モデル

図2 研削抵抗, 研削剛性の特性

削抵抗という)を, 工作物を支持するセンタにはったひずみゲージで検出し, その定常値と切込み量 (ここではプランジ研削における工作物1回転当たりの砥石台の送込み量をいう)の関係を求めた. 研削抵抗は, 厳密には切込み量に比例しないで, 特に切込み量の小さいところでは研削剛性が大きくなるといわれている. この実験でも図2に示すような傾向が見られたので, 研削抵抗 F と切込み量 d との関係を式(1)のような形で近似的に表示することにした. したがって研削剛性 K_g は, 式(1)を切込み量 d で微分して, 式(2)のように示され, 切込み量が0のときの研削剛性も定義できるので都合がよい.

$$F = B_1 d + \frac{B_2}{B_3} (1 - e^{-B_3 d}) \quad (1)$$

$$K_g = B_1 + B_2 e^{-B_3 d} \quad (2)$$

接触剛性 K_c は, 研削抵抗にみあう, 工作物と砥石間の法線方向の押付力 F に関して式(3)の形で表示され, それを変形して接触域の相当変形量 x に関して表示した式(4)の形を用いる³⁾.

$$K_c = A F^N \quad (3)$$

$$K_c = A_1 x^{N_1} \quad (4)$$

ところで係数 A, A_1 は, 工作物と砥石の接触状態すなわち接触長さと接触幅によって変化するもので, 工作物と砥石の直径, 切込み量という研削条件から幾何学的に決まる接触弧の長さ(arc of contact)を初期接触長さ l_0 として係数 A を設定した.

工作物系剛性 K_w は一定とする.

このような特性を有する剛性を含む系において, いま砥石が等価質量 m の工作物に切込み量 d_0 だけくこんで研削抵抗 F が作用しているとする, 式(5)に示す接触域相当変形量 x_0 , 工作物変位 y_0' が生じる.

$$\begin{aligned} F &= B_1 d_0 + \frac{B_2}{B_3} (1 - e^{-B_3 d_0}) = K_w y_0' \\ &= \int_0^{x_0} A_1 x^{N_1} dx = A_2 x_0^{N_2} \end{aligned} \quad (5)$$

この平衡状態からの変化分を, それぞれ大文字で D, Y, X で表すと, $Y = D + X$ で, 工作物が砥石と反対側に $Y = y_0 = d_0 + x_0$ 以上変位すると, 工作物は砥石と離れて K_w のみが m に作用する状態になるわけである.

このような系における質量 m の位置エネルギー P は, 工作物が砥石と離れない間は式(6), 離れたときは離れた後の変位を Y' として式(7)で表される.

$$\begin{aligned} P(D, X, Y) &= \frac{1}{2} B_1 D^2 + \frac{B_2}{B_3} e^{-B_3 d_0} \left[D - \frac{1}{B_3} (1 - e^{-B_3 D}) \right] \\ &\quad + A_2 (x_0 + X)^{N_2} - A_2 x_0^{N_2} - A_2 x_0^{N_2} X + \frac{1}{2} K_w Y^2 \end{aligned} \quad (6)$$

$$P(Y') = P(-d_0, -x_0, -y_0)$$

$$\begin{aligned} &+ \left[-B_1 d_0 + \frac{B_2}{B_3} (e^{-B_3 d_0} - 1) - K_w y_0 \right] Y' + \frac{1}{2} K_w Y'^2 \end{aligned} \quad (7)$$

ここで, $A_2 x^{N_2} = \int_0^x A_2 x^{N_2} dx$ で接触域の変形による位置エネルギーを, $P(-d_0, -x_0, -y_0)$ は工作物が砥石と反対側に $y_0 = d_0 + x_0$ だけ変位して, 砥石と離れる瞬間における位置のエネルギーを与えるものである.

また平衡位置からの変化分 D と X については, 式(5)と同様の力のつり合いから, 式(8)の関係が成立つので, D が決まれば X および Y , したがって式(6)の $P(D, X, Y)$ も決まるのである.

$$\begin{aligned} \Delta F &= B_1 D + \frac{B_2}{B_3} e^{-B_3 d_0} (1 - e^{-B_3 D}) \\ &= A_2 (x_0 + X)^{N_2} - A_2 x_0^{N_2} \end{aligned} \quad (8)$$

時間 $t=0$ のとき, m は平衡位置にあって $D=X=Y=0$ で速度 V_0 とすると, m が任意の位置にあるときの速度 V は, 式(9)および工作物と砥石が離れている場合は式(10)で与えられる.

$$V(D, X, Y) = \left[V_0^2 - \frac{2}{m} P(D, X, Y) \right]^{1/2} \quad (9)$$

$$V(Y') = \left[V_0^2 - \frac{2}{m} P(Y') \right]^{1/2} \quad (10)$$

そして $V=0$ になる $D=D_0, X=X_0, Y=Y_0=D_0+X_0$ あるいは $Y'=Y_0'$ を求めれば, 初速度 V_0 のときの砥石側に振れるときの振幅 A_+ と砥石と反対側に振れるときの振幅 A_- は, 工作物が砥石とつねに接触している振幅範囲ではいずれもこの+側あるいは-側の Y_0 で, 工作物と砥石が離れるときには A_- は $Y_0' - y_0$ で与えられるわけである.

振幅が決まれば, 式(11)より上半と下半の周期が, また工作物が砥石と離れるときには式(12)より下半の周期が

Q: 工作物が砥石と離れはじめる限界の振幅
 工作物剛性 $K_w = 0.9 \text{ kg}/\mu\text{m}$
 工作物等価質量 $m = 0.16 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\mu\text{m}$
 研削剛性 $K_g = 2.35 + 1.5e^{-5.0d}$
 接触剛性 $K_c = 5.5F^{0.29} (d=2.0 \mu\text{m}), K_c = 5.3F^{0.29} (d=0.5 \mu\text{m})$

図3 振動数, 振幅比の振幅依存性

法線力 $F = 2.35d + 0.3(1 - e^{-5.0d})$
 研削剛性 $K_g = 2.35 + 1.5e^{-5.0d}$
 接触剛性 $K_c = 5.5F^{0.29}$

図4 法線力と剛性の関係

求められる。

$$T_+ = -2 \int_0^{Y_0} \frac{dY}{V(D, X, Y)} \quad (11)$$

$$T_- = 2 \left[\int_0^{-Y_0} \frac{dY}{V(D, X, Y)} + \int_0^{Y_0'} \frac{dY'}{V(Y')} \right] \quad (12)$$

実際には振幅を1000分割して上式の数値積分を行い、初速度 V_0 をパラメータとして、振幅と周期およびその逆数である振動数を算出した。

この方法で計算した振動数および振幅比 A_-/A_+ が、全振幅の増大につれて変化する様子を示した一例が図3で、この図のQ点は工作物が砥石と離れはじめる限界の全振幅を示すものである。この図から、工作物と砥石が1サイクル中つねに接触している振幅範囲では、振幅の増大につれて減少する振動数の変化はわずかであることがわかる。しかし工作物が1サイクル中ある時間だけ砥

図5 非接触状況の検出

石と離れるほどの振幅になると、振動数は急激に減少しはじめると同時に、 A_-/A_+ も増大して、砥石と離れる方向への振幅がより大きくなり、この傾向は切込み量が小さいほど顕著になっている。

ところで式(1),(2)より切込み量をパラメータとして研削抵抗、研削剛性が決まり、研削抵抗すなわち法線方向の押付力から式(3)により接触剛性も算出される。そこでこの研削抵抗について、研削剛性、接触剛性および両者の直列結合の合成値を整理した例が図4である。法線力(法線方向の研削抵抗と押付力をまとめてこのように表現する)の増加につれて、接触剛性はその増加割合が徐々に減少しながらも、増大しつづけるが、研削剛性は減少しながら一定値に近づき、両者の差は法線力約0.2 kg以上でひらく一方である。したがって両者の合成値も、全体の傾向として増加していくが、直列結合のために接触剛性の特性は減殺されて、ほぼ一定とみなしうる程度になっている。このため工作物が砥石とつねに接触を保つ振幅範囲では、振幅が増加しても振動数はわずかに減少しない結果になるわけである。

なお図3で、切込み量 $2.0 \mu\text{m}$ のとき、Q点付近の振幅で振動数が極大値を示しているのは、切込み量が微小なところで、図4にみられるように、剛性の合成値が極大値を示す傾向に基因するものと思われる。

以上、工作物の振動数の振幅依存性は、接触剛性の特性にも基因するが、工作物が砥石と離れることに大きく作用されることが導かれた。

3. 工作物と砥石の非接触状況の観測

研削の際に工作物と砥石が離れるという現象を直接観測するために、図5に示すように、工作物と砥石に接して研削点にレーザー光を投射し、両者がはなれたときには透過してくるレーザー光を光電子子で受ける方法を試みた。研削くずで反射鏡がくもるのを防ぐために、レーザー光路は研削方向と約13度傾け、受光部では $2^\circ \times 30$ の穴の奥に光電子子をおき、外部の光にできるだけ感じないよ

表1 研 削 条 件

研 削 盤	FORTUNA-AFB 500
種 類	WA 60 JmV
寸 法	400φ×40
回 転 数	1500 rpm
材 質	S 45 C, $H_R C 25$
寸 法	120~125φ×12
回 転 数	60, 72 rpm
剛 性	$K_w=0.9 \text{ kg}/\mu\text{m}$
切 込 み 量	$d=0.25\sim 2.0 \mu\text{m/work rev}$
研 削 液	ノリタケクール S-100 N(70×) 2.5 l/min

うにした。光電素子からの信号は、直接シンクロスコープで観測すると同時に、直流アンプを通してデータレコーダに記録したのち、テープ速度を 1/16 に減速してペンレコーダに記録した。なおレーザ光路を間欠的に遮断(オン・オフ)する周期を変えることによって、この測定系の応答を調べたところ、立下りの応答が悪くて 30 Hz 以上の矩形波状入力ではオフ状態でも 0 レベルに下がりがなくなるが、立上りの応答はよく、600 Hz 程度でもオン状態でのレベルは変わらず、周期も十分確認できる。この応答性は、並列に 10~20 kΩ の負荷抵抗を挿入することにより改善されるが、ゲインがかなり下がるので、ここでは抵抗を挿入しないで使用している。

実験には、表 1 に示す研削盤、砥石を使用し、工作物はこのほか S 45 C, $H_R C 10$ (105φ×12) も使用した。そして観測を容易にするために、剛性の低い工作物系で、切込み量をきわめて小さくするとともに、研削液は研削点に直接注入しないで、その反対側で布を介して工作物を多少でも冷却する程度にした。なお工作物の振動は、工作物を取付ける心金軸に設けた基準リングに対向して、テーブル上に極板をおき、すきまの変化を容量型変位計で検出した。

このようにして測定した光電素子の受光状況と工作物の振動を示した例が図 6 で、研削時間 30 s 前後から、工作物と砥石が離れることが観測されはじめている。このころの工作物の振幅は、すでに全振幅で 6 μm 程度になっており、切込み量に比べてかなり大きい。これは、工作物と砥石が接触域の変形量が切込み量に加味されてくこみ合っていること、この接触域にレーザ光路を適切に設定することが難しいうえに砥石も振動していること、光電素子の感度の点である程度以上のすきまが必要なことや砥石面のでこぼこなどにより、工作物の振幅がかなり大きくなりたないと砥石と離れることが検知できないためであろうと思われる。

工作物: S 45 C, $H_R C 10$, 105φ×12, 80 rpm
 工作物剛性 $K_w=0.36 \text{ kg}/\mu\text{m}$
 切込み量 $d=0.075 \mu\text{m/work rev}$

図 6 工作物の振動および砥石との非接触状況

この図で、砥石側に振れるとき工作物の振動波形は鋭く、しかも周期も短くて振幅も小さくなっている。すなわち砥石との接触剛性、研削剛性の作用により、工作物系はより剛性の高い挙動を示し、砥石と反対側に振れるときと同じ側に振れるときの振幅比も 1 より大きくなる様子が明らかに認められる。

4. 工作物の振動と切込み量の関係

前章では振動しやすい研削条件を選択しながら、特に観測の妨害になるために研削点へは研削液を注入しないで研削を行ったので、次に通常の研削状態で工作物の振動挙動について検討する。この際、切込み量は研削抵抗を直接左右し、研削剛性に影響を与える最大の要因であるので、特に切込み量に注目して実験を行った。研削条件を表 1 に示す。

研削剛性を求めるには、前述のように、研削抵抗と切込み量との関係をまず求めた。この測定点はかなりのばらつきを示し、ドレッシング直後とある程度使用後の砥石との差異も認められなかったが、全体の傾向としてたとえば工作物回転数 60 rpm の場合、切込み量 $d(\mu\text{m})$ と研削抵抗 $F(\text{kg})$ の関係は近似的に式 (13) のようになり、したがって研削剛性 $K_g(\text{kg}/\mu\text{m})$ は式 (14) のようになる。

$$F=2.35d+0.3(1-e^{-5.0d}) \quad (13)$$

$$K_g=2.35+1.5e^{-5.0d} \quad (14)$$

研削中の工作物の振動は、振幅がつねに変動しながら研削時間の進行につれて増大し、一方、振動数は減少する傾向を示す。そこでこの変動する振幅の極大値に着目

工作物回転数: 60 rpm
図7 振幅, 振動数の時間的変化

して, 振幅と振動数の時間的変化を示した例が図7である。

図8は, この両者の相互関係をみるために, 振幅に対して振動数をプロットしたものである。図中の曲線は, 2章の解析法による計算値で, 実線は式(14)で示した研削剛性を用いたもの, 破線は切込み量 $1 \mu\text{m}$ での研削抵抗をこの実験範囲で Q の平均的な研削剛性とし, $K_g = 2.6 \text{ kg}/\mu\text{m}$ = 一定として計算したものである。なお Q 点は, 工作物が砥石と離れはじめる限界の, 計算上での全振幅である。

実験点はかなりばらついているが, 全体的には振幅が大きくなるにつれて振動数は減少している。この傾向は, 工作物が砥石と離れはじめていると思われる振幅以上になるとさらに顕著になり, 計算値の傾向ともよい対応を示している。しかしこの振動数の振幅依存性において, 切込み量が大きい場合や工作物と砥石がつねに接触をたもつ振幅範囲で, すなわち工作物と砥石の接触域の挙動が工作物により強く作用する場合に, 実験点の傾向と計算値にやや大きな差異が認められるのは, ここでとりあげた研削剛性, 接触剛性という特性が, 前者は定常状態における, いわゆる静的な研削剛性であり, 後者は動的とはいえ砥石の切削作用を伴わないときのものであるために, 工作物と砥石の接触域の挙動を適切に表すものではないことに基因するものと思われる。

同じ振幅でも, 切込み量が大きい場合ほど振動数が高くなっているのは, 工作物の振動1サイクルの間でより長く砥石と接してその影響をより強く受けるためと, 研削抵抗が大きくなるために接触剛性がより強く作用するためである。

また工作物と砥石がつねに接触していると思われる小さな振幅範囲で, 切込み量による振動数の差は, 実験値より計算値の方の差が小さく, むしろ研削剛性 $= 2.6 \text{ kg}/\mu\text{m}$

Q : 工作物が砥石と離れはじめる限界の振幅,
工作物回転数: 60 rpm

図8 振動数と振幅の関係 (1)

μm = 一定とした計算値の方が実験点の傾向により近似している。式(14)で表した研削剛性は, 切込み量 $d = 0.35 \mu\text{m}$ で約 $2.6 \text{ kg}/\mu\text{m}$ となり, それ以上の切込み量では小さくなって $2.35 \text{ kg}/\mu\text{m}$ に近づく。したがって $K_g = 2.6 \text{ kg}/\mu\text{m}$ という値は, 切込み量の大きいところでは式(14)の研削剛性より大きいわけである。しかもこの値の時の方がより実験点の傾向に近いということは, 工作物の振動を伴う研削状態でのいわゆる動的な研削剛性は, Sweeney⁴⁾ が報告しているように, 静的なものより大きな値になるということの一つのあらわれであろうと思われる。また同時に研削剛性の特性を, 巨視的にとらえて一定とみなしても, 実験点の傾向をかなりよく説明できることがわかる。

図9は, 工作物回転数が 72 rpm の場合の例で, 実験点の傾向や計算値との対応は, 60 rpm の場合と同じような様子を示しているが, 振動数の値は一般に高くなっている。これは 60 rpm のときより研削抵抗および研削剛性が大きくなるためである。

いずれにしても振幅の増大につれて振動数が低下するという研削の際の工作物の振動挙動は, 工作物が砥石と

Q: 工作物が砥石と離れはじめる限界の振幅,
工作物回転数: 72 rpm

図9 振動数と振幅の関係(2)

離れると思われる大きい振幅において顕著になることが実験においても認められた。

5. 結 論

以上, 円筒外面研削における工作物の振動挙動について, 工作物と砥石間に非線形な研削剛性と接触剛性を含む一自由度の系において解析し, 実験的にも検討した結果をまとめると次のようになる。

- (1) 工作物の振動数は, 振幅の増大につれて, 工作物と砥石がつねに接触をたもつ振幅範囲ではわずかに, それ以上の振幅では急激に減少することが解析的に導かれ, 振動数の振幅依存性は接触剛性の特性にも基因するが, 工作物が砥石と離れることがより

大きな要因であることが示された。

- (2) 工作物と砥石が離れるという現象を, レーザ光を利用して直接観測することができた。この際の工作物の振動波形より, 砥石が工作物の振動挙動に付加的なばね作用をすることが認められた。
- (3) プランジ研削における実験の結果, 工作物の振幅が増大するにつれて振動数は低下し, この傾向は工作物が砥石と離れていると思われる振幅以上でより顕著であった。この際, 切込み量が大きいほど, また工作物回転数は高い方が振動数は高くなっている。
- (4) 定常的な研削抵抗から求めた研削剛性と工作物に砥石を押付けたときの工作物の固有振動数の変化から求めた接触剛性を代入した計算値は, 工作物の振幅と振動数に関する実験的傾向と全般的によく対応して, 振動数の振幅依存性をよく説明することができる。なおこの際, 研削剛性を巨視的に一定とみなしても大きな差異は認められない。

おわりに, 平素ご指導いただいている本学・伊藤鎮教授に深く感謝いたします。

文 献

- 1) P. D. Singhal & H. Kalisz: The Effect of Workpiece Dimensions and Wheel Parameters on the Surface Waviness during Grinding, 6th MTDR Conf. (1965) 629.
- 2) たとえば, 大野進一: 円筒研削における自励振動の研究(第1報), 日本機械学会論文集, **35**, 276 (1969) 1797.
- 3) 福田理一, 常盤 徹: 研削砥石と工作物の接触剛性についての一考察, 精密機械, **40**, 10 (1974) 809.
- 4) G. Sweeney: Grinding Instability, 6th MTDR Conf. (1965) 557.