摩耗面における突起生成について (第4報)*

——等価な球形突起の適用限界に関する理論的考察——

鏡 重次郎** 山田国男** 武田信男** 直井貞司***

On the Formation of Asperity on Worn Surfaces (4th Report)

——Theoretical Investigation of Applicability of Equivalent Spherical Asperity——

Jujiro KAGAMI, Kunio YAMADA, Nobuo TAKEDA, Teiji NAOI

In 2nd report, the asperities covering the anisotropic surfaces were assumed to be ellipsoidal at least near their summits. Then the method was derived with which those ellipsoidal asperities were replaced by spherical asperities which were equivalent to the original ones. In this paper, the errors of the number of contact spots n_c , the real contact area A_r and the load W , which are caused by the above mentioned replacing, are theoretically analysed.

The main results obtained are as follows:

(1) In the case of contact between flat and rough surfaces, as the ratios k_0 of the minor axes to the major ones of ellipsoidal asperities are smaller, those errors of A_r and W are greater. However, the errors of n_c are always zero independently of k_0 .

(2) In the case of contact between two rough surfaces, the relations between k_0 and errors of A_r , W and n_c are very similar to those of (1). However, those errors are almost independent of the approach between each asperity of contacting surfaces and the difference in size of those asperities.

1. 緒 言

第1報¹⁾では、あらさに方向性のない面の各突起を球形と仮定し、種々の弾性接触量を理論的に導入した。さらに第2報²⁾では、これらの接触量を求めるのに必要な突起面密度あるいは真実突起頂点分布を、あらさ曲線などから求める方法について検討した。またあらさに方向性をもつ面の各突起を回転だ円体と仮定し、さらにこれらの突起を等価な球形突起に置換える方法についても検討した。さらに、理論値を検討するために、第3報³⁾ではガラスを試験片に用いて種々の実験を行った。

すでに第2報で述べたように、等価な球形突起に置換えても、その突起面密度はこの置換えによって左右されない。また突起頂点分布も Thomas ら⁴⁾が実測値で示しているように、触針の走査する方向に左右されない。これと同じ結果を、第3報で述べたように筆者らも実験によって得ている。

しかるに、等価な球形突起に置換えることにより、求められる種々の接触量がどのような影響を受けるかにつ

いては未検討である。本報では、この置換えによる種々の接触量の誤差を理論的に求め、等価な球形突起の適用限界を明らかにする。

なお、本文中の記号の定義は、第1,2報に準ずる。

2. 弾性接触理論

二つの弾性体が、それぞれの接触点において互いに直角をなす二組の主曲率 (ρ_{11}, ρ_{12}) , (ρ_{21}, ρ_{22}) をもつものとする。このときの接触部の形状は、Hertz の弾性接触理論⁵⁾によるとだ円となる。さらに、このだ円の長軸 $2a_s$, 短軸 $2b_s$ はそれぞれ

$$a_s = \alpha \left(\frac{3W_i}{2\rho_i E^*} \right)^{1/3} \quad (1)$$

$$b_s = \beta \left(\frac{3W_i}{2\rho_i E^*} \right)^{1/3} \quad (2)$$

W_i : 荷重

ρ_i : $\rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22}$

となる。ここで α , β はそれぞれの主曲率と主曲率面間 (ρ_{11} 面と ρ_{21} 面, あるいは ρ_{12} 面と ρ_{22} 面) の角度 ω を含むだ円積分から定まり, $\omega=0$ のときは

$$\lambda = \frac{\rho_{11} - \rho_{12} + \rho_{21} - \rho_{22}}{\rho_i} \quad (3)$$

* 原稿受付 昭和49年1月22日。山梨地方講演会 (昭和48年11月10日) にて発表。

** 正 会 員 宇都宮大学工学部 (宇都宮市石井町 2753)

*** 宇都宮大学工学部

図1 平面とあらい面の接触

なる補助変数 λ を用いて数表より求められる。ただし、 $\alpha \cdot \beta$ を $F_1(\lambda)$ とするとき、 λ の小なる範囲で

$$F_1(\lambda) = 0.5\lambda^3 + 1 \quad (4)$$

なる近似式によって表される。

次に、荷重 W_i による両弾性体の荷重方向の変位、つまり近接量 Δh は

$$\Delta h = \left(\frac{3}{2}\right)^{2/3} \frac{1}{\pi} \left(\frac{\rho_t}{E'^2}\right)^{1/3} \left(\frac{J}{\beta}\right) W_i^{2/3} \quad (5)$$

となる。ただし、 J は第1種の円積分であり、 J/β を $F_2(\lambda)$ とおけば、 λ の小なる範囲で

$$F_2(\lambda) = \pi/2 - 0.667\lambda^3 \quad (6)$$

なる近似式で表される。

3. 平面とあらい面の接触

図1に示すように、平面とあらさに方向性をもつあらい面の接触について考える。あらい面として摩擦、摩擦面などを考えるとき、その突起形状を回転だ円体と仮定すれば、一般にはこれらの突起はすべり方向に長軸をもつようである。

いまこれらの突起は、図4に示すように x 方向に長軸 $2a$ 、 y および z 方向にそれぞれ短軸 $2b$ をもつものとする。ただし xyz 座標は、回転だ円体の中心を原点 O にとる直角座標とする。あらさ面上には、これらのだ円体の頂点部分 (ba'p'b' なる部分) のみが現れているものとする。平面とこれらの突起が接触するとき、個々の突起の接触点はその頂点となり、さらにこの点の主曲率を ρ_1, ρ_2 とすれば、第2報²⁾の式(16)より

$$\left. \begin{aligned} \rho_{11} &= \rho_1 = 1/b \\ \rho_{12} &= \rho_2 = k_0^2/b \quad (k_0 = b/a) \\ \rho_{21} &= \rho_{22} = 0 \quad (\text{平面}) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

となる。

いま図1において、 $z = z(< z_a)$ なる位置に dz なる微小区間を考えるとき、この区間に存在する突起頂点と平面によって形成される接触点の数 Δn_c は

$$\Delta n_c = A_a n_0 f(z) dz \quad (8)$$

と表される。よって全接触点の数 n_c は

$$n_c = A_a n_0 \int_0^{z_a} f(z) dz \quad (8')$$

となる。また、 Δn_c の接触面積を ΔA_r とすれば、式(1)~(6)により

$$\begin{aligned} \Delta A_r &= \pi a_s b_s \Delta n_c \\ &= \pi^2 \frac{F_1(\lambda)}{F_2(\lambda)} \frac{A_a n_0}{\rho_t} (z_a - z) f(z) dz \end{aligned} \quad (9)$$

$$\rho_t: \rho_1 + \rho_2$$

となる。よって、真実接触面積 A_r は

$$A_r = \pi^2 \frac{F_1(\lambda)}{F_2(\lambda)} \frac{A_a n_0}{\rho_t} \int_0^{z_a} (z_a - z) f(z) dz \quad (9')$$

となる。ただし、 λ は式(3)および式(7)より

$$\lambda = \frac{1 - k_0^3}{1 + k_0^3} \quad (3')$$

と表される。さらに、 Δn_c なる接触点に生ずる荷重方向の反力 ΔW は、式(5)および式(6)より

$$\begin{aligned} \Delta W &= W_i \Delta n_c \\ &= \frac{2}{3} \pi^{3/2} E' \frac{1}{\rho_t^{1/2} F_2(\lambda)^{3/2}} \int_0^{z_a} (z_a - z)^{3/2} f(z) dz \end{aligned} \quad (10)$$

と表される。よって荷重 W は

$$W = \frac{2}{3} \pi^{3/2} E' \frac{1}{\rho_t^{1/2} F_2(\lambda)^{3/2}} \int_0^{z_a} (z_a - z)^{3/2} f(z) dz \quad (10')$$

となる。

次に、これらの回転だ円体突起を等価な球形突起に置換えるとき、その球の半径 R_e は第2報の式(21)より b/k_0 あるいは a となる。このような球形突起の頂点が $f(z)$ なる分布をするあらい面と平面の接触において、その接触点の数 n_{ce} 、真実接触面積 A_{re} および荷重 W_e は、それぞれ第2報の式(1)、(2)および式(3)に $R = b/k_0$ なる値を代入して求められる。

この n_{ce} 、 A_{re} および W_e に対する(それぞれ式(8)', (9)' および式(10)' によって表される) n_c 、 A_r および W の比をそれぞれ ϕ_n 、 ϕ_a および ϕ_W とすれば、これらはそれぞれ

$$\phi_n = \frac{n_c}{n_{ce}} = 1 \quad (11)$$

$$\phi_a = \frac{A_r}{A_{re}} = \frac{\pi k_0 F_1(k_0)}{(1 + k_0^2) F_2(k_0)} \quad (12)$$

$$\phi_W = \frac{W}{W_e} = \frac{\pi^{3/2}}{2} \left(\frac{k_0}{1 + k_0^2} \right)^{1/2} \frac{1}{F_2(k_0)^{3/2}} \quad (13)$$

$$F_1(k_0) = 0.5 \left(\frac{1 - k_0^3}{1 + k_0^3} \right)^3 + 1$$

$$F_2(k_0) = \frac{\pi}{2} - 0.667 \left(\frac{1 - k_0^3}{1 + k_0^3} \right)^3$$

となる。式(11)~(13)より、回転だ円体突起とこれに等価な球形突起について求められるそれぞれの接触量間の

図2 k_0 と ϕ_n , ϕ_a および ϕ_W の関係

違いは, $k_0 (=b/a)$ のみで表されることがわかる. k_0 と ϕ_n , ϕ_a および ϕ_W の関係を図2に示す. この図より, k_0 が小になるほど ϕ_a あるいは ϕ_W が1からかけはなれることがわかる. このことは, 突起としてモデル化した回転だ円体の長軸に対する短軸の比が小になるほど, 等価な球形突起に置換えることによる誤差が大になることを意味している. 他方, ϕ_n の値は, k_0 によらず常に1となることから, 接触点の数はこの置換えにより左右されないことがわかる.

筆者らがガラスを用いて摩擦, 摩耗実験を行った結果, 第3報³⁾に述べたように k_0 の値は約0.5~0.6となった. このときの置換えによる誤差は, 図2より A , と W についてそれぞれ約3% および4% 程度であることがわかる.

4. あらい面とあらい面の接触

二つの面が互いに押付けられて相対すべりをしているとき, それぞれの面の突起1,2がある瞬間に図3に示すような接触をするものとする. また, 突起1,2の形状は回転だ円体とし, 突起1の長軸と短軸をそれぞれ $2a$, $2b$ とする. さらに, 突起2の長軸と短軸をそれぞれ $2ka$, $2kb$ とし, その形状は突起1と相似形をなすものとする. なお, これらの突起はそれぞれの長軸が平行となる状態で接触するものとする.

いま, この回転だ円体の中心位置を原点 O とし, 長軸方向に x 座標, 短軸方向に y, z 座標を図4に示すようにとる. この回転だ円体の表面上の任意の1点を Q とするとき, この点の座標を

$$\begin{cases} x=r \cos u \sin v \\ y=r \sin u \sin v \\ z=r \cos v \end{cases} \quad (14)$$

図3 回転だ円体突起の接触

図4 回転だ円体突起

とする. ただし, r と r_0 は

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{r_0 b}{(b^2 \sin^2 v + r_0^2 \cos^2 v)^{1/2}} \\ r_0 &= \frac{ab}{(a^2 \sin^2 u + b^2 \cos^2 u)^{1/2}} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

であり, 図4においてそれぞれ, $\overline{OQ}$, $\overline{OP''}$ を表す.

次に, Q 点における主曲率 ρ_1 , ρ_2 を求める方法⁶⁾ について述べる. まず, 第1基本量として e, f, g をそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} e &= \left(\frac{\partial x}{\partial u} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u} \right)^2 \\ f &= \frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial y}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial u} \frac{\partial z}{\partial v} \\ g &= \left(\frac{\partial x}{\partial v} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

と定義する. さらに, 第2基本量として d, d', d'' をそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} d &= \frac{1}{N} \left(A \frac{\partial^2 x}{\partial u^2} + B \frac{\partial^2 y}{\partial u^2} + C \frac{\partial^2 z}{\partial u^2} \right) \\ d' &= \frac{1}{N} \left(A \frac{\partial^2 x}{\partial u \partial v} + B \frac{\partial^2 y}{\partial u \partial v} + C \frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} \right) \\ d'' &= \frac{1}{N} \left(A \frac{\partial^2 x}{\partial v^2} + B \frac{\partial^2 y}{\partial v^2} + C \frac{\partial^2 z}{\partial v^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

図5 あらい面とあらい面の接触

と定義する。ただし、

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\partial y}{\partial u} \cdot \frac{\partial z}{\partial v} - \frac{\partial y}{\partial v} \cdot \frac{\partial z}{\partial u} \\ B &= \frac{\partial z}{\partial u} \cdot \frac{\partial x}{\partial v} - \frac{\partial z}{\partial v} \cdot \frac{\partial x}{\partial u} \\ C &= \frac{\partial x}{\partial u} \cdot \frac{\partial y}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v} \cdot \frac{\partial y}{\partial u} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$N = (A^2 + B^2 + C^2)^{1/2}$$

とする。以上6個の基本量より、Q点の主曲率 ρ_1, ρ_2 は ρ に関する方程式

$$\begin{vmatrix} \rho e - d & \rho f - d' \\ \rho f - d' & \rho g - d'' \end{vmatrix} = 0 \quad (19)$$

の2根としてそれぞれ求められる。

次に、図5に示すように面1, 2なる二つの面が食込み量 z_a で接触しているとき、 $z_1 = z_1, z_2 = z_2$ なる位置にそれぞれ微小区間 dz_1, dz_2 を考え、それぞれこの区間に存在する突起頂点間の接触について考える。

まず、これらの突起間に形成される接触点の数 Δn_c は、第1報¹⁾で述べた球形突起の場合と同じようにして、

$$\Delta n_c = A_a n_{01} n_{02} f_1(z_1) dz_1 f_2(z_2) dz_2 \int_0^{2\pi} \int_0^{v_0(u)} \frac{h_5^2 \sin v}{\cos^3 v} dv du \quad (20)$$

となる。ただし、 $v_0(u)$ は両突起が干渉量 $\Delta h = 0$ で接するときの v の値であり、図6より幾何学的に

$$v_0(u) = \tan^{-1} \left[\frac{r_0 \{ b^2 (1+k) - h_5^2 \}^{1/2}}{b h_5} \right] \quad (21)$$

h : 接触する突起間の食込み量

h_5 : $b(1+k) - h$

と表される。ゆえに、接触点の数 n_c は

$$n_c = A_a n_{01} n_{02} \int_0^{z_a} \int_0^{z_a - z_1} \int_0^{2\pi} \int_0^{v_0(u)} \frac{h_5^2 \sin v}{\cos^3 v} dv du dz_2 dz_1 \quad (20')$$

図6 突起の接触

となる。

次に、 Δn_c なる接触点の接触面積の和 ΔA_r は、式(1)~(6)および式(20)より

$$\begin{aligned} \Delta A_r &= \Delta n_c \cdot \pi a_s b_s \\ &= A_a n_{01} n_{02} f_1(z_1) dz_1 f_2(z_2) dz_2 \cdot \end{aligned}$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{v_0(u)} \frac{k \pi^2}{(\rho_1 + \rho_2)(1+k)} \cdot \frac{F_1(\lambda)}{F_2(\lambda)} \cdot \frac{h_5^2 \sin v}{\cos^3 v} dv du \quad (22)$$

となる。ただし、 Δh は図6に示すようにに接触点における法線方向の干渉量であり、 $\overline{O_1 O_2}$ とQ点における法線のなす角を θ とするとき

$$\Delta h = \cos \theta \cdot \Delta h'$$

$$= \left\{ r(1+k) - \frac{h_5}{\cos v} \right\} \cdot \frac{a^2 k_0^2}{r(k_0^4 x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \quad (23)$$

となる。さらにここで $\Delta h'$ は $\overline{O_1 O_2}$ 方向の突起間の干渉量である。また、式(22)の $F_1(\lambda), F_2(\lambda)$ の変数 λ は式(3)において、

$$\left. \begin{aligned} \rho_{11} &= \rho_1, \quad \rho_{12} = \rho_2 \\ \rho_{21} &= \rho_1/k, \quad \rho_{22} = \rho_2/k \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

とおくことにより

$$\lambda = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (3)''$$

と表される。式(22)より、真実接触面積 A_r は

$$\begin{aligned} A_r &= A_a n_{01} n_{02} \int_0^{z_a} \int_0^{z_a - z_1} \int_0^{2\pi} \int_0^{v_0(u)} f_1(z_2) f_2(z_2) \cdot \\ &\quad \frac{k \pi^2}{(\rho_1 + \rho_2)(1+k)} \cdot \frac{F_1(\lambda)}{F_2(\lambda)} \cdot \frac{h_5^2 \sin v}{\cos^3 v} dv du dz_2 dz_1 \end{aligned} \quad (22')$$

となる。

さらに、 Δn_c なる接触点に生ずる荷重方向の反力 ΔW は、式(1)~(6)および式(20)より、 v が一般に小なること

図7 k_0 と $\phi_{\Delta n}$, $\phi_{\Delta a}$ および $\phi_{\Delta W}$ の関係 (1) 図8 k_0 と $\phi_{\Delta n}$, $\phi_{\Delta a}$ および $\phi_{\Delta W}$ の関係 (2)

から次の近似式で表される。

$$\Delta W = \Delta n_c \cdot W_i$$

$$= A_a n_{01} n_{02} f_1(z_1) dz_1 f_2(z_2) dz_2 \int_0^{2\pi} \int_0^{v_0(u)} \frac{2}{3} \pi^{3/2} E' \cdot \left\{ \frac{k}{(\rho_1 + \rho_2)(1+k)} \right\}^{1/2} \frac{\Delta h^{3/2}}{F_2(\lambda)^{3/2}} \frac{h_0^2 \sin v}{\cos^3 v} dv du \quad (25)$$

これより荷重 W は

$$W = \frac{2}{3} \pi^{3/2} E' A_a n_{01} n_{02} \int_0^{z_a} \int_0^{z_a - z_1} \int_0^{2\pi} \int_0^{v_0(u)} f_1(z_1) f_2(z_2) \cdot \left\{ \frac{k}{(\rho_1 + \rho_2)(1+k)} \right\}^{1/2} \frac{\Delta h^{3/2}}{F_2(\lambda)^{3/2}} \frac{h_0^2 \sin v}{\cos^3 v} dv du dz_2 dz_1 \quad (25')$$

となる。

次に、これらの回転円体突起をそれぞれ等価な球形突起に置換え、その半径をそれぞれ R_{e1} , R_{e2} とすれば第2報の式(21)より $R_{e1} = b/k_0$, $R_{e2} = bk/k_0$ となる。

これらの突起がそれぞれ1, 2面上に $f_1(z_1)$, $f_2(z_2)$ で分布するとき、この二つの面が図5に示すように接触する場合に接触点の数 n_{ce} , 真実接触面積 A_{re} および荷重 W_e は、それぞれ第1報の式(21)', (20)' および(13)'において $R_1 = R_{e1}$, $R_2 = R_{e2}$ において求められる。平面とあらい面の場合と同じように、それぞれの面の回転円体突起を等価な球形突起に置換えることによる種々の接触量の相違は、 $\phi_n = n_c/n_{ce}$, $\phi_a = A_r/A_{re}$ および $\phi_W = W/W_e$ などにより知ることができる。しかるに、式(20)', (22)' および式(25)'より数値計算によって直接 n_c , A_r あるいは W を求めることは、多大の計算時間を要することから困難である。そこで、第1報の式(21)', (20)' および(13)'に対応してそれぞれ

図9 k_0 と $\phi_{\Delta n}$, $\phi_{\Delta a}$ および $\phi_{\Delta W}$ の関係 (3)

$$\Delta n_{ce} = 2\pi A_a n_{01} n_{02} \frac{b(1+k)}{k_0} (z_a - z_1 - z_2) f_1(z_1) f_2(z_2) dz_2 dz_1 \quad (8)''$$

$$\Delta A_{re} = \pi^2 A_a n_{01} n_{02} \frac{b^2 k}{k_0^3} (z_a - z_1 - z_2)^2 f_1(z_1) f_2(z_2) dz_2 dz_1 \quad (9)''$$

$$\Delta W_e = \frac{16\pi}{15} E' A_a n_{01} n_{02} \left\{ \frac{b^3 k(1+k)}{k_0^3} \right\}^{1/2} \cdot (z_a - z_1 - z_2)^{5/2} f_1(z_1) f_2(z_2) dz_2 dz_1 \quad (10)''$$

なる値を考える。さらに、これらの値に対する式(20)'で表される Δn_c , 式(22)'の ΔA_r および式(25)'の ΔW の比を、それぞれ $\phi_{\Delta n}$, $\phi_{\Delta a}$ および $\phi_{\Delta W}$ とする。

$$\phi_{\Delta n} = \frac{\Delta n_c}{\Delta n_{ce}} = 1 \quad (21)'$$

$$\begin{aligned}\phi_{\Delta a} &= \frac{\Delta A_r}{\Delta A_{re}} \\ &= \frac{k_0^4}{b^2 h^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{v_0(u)} \frac{F_1(\lambda) \Delta h h_0^2 \sin v}{F_2(\lambda)(\rho_1 + \rho_2)(1+k) \cos^3 v} dv du \quad (22)' \\ \phi_{\Delta W} &= \frac{\Delta W}{\Delta W_e} \\ &= \frac{5\pi^{1/2} k_0^{3/2}}{8 h^{5/2} (1+k) b^{3/2}} \int_0^{2\pi} \int_0^{v_0(u)} \frac{\Delta h^{3/2} h_0^2 \sin v}{(\rho_1 + \rho_2)^{1/2} F_2(\lambda)^{3/2} \cos^3 v} dv du \quad (23)'\end{aligned}$$

となる。 k_0 と $\phi_{\Delta n}$, $\phi_{\Delta a}$ および $\phi_{\Delta W}$ の関係を数値計算により求め、結果を図7, 図8および図9に示す。なお、これらの計算には、東北大学大形計算機センターのNEAC-2000モデル700を用いた。また、 k の値は1, 2面の突起の大きさの相似比であり、図7, 図8および図9は、それぞれ $k=1, 2, 3$ の場合についての計算結果である。さらに h/a は、突起間の食込み量 h を a で除して無次元化したものである。なお k の値の各場合について、 h/a の値を0.0025~0.02なる範囲から数種類えらんで $\phi_{\Delta n}$, $\phi_{\Delta a}$ および $\phi_{\Delta W}$ を計算すると、これらはいずれも $h/a=0.0025$ と0.02の場合の計算値の中間の値をとることがわかった。それゆえ、ここでは $h/a=0.0025$ と0.02の場合についてのみ計算値を図示した。

k_0 と $\phi_{\Delta n}$, $\phi_{\Delta a}$ および $\phi_{\Delta W}$ の関係は、図2に示した平面とあらい面の接触の場合とその傾向がよく似ている。つまり、 $\phi_{\Delta n}$ は k_0 に無関係に常に1となるが、 $\phi_{\Delta a}$ あるいは $\phi_{\Delta W}$ は k_0 が小となるにつれて1からかけはなれる傾向を示す。これより、あらい面とあらい面の接触の場合も、モデル化した回転円体突起の長軸と短軸の長さの違いが大になるほど、等価な球形突起に置換えて求められる真実接触面積 A_r あるいは荷重 W の値は、それだけ大きな誤差をもつことになる。しかるに突起間の食込み量 h/a あるいは相接する二つの面の突起の大きさの違い k などは、筆者らの計算した範囲では、 $\phi_{\Delta a}$ あるいは $\phi_{\Delta W}$ をあまり大きく左右しないようである。

筆者らのガラスを用いた摩擦、摩耗実験(第3報)では、相接するリングとピン試料面の突起の平均的大きさの違いはあまりなく、 h/a の値は最大で約0.02であった。また、 k_0 の値は前述したように約5~6であった。いま、仮に $k=1$, $h/a=0.01$ さらに $k_0=5.5$ とすれば、

図7より $\phi_{\Delta n}=1$, $\phi_{\Delta a}=0.97$ および $\phi_{\Delta W}=1.02$ となる。つまり、この場合の等価な球形突起に置換えることによる誤差は、 n_c , A_r および W についてそれぞれ0%, 3%および2%となる。

5. 結 論

あらさに方向性をもつ面の各突起を回転円体でモデル化し、さらにこれを第2報で述べた手法により等価な球形突起に置換えるとき、この置換えによって生ずる(第1報で述べた)種々の弾性接触量の誤差について理論的解析を行った結果、次のようになった。

- (1) 平面とあらい面の接触では、モデル化した回転円体突起の長軸に対する短軸の比 k_0 のみが、この置換えによる誤差を左右する。これらの関係は図2に示すとおりであり、特に接触点の数 n_c だけがこの置換えによる影響を受けない。
- (2) あらい面とあらい面の接触でも、 k_0 と誤差の関係は、(1)の場合と全く同じ傾向を示す。しかるに、相接する突起間の食込み量の大きさ、あるいは相接する突起の大きさの違いなどは、筆者らの計算した範囲内では、置換えによる誤差をあまり大きく左右しないようである。

終わりに、本研究にあたり種々貴重なご意見をいただいた東北大学工学部・佐藤健児教授ならびに松井正己教授に謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) 鏡 重次郎, 山田国男, 武田信男, 直井貞司: 摩耗面における突起生成について(第1報), 精密機械, **40**, 5 (1974) 396.
- 2) 鏡 重次郎, 山田国男, 武田信男, 直井貞司: 摩耗面における突起生成について(第2報), 精密機械, **40**, 8 (1974) 672.
- 3) 鏡 重次郎, 山田国男, 武田信男, 直井貞司: 摩耗面における突起生成について(第3報), 精密機械, **40**, 12 (1974) 1067.
- 4) T. R. Thomas & S. D. Probert: Establishment of Contact Parameters from Surface Profiles, J. Phys. D. (1970) 277.
- 5) S. Timoshenko & J. N. Goodier: Theory of Elasticity, McGraw-Hill, New York (1951) 372. あるいは, 曾田範宗: 軸受, 岩波書店(1968) 107.
- 6) 数学ハンドブック編集委員会編: 理工学のための数学ハンドブック, 丸善(1960) 251.