研 究

押込みにおけるひずみの算定*

神 宮 利 夫**

On the Assessment of Indentation Strain produced in the Indentation Process

Toshio JINGU

Basing on the experience that the plastic strain distribution produced in the indentation process is similar in its pattern to the maximum shear stress distribution obtained from the elasticity theory, the formulation for the indentation strain can be derived. Such a strain may be dealt with the same manner as the elongation or contraction produced by the single axial load. If the material of specimen is known, the indentation strain is determined by the shape of indenter and the amount of indentation. Particularly for the cone indenter, the strain is defined by only its angle of apex. The strain in the spherical indentation is given in the form

$$\epsilon_{s0} = \frac{1}{K_s} \cdot \frac{E}{\pi(1-\nu^2)} \cdot \frac{a}{R_s}$$

The work-hardened index obtained by using such a strain expression is similar to that usually observed in the tension test.

1. は じ め に

押込みかたさ試験におけるくぼみ平均応力と材料の強度特性値との関係については従来から検討されてきて¹⁾, 拘束係数²⁾を導入することによって関係の確立が試みられているが, この方面の研究はあまり行われていない。

材料の引張特性などは応力とひずみの両側面から検討されているのに対してかたさ試験は応力の面だけで, ひずみについてはほとんど検討されない。

押込みかたさ試験におけるくぼみ平均応力と材料の強度特性値とを対応させようとするとき, くぼみのひずみについての究明が必要であると思われる。

そこで本報では圧子の押込みによって生ずるくぼみに対するひずみはどのように表されるか, またこのようなひずみに対して物理的な意味を与えることができるかどうかという基礎的な研究を考えている。押込みにおけるひずみの算定については, すでに示されている^{1), 3)}が, 根拠となる説明が欠けているように思われる。

これまでに, 弾性論による応力分布(最大せん断応力)と腐食法で実験的に観察される塑性領域の輪郭がよく似ていると指摘されていた⁴⁾。そこで圧子下の塑性ひずみ分布を定量的に実測することに注目し, モアレ縞ひずみ測定法を用いてひずみ分布を求め, その結果が弾性論による最大せん断応力分布と酷似しているところから塑性

ひずみ分布が一つの式にまとめられるものと考えた。

塑性ひずみ分布の実測の試料が合せ板で, 近似的なものであるということ, 実際の材料にこのような論理を適用するときに問題が残るかもしれない。そこで, くぼみ平均応力とここに提案するひずみ式を使って得られる加工硬化指数と引張試験によるそれとを比較することによってその妥当性を確かめた。

2. 圧子下の最大せん断応力分布

押込みかたさ試験で使用されるような, 球および円すい形状の圧子と円柱平面底圧子を具体例として考える。

これらの圧子を剛体として, 半無限弾性平面の一部に押込むときの応力と変位については理論的な厳密解がある。これらの応力成分について, Tresca の塑性開始の条件を適用して得られる最大せん断応力 $\tau_{\max}$ を式で示すと次のようである。

球圧子について⁵⁾

$$s\tau_{\max} = \frac{E}{\pi(1-\nu^2)} \cdot \frac{a}{R_s} \cdot f(\rho_0, \zeta) \quad (1)$$

円すい圧子について⁶⁾

$$c\tau_{\max} = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{\tan \theta/2} \cdot f(\rho_0, \zeta) \quad (2)$$

円柱平面底圧子について⁶⁾

$$cp\tau_{\max} = \frac{E}{2\pi(1-\nu^2)} \cdot \frac{\delta}{R_{cp}} \cdot f(\rho_0, \zeta) \quad (3)$$

ここで, a はくぼみ半径, R_s は球の半径, θ は円すいの頂角, δ は円柱平面底圧子の押込み量, R_{cp} は円柱の半

* 原稿受付 昭和49年12月23日。長野地方講演会(昭和49年10月2日)にて発表。

** 正 会 員 群馬大学工学部(桐生市天神町 1-5-1)

図1 球押し込みにおける最大せん断応力分布と塑性ひずみ分布

図2 円すい押し込みにおける最大せん断応力分布と塑性ひずみ分布

図3 円柱押し込みにおける最大せん断応力分布と塑性ひずみ分布

径である。三つの式とも右辺第1群は材質によって定まる定数であり、第2群は圧子の形状に関係し、第3群は体内の位置の関数である (ρ_0 は水平方向位置、 ζ は体内の深さ)。式(1)、式(2)、式(3)を線図にして図1、図2、図3の左側にそれぞれ示す。

3. 圧子下の塑性ひずみ分布

圧子下の変形状態を見ることは材料が透明でないかぎりできない。表面にくぼみをつけたあと切断して腐食法で内部の変形状態を観察、検討している研究もあるが、

表1 圧子の詳細

圧子	材質	直径(mm)	頂角	かたさ(H_V)
球	鋼	38		790
円すい	鋼 (SK 5 焼入れ)		150°	803
円柱	鋼 (SK 3 焼入れ)	20		476

図4 実験方法

内部の変形を定量的に取扱うことはできない。

本報では状態は近似的であるが、板を何枚か合わせて、その厚さ面に圧子を押し込み、その後取り離してあらかじめ板の平面に焼付けておいた格子線の間隔の変化からひずみを測定する。格子線の間隔は250本/inである。

最大せん断応力分布については剛体圧子と弾性平面という組合せであったので、塑性ひずみ分布の実測においても圧子と試料の組合せがそのような傾向を保つように配慮する。圧子には鋼材を使用する。その詳細を表1に示す。

試料には市販のアルミニウムを使用し、予ひずみや加工ひずみを除去するために400℃、1h保持後炉冷し焼なましたものを用いる。強度特性を実測したところ、弾性係数は、7230 kg/mm²、耐力(0.2%ひずみ)は3.46 kg/mm²、ビッカースかたさ $H_V=25$ である。弾性係数において3倍の違い、かたさにおいて約20~30倍の違いである。

試料は図4に示すようにアルミニウム板が一体になるように万力で締付けて接合面が離れないようにする。

特に圧子の接触応力が大きいと試料の締付力を増しても接合面が離反しやすく、これを防ぐために表1に示すように、球、円柱平面底圧子については直径を大きくし、円すい圧子については頂角を大きくしたものを使用する。

以上のような条件のもとで、圧子を試料に押し込みその結果生じたひずみ分布を図1、図2、図3の右側にそれぞれ示す。接触境界より内側においては深さ方向に対して圧縮ひずみとなる。接触境界より外側ではその結果として引張りひずみとなる。圧子の押し込みによって生じた塑性ひずみ分布をモアレ縞として観察されるもので、球圧子の場合を図5に、円すい圧子の場合を図6に、円柱平面底圧子の場合を図7に示す。これらはいずれも圧子接

図5 球圧子によるモアレ縞

図6 円すい圧子によるモアレ縞

図7 円柱平面底圧子によるモアレ縞

触面と平行な格子線によって現れたモアレ縞である。

図1, 図2, 図3からわかるように最大せん断応力分布と塑性ひずみ分布がよく似ているところから, ひずみ分布を代表ひずみ ε_0 と体内の位置の関数 $f(\rho_0, \zeta)$ とから $\varepsilon_0 \cdot f(\rho_0, \zeta)$ と表し, 両者の関係は単位の変換を行うだけの係数すなわち変換係数 K を導入すれば, 球圧子については式(1)を使って次のようにおくことができる。

$$K_s \cdot \varepsilon_{s0} \cdot f(\rho_0, \zeta) = \frac{E}{\pi(1-\nu^2)} \cdot \frac{a}{R_s} \cdot f(\rho_0, \zeta)$$

したがって球のくぼみ代表ひずみ ε_{s0} は

$$\varepsilon_{s0} = \frac{1}{K_s} \cdot \frac{E}{\pi(1-\nu^2)} \cdot \frac{a}{R_s} \quad (4)$$

同様にして円すい, 円柱平面底圧子のくぼみ代表ひずみ ε_{c0} , ε_{cp0} は次のようになる。

$$\varepsilon_{c0} = \frac{1}{K_c} \cdot \frac{E}{4(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{\tan \theta/2} \quad (5)$$

$$\varepsilon_{cp0} = \frac{1}{K_{cp}} \cdot \frac{E}{2\pi(1-\nu^2)} \cdot \frac{\delta}{R_{cp}} \quad (6)$$

材質が与えられれば球圧子の押込みにおけるくぼみ代表ひずみはくぼみの半径と圧子の半径の比によって定まる。

円すい圧子の押込みにおけるくぼみ代表ひずみはくぼみの大きさに関係なく圧子の頂角にだけ関係する。また円柱平面底圧子の押込みにおけるくぼみ代表ひずみは圧子の押込み量と円柱の半径の比に関係する。

4. くぼみひずみの実験的検討

このように定義するひずみが, 一般に使用されているひずみと対応するものであるかどうかを以下のような実験によって検討する。

4.1 球圧子押込みにおける加工硬化指数

球圧子の押込みにおけるくぼみ平均応力 σ_m と単軸荷重による塑性応力 σ_a との関係は

$$\sigma_m = C \sigma_a \quad (7)$$

で表され, C は定数で2.8~3.0の値をもつ。

延性金属材料の場合, 応力とひずみの関係は

$$\sigma_a = F \cdot \varepsilon^n \quad (8)$$

の式が実際によく表す。なお F は材質によって定まる定数, n は加工硬化指数である。

ここでひずみについて式(4)で求めたものを用いると式(7)と式(8)とからくぼみ平均応力 σ_m は次のようになる。

$$\sigma_m = C \cdot F \left\{ \frac{1}{K_s} \cdot \frac{E}{\pi(1-\nu^2)} \right\}^n \left(\frac{a}{R_s} \right)^n \quad (9)$$

加工硬化指数を求めてみると

$$n = \frac{\log \sigma_{m1} - \log \sigma_{m2}}{\log \left(\frac{a}{R_s} \right)_1 - \log \left(\frac{a}{R_s} \right)_2} \quad (10)$$

上式からわかるように材質に関する定数や変換係数を考慮することなく, 押込みにおけるくぼみ平均応力とくぼみの直径を実測することによって加工硬化指数を定めることができる。このようにして求められる加工硬化指数と引張試験における真応力 σ_a とひずみ ε の関係からの加工硬化指数を比較してみる。

実験に使用する試料は市販の軟鋼SS41である。球圧子の押込みにはピッカースかたさ試験機を用いて, ロックウェルBスケールかたさ試験用1/16"の鋼球圧子に5 kgから5 kgずつ増して50 kgまでの荷重を作用し, 試料平面に生ずるくぼみの直径を測定し, くぼみ平均応力 σ_m と a/R_s の関係を求め図8に示す。くぼみ平均応力はくぼみの大きさとともに増加する。式(10)に従って加工硬化指数を求めてみると $n=0.214$ となる。

一方, 引張試験は直径12.50 mm, 標点距離90 mmの試験片について試験を行い, その結果加工硬化指数 $n=0.227$ である。両者かなり近い値である。式(7)の関係を考え $C=3.0$ とすれば, くぼみ平均応力は図9の白丸印に相当する。この線図より, ひずみとくぼみの大きさ a/R_s の関係は0.213で結ばれ, これはD. Taborなどが示している0.2に近い値である。

4.2 円すい圧子において応力一定

円すい圧子の押込みの場合, 圧子頂角を一定に保てば加工硬化するような試料であっても, ひずみは変わらないので, くぼみ平均応力は押込み量が変わっても一定値を保つはずである。このことを確かめるために次のよう

図8 球押込みにおけるくぼみ平均応力

図9 くぼみ平均応力と真応力の比較

図10 円すい圧子押込みにおけるくぼみ平均応力

な実験を行う。

ビッカースかたさ試験機にロックウェルCスケールかたさ試験用頂角120°のダイヤモンド円すい圧子を用い、荷重は10 kgから5 kgずつ増加させ50 kgまで作用する。実験の結果をくぼみ深さとくぼみ平均応力の関係として図10に示す。

この線図から明らかなように、くぼみ深さが変わって

もくぼみ平均応力は一定である。加工硬化の影響が現れないということは、ひずみが一定であるということになる。以上のことからここに定義するくぼみ代表ひずみは、一般に使用されているひずみと同様な概念で取扱ってもさしつかえないようである。

5. む す び

押込みのくぼみに対するひずみについての基礎的な研究は従来ほとんどなされていなかったが、弾性論からの最大せん断応力分布とモアレ縞ひずみ測定法によって測定した塑性ひずみ分布を対応させることからひずみを表す式を得た。以下、明らかになったことを列挙する。

- (1) 定義されるひずみはひずみ分布を代表するものであるが、一般に使用されているひずみと同様に取扱うことができる。
- (2) 材質が与えられれば、ひずみは圧子の形状とくぼみの大きさで定まる。特に円すい圧子の場合は圧子の形状だけで定まる。
- (3) 球の押込みにおけるひずみの式を用いて得られる加工硬化指数は引張試験で測定されるものと全く同様なものである。また加工硬化指数を加味するとくぼみ平均応力から引張強さも算出することができる。

くぼみ平均応力から材料の強度特性を判定することになれば、試験装置、試験時間、試料の量等、種々の面で大幅な改善が期待される。

終わりに臨み、実験に使用したモアレ縞ひずみ測定装置の購入に際し、多大なご後援をいただきました群馬大学工学部・町田周郎教授、ならびに群馬大学工業短期大学部・百々義当教授に深謝の意を表します。

文 献

- 1) D. Tabor: The Hardness of Metals, Clarendon Press, Oxford (1951).
- 2) M.C. Shaw & G.J. Desalvo: On the Plastic Flow beneath a Blunt Axisymmetric Indenter, Trans. ASME, Ser. B, **92**, 2 (1970) 480.
- 3) R. Hill (鷲津久一郎, 山田嘉昭, 工藤英明共訳): 塑性学, 培風館 (1954).
- 4) C.H. Lee, 真崎才次, 小林史郎: Ball Indentation に関する研究 (塑性域の拡大過程について), 第22回塑性加工連合講演会講演論文集 (1971) 304.
- 5) 神宮利夫: 球押込みにおける接触面下内部応力分布の究明, 精密機械, **40**, 10 (1974) 70.
- 6) 宮本 博: 三次元弾性論, 裳華房 (1967).