摩耗面における突起生成について (第5報)*

——疲れによる定常摩耗の解析——

鏡 重次郎** 山田国男** 武田信男** 直井貞司***

On the Formation of Asperity on Worn Surfaces (5th Report)

——Analysis of Steady Wear Mechanism by the Fatigue Theory——

Jujiro KAGAMI, Kunio YAMADA, Nobuo TAKEDA, Teiji NAOI

The analysis of steady wear mechanism is carried out by the fatigue theory as rate processes under the condition that the asperities on sliding surfaces are contacted elastically one another. The main results obtained are as follows:

- (1) If the sliding velocity is relatively low and the temperature rise at the contacts is not so high, the wear is essentially proportional to the sliding time.
- (2) The wear is increased rapidly with the sliding velocity due to the temperature rise. Then the wear rate which is defined as the wear per unit sliding distance, is minimized at the critical sliding velocity.
- (3) In relatively small range of load, the wear rate increases proportionally to the load but increases abruptly in larger range.

1. 緒 言

従来摩耗について多方向から研究がなされ、主に現象論的あるいは実験の見地から、種々の摩耗形態が存在することが明らかにされている。またわずかな条件の変化が、それまで進行していた摩耗形態とは全く違ったものに変えてしまうことも多い。それゆえ個々の場合について実験的に基礎となる資料を求め、これを実際の設計資料として適用しようとしても、数多い要因をすべて盛り込むことが困難であることから、なかなかそのままではまらないことが多い。

複雑なこれらの摩耗現象を、ある程度理論的に究明できれば、多くのこれらの要因が摩耗にどのような重みをもって作用するか予測することが可能となる。さらにこれらの理論を基礎として、ある程度の予測をたてながら実験を重ね、個々の摩耗形態についてこれらを解き明かしてゆくことが、摩耗対策を練る上で最も有力な手法であると考えられる。

より多くの摩耗形態をしかもより単純な形で表現しているものに、Holm¹⁾あるいはArchard²⁾によって提唱された摩耗の式がある。しかし、上に述べたように複雑極まる摩耗現象を単純な式に包含しようとするところに無理を来し、これらの式は個々の摩耗形態について具

体的な対策を明示してくれることはまれである。

そこで筆者らはすでに第1報³⁾でも述べたように、引っかけあるいは過酷な摩擦ではなく、十分なじみ運転されたようなすべり面に現れるいわゆるマイルドな摩擦、しかもその定常状態においてこれを理論的に考察し、実験的に検討を加えることを試みた。このような摩擦形態は数多いなかの一つにすぎないが、いわゆる一般に用いられている機械、あるいは機械要素にはこのような摩擦条件で用いられているものが数多いと考えられるからである。また初期摩耗よりはむしろ定常摩耗状態に入ってから摩耗の方が、すべり面の精度、ひいてはその機械あるいは機械要素の寿命を支配するケースが多いと考えられる。

本報では、すでに第1報から第4報^{3)~6)}で述べた突起の弾性接触理論をもとに、個々の突起破壊を速度論に基づく疲れの立場から理論的に考察し、摩耗の式を導入した。さらにこれについて、すべり速度の変化による摩耗面の接触点温度の変化が、摩耗にいかなる影響を及ぼすかについて考察した。なお実験的検討は第6,7報¹³⁾で行う。

2. 理 論 解 析

2.1 解析を行う上での仮定

以下に述べる摩耗の解析を行う上で次の仮定をした。

- 1) すべり面に存在する各突起頂点の高さは一定とし、その先端部は半径が一樣な球形をなすものとす

* 原稿受付 昭和50年4月15日。昭和49年度精機学会秋季大会学術講演会(昭和49年11月21日)にて発表。

** 正 会 員 宇都宮大学工学部(宇都宮市石井町2753)

*** 宇都宮大学工学部

図1 球形突起の接触

る。

- 2) それらの突起はすべり面上に一樣ランダムに分布し、互いに弾性的に接触するものとする。
- 3) 摩耗過程は定常状態にあるものとする。

2.2 突起の平均接触時間 ω と接触の周期 τ_m

いま図1に示すように、面1の半径 R_1 なる球形突起と面2の半径 R_2 なる球形突起の接触について考える。ただし両突起間の食込み量を h_a とする。その中心が O_2 なる任意の突起に対し、 O_1 を中心とする面1の突起が v なる速度で近づき、 O_1' で接触し始め O_1'' で接触が終わり O_1''' のように離れてゆくものとする。ここで、接触し始めてから終わるまでに、面1の突起の移動する距離 $\overline{O_1'O_1''}$ を接触長さとして定義する。図示するように、 O_1 が O_2 の真下を通過する場合、その接触長さは最大となり、その値は $2(e_1 + e_2)$ となる。ただし、 e_1, e_2 はそれぞれ面1, 2の突起の有効接触半径とし、幾何学的にこれらはそれぞれ式(2)で表される。 O_1 の通過する位置が O_2 の位置より離れるにつれて、その接触長さは次第に減少し、 $e_1 + e_2$ だけ離れるとその接触長さはゼロとなる。ここで、その積分平均値を求めるとこれは次のようになる。

$$\pi(e_1 + e_2)/2 \quad (1)$$

一般に、 $R_1, R_2 \gg h_a$ なることから、 e_1, e_2 は近似的に次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= R_1(2h_a/R_1)^{1/2} \\ e_2 &= R_2(2h_a/R_2)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 $R_t = R_1 + R_2$ である。よって、平均接触時間 ω は、式(1), (2)より次のように表される。

$$\omega = (\pi/2v)(2R_th_a)^{1/2} \quad (3)$$

次に図1において、面1上の任意の突起が面密度 γ_2 で分布する面2の突起群の中を v なる速度で走行するとき、その平均の接触周期 τ_m について考える。第2報⁴⁾で述べたように、この場合の接触の平均間隔 $\bar{t}$ は次のように表される。

$$\bar{t} = 1/[2\gamma_2(e_1 + e_2)] \quad (4)$$

よって τ_m は近似的に次のようになる。

図2 突起の平均接触時間 ω と接触の周期 τ_m

$$\tau_m = \bar{t}/v$$

$$= 1/[2\gamma_2 v(e_1 + e_2)] \quad (5)$$

2.3 突起の平均寿命時間 $\bar{t}$

2.2項でも述べたように、面1の各突起は相手の面2の突起と ω, τ_m なる時間特性をもって接触する。そこで、 ω なる時間中面1の突起は面2の突起より平均 σ なる一定応力を受けるものとする。すなわち、面1の突起の受ける時間的応力の変化は、図2に示すごとくなるものとする。このような条件のもとで、面1の突起の破壊について考える。

σ なる一定応力のもとで、面1の任意の突起が単位時間に破壊する確率を $m(\sigma)$ とする。このとき、接触し始めてから時間 t まで破壊しない確率 $P(t)$ は、 σ が時間 t の連続関数で表されるとき、一般に次のようになる⁸⁾。

$$P(t) = \exp\left\{-\int_0^t m(\sigma) dt\right\} \quad (6)$$

しかるに、突起に作用する応力 σ が図2に示すような繰返し形である場合には、 $\sigma = 0$ で $m(\sigma) = 0$ となることから、 $P(t)$ は次のように表される⁹⁾。

$$P(t) = \exp\left\{-\frac{\omega}{\tau_m} m(\sigma) t\right\} \quad (6')$$

次に、破壊時間分布の確率密度関数 $q(t)$ は

$$q(t) = -dP/dt \quad (7)$$

と表されることから、面1の任意の突起が破壊するまでの平均時間 $\bar{t}$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{t} &= \int_0^\infty t \cdot q(t) dt \\ &= \frac{\tau_m}{\omega \cdot m(\sigma)} \end{aligned} \quad (8)$$

横堀¹⁰⁾によると、 $m(\sigma)$ は一般に次のように表される。

$$m(\sigma) = (ZkT/h) \cdot \exp(-\Delta f/kT) \cdot \exp(U(\sigma)) \quad (9)$$

ただし、式(9)の諸記号は次のとおりである。 Z : 核発生源総数、 k : ボルツマン定数、 h : プランク定数、 T : 絶

対温度, Δf : クラック成長のため原子対を分離するための活性化エネルギー, $U(\sigma)$: 応力 σ の関与する活性化エネルギー.

2.4 摩耗量 V

面1の各突起が面2の突起と接触し, 図2に示すような繰返し応力を受けるとき, 単位時間あたり破壊する突起個数 N_t は, 式(3), 式(5)および式(8)より次のように表される.

$$\begin{aligned} N_t &= A_a \eta_1 / \bar{t} \\ &= 2\pi A_a R_t h_a \eta_1 \eta_2 m(\sigma) \end{aligned} \quad (10)$$

次に, 突起が破壊するときの摩耗粉の大きさを, 接触点半径 a を半径とする半球の体積に相当するものとすれば, 単位時間あたりの摩耗量 V_t は次のようになる.

$$\begin{aligned} V_t &= N_t \cdot (2/3) \pi a^3 \\ &= (4/3) \pi^2 R_t h_a A_a m \eta_1 \eta_2 a^3 \end{aligned} \quad (11)$$

次にこの式中の $\eta_1 \eta_2$ と a を求めることについて考える. すでに第1報で述べたように突起どうしが弾性的に接触するとき, 各面の真実突起頂点分布がレイリー分布として表されるならば, そのときの真実接触面積 A_r および接触点の数 n_c は, 荷重 W と近似的に次のような関係で表される.

$$A_r = k_1 W^{0.92} \quad (12)$$

$$n_c = k_2 W^{0.74} \quad (13)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= 0.76 c_2 / c_3^{0.92} \\ k_2 &= 0.54 c_1 / c_3^{0.74} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= 2\pi A_a n_{01} n_{02} R_1 \sigma_1 \\ c_2 &= \pi^2 A_a n_{01} n_{02} R_1 R_2 \sigma_1^2 \\ c_3 &= (16/15) \pi E' A_a n_{01} n_{02} (R_1 R_2 R_t)^{1/2} \sigma_1^{5/2} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

である. 式(12), 式(13)より $\pi a^2 = A_r / n_c$ なることから

$$a = (k_1 / \pi k_2)^{1/2} W^{0.09} \quad (16)$$

となる.

次に2.1項で述べた仮定より, 互いの面の各突起頂点高さが一定であるとするときの接触に関与する等価な突起面密度の積 $\eta_1 \eta_2$ を求めることを考える. いま図3に示すように, 面1, 2の任意の突起が接触するための条件は, 面1の突起の中心 O_1 が面2の突起中心 O_2 から半径 r_0

$$r_0 \approx (2R_t h_a)^{1/2} \quad (17)$$

の円形領域に入ることである. このことから第1報で考えたと同じようにして, 接触点の数 n_c は次のように表される.

$$n_c = 2\pi A_a R_t h_a \eta_1 \eta_2 \quad (18)$$

よって式(13)と式(18)より, $\eta_1 \eta_2$ は次のようになる.

図3 突起の接触条件

図4 摩擦熱の配分

$$\eta_1 \eta_2 = \frac{k_2 W^{0.74}}{2\pi A_a R_t h_a} \quad (19)$$

ゆえに式(14), (15), (16)および式(19)より, 式(11)の V_t は近似的に次のように表される.

$$\begin{aligned} V_t &= \frac{2}{3} \pi m \cdot k_2 \left(\frac{k_1}{\pi k_2} \right)^{3/2} W \\ &= 1.25 m \bar{R} W / E' \end{aligned} \quad (11')$$

ただし, $\bar{R} = R_1 R_2 / R_t$ である.

式(11')より単位すべり距離あたりの摩耗量, すなわち摩耗率 V_t は次のようになる.

$$V_t = 1.25 m \bar{R} W / E' v \quad (20)$$

さらに距離 L だけすべる間の摩耗量 V は次のようになる.

$$V = 1.25 m \bar{R} W L / E' v \quad (21)$$

この導入された式より次のようなことがわかる. 摩耗量 V は, 仮にすべり速度あるいは荷重 W が変化しても, m あるいは $\bar{R}$ などがあまり変化しなければ, ヤング率 E' に反比例し, すべり時間に比例することになる. 摩耗量がすべり距離ではなく, すべり時間に比例することとは, 従来 Holm¹⁾ あるいは Archard²⁾ による摩耗に関する考え方とは異なった結論である.

一般に v あるいは W が比較的小である場合には, 式(9)および式(21)より上述のようなことが言える. しかるに, v あるいは W が大になるにつれて接触点温度も大になり, その結果, 式(21)に含まれる m は式(9)からも明らかなように増大し, 摩耗量 V も急増することになる. 次に, この接触点温度について考える.

2.5 接触点温度 θ

摩耗面の接触点温度 θ は, 佐田¹¹⁾によると室温 θ_0 , 接触点で発生した熱量による温度上昇 θ_f , さらに他の接触点で発生した熱量による温度上昇 θ_m の和として表される.

$$\theta = \theta_0 + \theta_f + \theta_m \quad (22)$$

次に図4に示すように, 半径 r の無限に長い棒状試料が平面に押付けられ, v なる速度ですべるものとする.

図5 すべり速度 v と摩擦率 V_l の関係 図6 すべり速度 v と単位時間あたりの摩擦率 V_l の関係

図7 荷重と摩擦率の関係

このときすべり面に発生する全熱量 $Q(=\mu Wv/J, \mu$: 摩擦係数, J : 熱の仕事当量) は, v が比較的小であり, しかも両試料が同材質であるとき, 両者に等分されて伝えられる。

このとき θ_f は Jaeger¹²⁾ によると次のようになる。

$$\theta_f = \frac{\mu W v}{8 K J n_c a}, \left(\frac{v a}{2} \cdot \frac{\rho c}{K} < 0.1 \right) \quad (23)$$

ここに, ρ : 密度, c : 比熱, K : 熱伝導率。

式(23)の $n_c a$ を式(13)と式(16)より求めると θ_f は次のように表される。

$$\theta_f = C_f W^{1/6} v \quad (23')$$

$$C_f = \frac{\mu}{8 K J} \cdot \left(\frac{E'^5}{A_s n_{01} n_{02}} \right)^{1/6} \cdot \left(\frac{\sigma_1^7}{R_1 R_2 R_t} \right)^{1/12}$$

また θ_m は佐田¹¹⁾ によると接触面平均温度に等しくなることから, α_s を表面伝熱率として次のように表される¹²⁾。

$$\theta_m = C_m W v \quad (24)$$

$$C_m = \frac{\mu}{2 \pi J r (2 \alpha_s K r)^{1/2}}$$

結局 θ は式(23'), (24) より次のようになる。

$$\theta = \theta_0 + C_s v \quad (22')$$

$$C_s = C_f W^{1/6} + C_m W$$

図4に示す摩擦の形式は, 平面に対して無限に長い棒状試料を押付けるものであるが, 実際には有限の長さであり, さらにこれの保持具などから熱が流出することから, 式(24)で表される θ_m についてはこれらのことを考慮して補正する必要がある。これについては第6, 7報¹³⁾で述べる。

2.6 すべり速度 v と摩擦率 V_l

以上のようにして接触点温度 θ が求められると, 式(9)の m , したがって式(20)の摩擦率 V_l が具体的に次のように表される。

$$V_l = C_l W \frac{T_0 + C_s v}{v} \cdot \exp \left\{ - \frac{\Delta f^*}{C_0 (T_0 + C_s v)} \right\} \quad (20')$$

ここに, T_0 : θ_0 の絶対温度表示, Δf^* : Δf を単位モルあたりに換算したもの, C_0 : kN/J (N : アボガドロ数)。ただし, C_l は次のように表される。

$$C_l = 1.25 (Zk/h) \cdot \exp(U(\sigma)) \cdot (\bar{R}/E')$$

次に式(20')において, v と V_l の関係について考える。

同式で $dV_l/dv=0$ のときの v を v_c とすれば, v_c は

$$v_c = \frac{C_0 T_0^2}{C_s (\Delta f^* - C_0 T_0)} \quad (25)$$

となり, 図5で示すように V_l は v_c で最小となる。

これは2.4項でも述べたように, v が変化しても他の諸量に大きな変化がなければ, V_l は v と反比例する傾向を示し, 図5でABDのようになる。しかるに, v が増加すれば式(22')の接触点温度, したがって式(9)の m も増加し, V_l は同図においてABCのようになり, v_c で最小となる。

すなわち, 単位時間あたりの摩擦率 V_l と v について考えてみると, 式(11')からも推測できるように v が比較的小であれば V_l はほぼ一定であるが, v とともに θ が大になれば V_l も増加し, 図6においてABCで表されるように変化することになる。

2.7 荷重 W と摩擦率 V_l

式(20')より, 荷重 W と摩擦率 V_l の関係を求めると図7に示すように, W の小なる領域では V_l は W に比例するが, W がある値より大になると V_l の増加する割合が急に大なる傾向を示す。また, そのときのすべり速度 v が大なるものほど, V_l の増加する割合が比例関係から外れて急に増大し始める荷重 W は小になる。

このような傾向は二つの面が互いに塑性的接触をする場合にも認められているが, そのときの V_l の急増し始める W の値は, かたき値の約1/3にも及ぶ面圧に相当すると言われている¹⁴⁾。本報において解析したものは,

図8 あらい面どうしの接触

図9 弾性接触の割合

このような摩耗形態に合致するものではなく、例えば Archard ら¹⁵⁾の実験に見られるようなマイルドな摩耗形態において見られる荷重依存性と合致するように推察される。なお、このような荷重の影響についても、今後実験的に検討する予定である。

2.8 弾性接触の割合

第1報の緒言でも述べたように、十分なじみ運転がなされ、いわゆるマイルドな定常摩耗では、すべり面の各突起の塑性変形は飽和し、弾性的なものになると言われている。そのため筆者らは、突起間の接触はすべて弾性変形するという仮定のもとに、上述のような摩耗形態を主体として研究を進めてきた。ここでは、このような仮定を検討するための理論的手法について述べる。

Greenwood ら¹⁶⁾によると、突起先端部半径が R なる球形突起が、食込み量 z_p

$$z_p \approx R(p_m/E')^2 \quad (26)$$

以上で接触すると、それらの突起は塑性変形し始めるという。

そこで、いま第1報で述べたように、真実突起頂点分布がそれぞれ $f_1(z_1)$, $f_2(z_2)$ なる面1, 2が、図8に示すように z_a なる全食込み量で接触しているとき、弾性接触している接触点の数 n_{ce} とそれらによって支えられる荷重 W_e 、同じく塑性接触のそれらをそれぞれ n_{cp} , W_p とすれば、これらはそれぞれ次のように表される。

$$(i) \quad 0 \leq t_1 \leq t_a - t_p$$

$$\left. \begin{aligned} n_{ce} &= c_1 \int_0^{t_a - t_p} \int_0^{t_a - t_1 - t_p} t_p f_1(t_1) f_2(t_2) dt_2 dt_1 \\ &+ c_1 \int_0^{t_a - t_p} \int_{t_a - t_1 - t_p}^{t_a - t_1} (t_a - t_1 - t_2) f_1(t_1) f_2(t_2) dt_2 dt_1 \\ n_{cp} &= c_1 \int_0^{t_a - t_p} \int_0^{t_a - t_1 - t_p} (t_a - t_1 - t_2 - t_p) \cdot \\ &f_1(t_1) f_2(t_2) dt_2 dt_1 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

$$\left. \begin{aligned} W_e &= c_3 \int_0^{t_a - t_p} \int_0^{t_a - t_1 - t_p} t_p^{5/2} f_1(t_1) f_2(t_2) dt_2 dt_1 \\ &+ c_3 \int_0^{t_a - t_p} \int_{t_a - t_1 - t_p}^{t_a - t_1} (t_a - t_1 - t_2)^{5/2} \cdot \\ &f_1(t_1) f_2(t_2) dt_2 dt_1 \\ W_p &= c_3 \cdot \frac{15}{8\sqrt{2}} \int_0^{t_a - t_p} \int_0^{t_a - t_1 - t_p} t_p^{1/2} \{(t_a - t_1 - t_2)^2 \\ &- t_p^2\} f_1(t_1) f_2(t_2) dt_2 dt_1 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$(ii) \quad t_a - t_p < t_1 \leq t_a$$

$$n_{ce} = c_1 \int_{t_a - t_p}^{t_a} \int_0^{t_a - t_1} (t_a - t_1 - t_2) f_1(t_1) f_2(t_2) dt_2 dt_1 \quad (29)$$

$$W_e = c_3 \int_{t_a - t_p}^{t_a} \int_0^{t_a - t_1} (t_a - t_1 - t_2)^{5/2} f_1(t_1) f_2(t_2) dt_2 dt_1 \quad (30)$$

ただし、 $t_p = z_p/\sigma_1$ であり、その他の記号は第1報において定義したとおりである。

これらの結果より, 全接触点の数に対する弾性接触している接触点の数の比 γ_e は, $\lambda(=\sigma_2/\sigma_1)=1, t_a=1, 2, 3, 4$ の場合, t_p と図 9 に示すような関係で表される. また荷重の無次元量 $W^*(=W_e/c_3+W_p/c_3)$ は, $\lambda=1, t_p=0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$ の場合, t_a と図 10 に示すような関係で表される.

3. 結 論

マイルドな摩耗で, しかもその定常摩耗の機構について, すべり面の各突起は互いに弾性接触するという条件のもとに, 速度論に基づく疲れの立場から理論的解析を行い摩耗量に関する式 (本報の式 (20) 参照) を導入した. これより, 主なものとしてすべり速度および荷重と摩耗率の関係について述べると次のようになる.

- (1) すべり速度が比較的小であり, 接触点温度があまり大にならない範囲内において, 摩耗量はほぼすべり時間に比例する.
- (2) すべり速度がある程度大になると, 接触点温度が上昇するため摩耗量は急増する. そのため摩耗率はあるすべり速度で最小値をとるような速度特性 (本報の式 (20) 参照) を示し, その臨界速度 (本報の式 (25)) を求めることができた.
- (3) 荷重の比較的小なる領域では, 摩耗率は荷重に比例して変化するが, ある程度荷重が大になると荷重に対する摩耗率の増加割合は急増する傾向がある.

最後に, Greenwood らの提唱した "plasticity index" なる考えを用い, あらい面どうしが接触する場合について, 全接触点のうち弾性接触するものの数の割合を理論解析によって求めることができた.

終わりに, 本研究にあたり種々貴重なご意見をいただいた東北大学工学部・佐藤健児教授ならびに松井教授に謝意を表します.

参 考 文 献

- 1) R. Holm: Electric Contact, Springer-Verlag, Berlin, (1967).
- 2) J. F. Archard: Contact and Rubbing of Flat Surfaces, J. Appl. Phys., 24, 8, (1953) 981.
- 3) 鏡 重次郎, 山田国男, 武田信男, 直井貞司: 摩耗面における突起生成について (第1報), 精密機械, 40, 5 (1974) 396.
- 4) 鏡 重次郎, 山田国男, 武田信男, 直井貞司: 摩耗面における突起生成について (第2報), 精密機械, 40, 8 (1974) 672.
- 5) 鏡 重次郎, 山田国男, 武田信男, 直井貞司: 摩耗面における突起生成について (第3報), 精密機械, 40, 12 (1974) 1067.
- 6) 鏡 重次郎, 山田国男, 武田信男, 直井貞司: 摩耗面における突起生成について (第4報), 精密機械, 41, 2 (1975) 10.
- 7) J. S. Courtney-Pratt & E. Eisner: The Effect of Tangential Force on the Contact of Metallic Bodies, Proc. Roy. Soc., Ser. A, 238, (1957) 529.
- 8) T. Yokobori: Delayed Fracture in Creep of Copper, J. Phys. Soc. Japan, 6, (1951) 78.
- 9) 横堀武夫: 材料強度学, 岩波書店 (1967) 232.
- 10) T. Yokobori: The Theory of Fatigue Fracture of Metals, J. Phys. Soc. Japan, 10, 5, (1955) 368.
- 11) 佐田登志夫: 金属の摩耗現象における温度効果, 科研報告, 30, 4 (1954) 8.
- 12) J. C. Jaeger: Moving Sources of Heat Temperature at Sliding Contacts, Proc. Roy. Soc. New South Wales, 76, (1942) 203.
- 13) 鏡 重次郎, 山田国男, 武田信男, 直井貞司: 投稿中.
- 14) J. T. Burwell, Jr.: Survey of Possible Wear Mechanisms, Wear, 1, 2, (1957/58) 119.
- 15) J. F. Archard & W. Hirst: The Wear of Metals under Unlubricated Conditions, Proc. Roy. Soc., Ser. A, 236, (1956) 397.
- 16) J. A. Greenwood & J. B. P. Williamson: Contact of Nominally Flat Surfaces, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, 295, (1966) 300.