二次元流れ型切削のシミュレーション解析*

白 樫 高 洋** 白 井 英 治**

Simulation Analysis of Orthogonal Metal Cutting Process

Takahiro SHIRAKASHI, Eiji USUI

The paper describes a method for predicting the orthogonal metal cutting quantities such as shear angle, cutting forces, distribution of cutting temperature, and those of stress and strain without any cutting experiment. The method proposed is the simulation analysis of cutting process with aid of digital computer. The equations of equilibrium, plastic flow rule, heat transfer together with the characteristics of material strength and friction on the tool face, obtained from independent material tests, are solved simultaneously in the form of the finite element method. The predicted quantities are verified to be in good agreement with experimental results.

1. ま え が き

切削理論本来の目的は切削試験によらないで切削時の諸量を予測しうる体系を樹立することであろう。すなわち被削材料、工具材料についての適当な材料試験、物性試験の結果と切削条件のみを基礎データとし、解析のみで切りくず生成、切削力、切削温度、工具すくい面上の応力、さらには工具摩耗をも求め得るようにすることである。しかし切削過程解析の困難さは多くの現象が複雑にからみあい相互依存の関係にあることであり、例えばせん断角は工具すくい面上の摩擦との関連において決定するし、逆にこの摩擦はせん断域の塑性変形によって影響される。また高速変形のため生ずる発熱は被削材料の変形特性に影響し、せん断面上の変形応力、工具すくい面上の摩擦応力を変化させる。したがって切削においては個々の現象を独立に抽出し議論しても、これらの関連の上にたっている切削過程を理解し、その諸量を定量的に求めることは不可能である。

切削過程の諸量を求めるには平衡方程式、流動法則、被削材の流動応力特性、すくい面の摩擦特性、熱移動方程式の諸式を与えられた切削条件のもとで連立方程式として解く必要がある。しかし、塑性変形の流動法則がひずみ増分の形式で定式化されているため¹⁾、定常切削状態の解を得るためには、その過程を切削開始から追跡計算するいわゆるシミュレーション法によらざるを得ない。本報告では有限要素法を軸とし、切削とは独立した材料試験によって得られた被削材の流動応力特性²⁾およ

び工具すくい面の摩擦特性³⁾を用いて二次元流れ型切削過程をシミュレートし、定常切削状態の解を得た。そして切削の諸量、すなわち、切りくず生成、切削力、切削温度、工具すくい面上の応力等を求め、実測値と比較した結果良好一致をみたので報告する。

2. シミュレーションの手法

塑性変形の流動法則は次式のようにひずみ増分の形で定式化されている。

$$d\epsilon_{ij} = \frac{d\sigma'_{ij}}{2G} + \delta_{ij} \frac{1-2\nu}{3E} \sum_i \sigma_{ii} + \frac{3}{2} \frac{d\bar{\sigma}}{\bar{\sigma} H'} \sigma'_{ij} \quad (1)$$

ここで $d\epsilon_{ij}$ はひずみ増分、 σ'_{ij} 、 $d\sigma'_{ij}$ はそれぞれ偏差応力とその増分、 δ_{ij} はクロネッカの δ 、 $\bar{\sigma}$ 、 $d\bar{\sigma}$ はそれぞれ相当応力とその増分、 G 、 E 、 ν はそれぞれ横および縦弾性係数とポアソン比、また $H' = d\bar{\sigma}/d\bar{\epsilon}$ であり、 $d\bar{\epsilon}$ は相当塑性ひずみ増分である。したがって被削材の流動特性量である H' 、 $\bar{\sigma}$ 、 G 、 E 、 ν と境界条件が既知であれば、微小距離の切削を行ったときに生ずる応力、ひずみ増分の分布を求めることは式(1)を基礎とした有限要素法⁴⁾により可能である。しかし、具体的には多くの問題がある。まず工具刃先は被削材を“ひきさいて”創生新面である仕上面、切りくず裏面をつくっていくのであるから、この過程の取扱いは適当な破断の条件を導入しなければならない。しかし現段階では延性破断に関する信頼できる法則は知られていないから、何らかの近似的な方法によってこの問題を解決しなければならない。次に計算時間の問題がある。切削開始から定常状態にいたる過程を逐次追跡して計算するのでは、これに要する計算時間は非現実的な膨大さとなってしまう。以上を考慮して本報告では半生成切りくずモデルを計算の起点とする以下の方法を採用した。

* 原稿受付 昭和50年1月20日。昭和48年度精機学会春季大会学術講演会(昭和48年4月5日)にて発表。

** 正会員 東京工業大学工学部(東京都目黒区大岡山2-12-1)

(a) せん断角と流線の設定

(b) 流線に沿った有限要素分割

図1 定常切削状態の計算のための模型の設定

まず図1(a)のような任意のせん断角をもつ切りくずモデルを被削材料から切りとり、これに適合する流線を図示のように設定したとする。もちろんこの切りくずは母材と同じく未変形、室温(20°C)のままであるが、設定した外形、流線、せん断角は実現する定常切削状態のそれと一致していると仮定する。次にこの流線に沿って同図(b)に示すように必要な領域を有限要素分割し、有限要素モデルを構成する。

この状態から図示のように工具を押付けて切削を開始するが、全要素の流動応力特性は相当ひずみ速度 10^3 s^{-1} 、室温における単一の相当応力-相当ひずみ曲線で表され、 H' と $\bar{\sigma}$ もこの曲線から定められるとする。指定された切削速度で工具を微小距離移動し、応力増分法による有限要素計算⁴⁾を行えば各要素内に生じた応力、ひずれ増分、ひずみ速度、変位が求められ、更にこれらから各要素内の発熱の状態が計算される。

さて、この段階でえられた各要素の変位方向と設定した流線の方法により温度分布の計算を行う。また各

要素内の相当ひずみ増分を流線に沿って着目要素まで積分してその要素の相当ひずみとし、ひずみ速度履歴²⁾についても流線に沿って同様にその効果を考慮する。この操作は強引であるが、定常切削状態への到達を早めるのにきわめて有効であり、計算に要する時間を大幅に短縮することができる。また定常状態に達すれば、この操作は全く正しいものとなる。ここまでの計算で各要素内の相当ひずみ、相当ひずみ速度、相当ひずみ速度履歴、温度が定まり、それぞれの要素の流動応力特性、すなわち H' 、 $\bar{\sigma}$ が次項で述べる諸式により決定される。この時点で切りくずモデルはおのおの特性の異なる要素の集合体となるわけである。

次に H' 、 $\bar{\sigma}$ を各要素に記憶させたまま工具を最初的位置にひきもどし、計算された応力、ひずみ増分をゼロに、また温度を室温にもどしてしまう。そして新たに定められた $\bar{\sigma}$ 、 H' をもつ切りくずモデル(有限要素形状は原状)に対して再び工具を微小距離すすめ、有限要素計算、温度計算を行い、その結果を用いて上述の操作で各要素の特性を再び修正する。この過程を計算が収束するまで繰返せば定常切削状態が得られるわけである。ただし、これは最初に仮定したせん断角、切りくず形状が正しい場合であり、これらが正しくない場合には後述のような不都合が生ずる。この場合には他のせん断角の切りくずモデルを用いて上述の計算を反復しなければならない。図2に以上の手順の概略の流れ図を示す。

以上の方法の利点は、既述のように定常切削状態への収束がはやいこと、また工具がわずかの距離を往復するのみなので有限要素の増減、組みかえが省略でき、計算過程が簡単となることである。ただし、この方法は実際の過程を忠実にシミュレートしているわけでないから、複数個の定常状態が存在する場合、過程の真の結果としてのそれに到達するとは限らない。しかし著者の試行によれば、常識的なせん断角の範囲で定常解は唯一のものである。

3. 流動応力特性、摩擦特性、刃先破断の導入

別報²⁾に示したように被削材の流動応力特性は非鉄金属の場合、次式のようにかける。

$$\bar{\sigma} = A \left\{ \frac{\bar{\epsilon}_1}{\bar{\epsilon}_0} + \frac{1}{\bar{\epsilon}_0} \int_{\bar{\epsilon} = h(\bar{\epsilon})}^{\bar{\epsilon}} (\dot{\bar{\epsilon}}/\dot{\bar{\epsilon}}_0)^n \cdot d\bar{\epsilon} \right\}^m \cdot (\dot{\bar{\epsilon}}/\dot{\bar{\epsilon}}_0)^n \cdot \exp(\alpha/\theta) \quad (2)$$

ここで、 $\bar{\sigma}$ は相当応力、 $\bar{\epsilon}_0$ 、 $\dot{\bar{\epsilon}}_0$ はそれぞれ相当ひずみ、相当ひずみ速度の標準値、 $\bar{\epsilon}$ 、 $\dot{\bar{\epsilon}}$ は相当ひずみ、相当ひずみ速度、 θ は絶対温度、 A 、 $\bar{\epsilon}_1$ 、 n_1 、 m 、 n は定数である。また関数 h は相当ひずみに対する相当ひずみ速度の経路を示

図2 計算手順の概要

す。本報告に用いた七三黄銅について具体的に示せば,

$$\bar{\sigma} = 73.3 \left\{ 0.005 + \int_{\bar{\epsilon}=h(\bar{\sigma})}^{\bar{\epsilon}} (\bar{\epsilon}/1000)^{0.06} d\bar{\epsilon} \right\}^{0.5} \cdot (\bar{\epsilon}/1000)^{0.024} \cdot \exp(56.7/\theta) \quad (3)$$

また主せん断応力 τ_e , 主せん断ひずみ γ , 主せん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ の関係は, $\bar{\sigma} = \sqrt{3} \tau_e$, $\bar{\epsilon} = \gamma/\sqrt{3}$ とおき,

$$\tau_e = 31.3 \left\{ 0.01 + \int_{\dot{\gamma}=h(\tau_e)}^{\dot{\gamma}} (\dot{\gamma}/1000)^{0.06} d\dot{\gamma} \right\}^{0.5} \cdot (\dot{\gamma}/1000)^{0.024} \cdot \exp(56.7/\theta) \quad (4)$$

となる。したがっておのおのの要素について, 相当ひずみ, 相当ひずみ速度, 相当ひずみ速度履歴, 温度が指定できれば式 (3), (4) を用いて, $\bar{\sigma}, H'$ が得られ, 流動応力特性を導入した有限要素計算が可能となる。

工具すくい面の摩擦特性は非鉄金属の場合, 別報⁹⁾ のように次の応力特性式で表せる。

$$\tau_t/\tau_e = 1 - \exp\left(-K \frac{\sigma_t}{\tau_e}\right) \quad (5)$$

ここで, τ_t, σ_t はそれぞれ工具すくい面の摩擦応力, 垂直応力, K は工具材種と被削材材種の組合せのみによ

図3 工具刃先での被削材の分離過程の処理

て定まる定数である。また τ_e は工具面に接触する切りくずの主せん断応力であり, 式 (4) によってすくい面上の各点で計算できる。本報告の解析は応力増分法によっており, 任意の微小応力増分の範囲では τ_e を一定と考えてよいから, τ_t と σ_t の関係は式 (5) より,

$$\begin{aligned} \tau_t - \tau_{t0} &= (d\tau_t/d\sigma_t)_{\sigma_t=\sigma_{t0}} \cdot (\sigma_t - \sigma_{t0}) \\ &= K e^{-K\sigma_t/\tau_e} \cdot (\sigma_t - \sigma_{t0}) \end{aligned}$$

となる。ここで τ_{t0}, σ_{t0} は着目時点の摩擦応力および垂直応力である。各応力増分を $d\tau_t (= \tau_t - \tau_{t0})$, $d\sigma_t (= \sigma_t - \sigma_{t0})$ とおけば上式は

$$d\tau_t = K e^{-K\sigma_t/\tau_e} \cdot d\sigma_t \quad (6)$$

となる。したがって式 (6) を全体の剛性マトリクスと連立させて解くことにより, 摩擦特性式 (5) を考慮した解析ができる。

次に工具刃先における被削材の破断条件であるが, 本報告ではひずみ, ひずみ速度, 応力, 温度等に拘束される破断条件を設定せず, 横内らの提案による方法⁶⁾ を以下のように修正して用いた。

図3に示すように工具刃先近傍の節点Pを二つに分割する。同節点の片方はPAに沿って上方に移動して切りくずとなり, 他方はPEに沿って移動して仕上面となるものとして扱う。またPA, PEに沿っては摩擦特性式(5)が成立つものとする。△APEは点Pの移動が円滑に行われるように付加したものであり, PEは10 μm, ∠APEは45°とした。この手法は原理的にはすべり線解析で常用されるものと同一であり⁷⁾, 刃先における破断の存在を全切削機構に対して二義的とみるものであるが, 切削のすべり線解析の諸例⁷⁾にみるように妥当な近似になっていると考えられる。

4. 計算結果と検討

本報告の計算に用いた切削条件, 諸定数を表1に示す。これらの諸値はひずみ, ひずみ速度, 温度のいか

表1 切削条件および諸定数

切削条件	被削材: 七三黄銅, 工具: 炭素工具鋼 SK 3(30, 0, 5, 0, 0, 0, 0), 切削速度: 48 m/min, 切削厚さ: 0.3 mm, 切削幅: 1 mm, 二 次元切削, 切削剤: 乾燥		
熱定数	比重(kg/mm ³)	比熱(kcal/kg°C)	熱伝導率(kcal/mh°C)
七三黄銅	8 560	0.092	85
SK 3	7 750	0.110	31
縦弾性係数: 10 500 kg/mm ² , ボアソン比: 0.33, 摩擦特性値: $K=1.0$, 要素数: 286, 節点数: 175

図4 塑性域内の要素数の変化

図5 塑性域内要素数と流動応力特性の修正回数

にかかわらず一定とし、変形による異方性も生じないものと仮定した。

図4はせん断角を45°に設定した切りくずモデルを対象として切削距離と塑性域にある要素数の関係を示したものである。同図中の数字は要素の流動応力特性の修正回数であり、切削距離約10 μmごとに修正を行った。同図から特性の修正が進むにつれて短い切削距離で多くの要素が塑性状態になること、同時にそれが一定数に近づくことがわかる。図5は切削距離10 μmにおいて塑性域にある要素数とその特性の修正回数の関係を示したものであり、7～8回の修正で塑性域にある要素の数はほぼ

一定数に収束することがわかる。これらの結果から、以後の計算では切削距離約10 μmごとに要素の流動応力特性の修正を行い、この操作を10回繰返した結果を収束状態とみなした。本報告の手法では既述のようにせん断角およびこれに対応する流線を任意に設定しているため、計算結果がこれらと一致しないかぎり定常切削状態を示す解とはなり得ない。図6はこの点についての検討であり、

主せん断ひずみ速度の等高線と切りくず自由面の変位ベクトルの計算結果を初めに任意に設定したせん断角と比較したものである。同図(a)は設定せん断角45°の切りくずモデルについての結果である。切削のせん断面は主せん断ひずみ速度の極大域に相当すると考えられるが⁸⁾、計算されたその分布から求められるせん断面は図示の位置にあり、せん断角は設定した45°より明らかに小さい。また図示の矢印も設定した切りくず形状と一致せず、切りくず厚さが大になるようとする傾向を示している。そこで実現するせん断角を小とみて15°に設定し、再計算した結果、同図(b)が得られた。設定したせん断角は小さすぎ、切りくずは薄くなるようとしていることが同図よりあきらかである。そこで15°と45°の間としてせん断角28°を選んで計算し、同図(c)を得た。設定したせん断面と主せん断ひずみ速度の極大域との一致、変位ベクトルと切りくず形状との一致も十分である。特に変位ベクトルはせん断面の前方で若干の盛上がりが生ずること、切りくずが上方でカールすることを示している。以上の結果から同図(c)はほぼ実現する解とみなせる。またせん断角28°は実測値とよく一致した。

図7はせん断角28°のモデルについて得られた主せん断応力 τ_m の分布であり、図中ハッチングで示した部分は塑性域である。同図で明かなようにせん断面はほぼ一定のせん断応力(41 kg/mm²)となっていることがわかる。図8は同じモデルについての二、三のすべり線上のせん断応力と垂直応力の分布を示す。図中一点鎖線および点線はそれぞれせん断応力分布、垂直応力分布である。これらの諸結果は格子線解析法によるもの⁸⁾と定性的によく一致している。図9(a)は温度分布である。図中実線は計算結果、破線は赤外線顕微鏡法⁵⁾による実測結果であり、両者は良い一致を示している。また同図(b)は分割工具法³⁾で得たすくい面応力分布とその計算結果の比較であり、破線は測定結果、実線は計算結果を示す。前述の刃先での取扱いのため、刃先点の応力には疑問が残るが、他の部分では良好な一致を示している。

(a) 設定せん断角 45° の場合

(b) 設定せん断角 15° の場合

(c) 設定せん断角 28° の場合

図 6 主せん断ひずみ速度の等高線と変位ベクトル

図 8 すべり線に沿ったせん断応力 τ と垂直応力 σ の分布

(a) 切りくずと工作物内の温度分布

(b) すくい面応力分布

図 9 切削温度とすくい面応力の分布

図 7 主せん断応力の分布と塑性域

したがって切削抵抗も実測値とよく一致する。

5. 結 論

- (1) 有限要素法を軸とし、既報の材料の流動応力特性、すくい面の摩擦特性を用いるシミュレーション解析から、二次元流れ型切削における諸量を定量的に予測することができた。
- (2) 予測されたせん断角、切削抵抗、温度分布、ひずみ速度分布、すくい面応力分布はいずれも実測結果と良好な一致を示す。
- (3) 半生成切りくずモデルの使用、工具の往復運動による有限要素の無修正、流線を利用する定常状態への接近法は計算を簡単にし、その収束を促進するのに有効である。
- (4) 工具刃先における被削材料の破壊は単純な分離として処理すれば十分である。

なお本報告の解析は等方性塑性理論に基礎をおくものであり、切削過程を純塑性変形とみなし、生ずる異方性を無視している。しかし一般には切りくず生成過程は塑性変形のみでなく、破断が混在するし、生ずる異方性が無視できない場合⁹⁾も知られている。また本報告は非鉄

金属についてのわずかに一例の報告であり、鉄鋼材料、特に構成刃先を生ずる場合などを扱いたわけでないから“削らずに被削性を予測する”にはほど遠い。これらの問題も今後検討していきたいと考えている。

文 献

- 1) 例えば、R. Hill (鷲津久一郎ほか訳): 塑性学, 培風館 (1954) など。
- 2) 白樫高洋, 臼井英治: 切削における温度-ひずみ速度効果の基礎的研究 (第2報), 精密機械, **37**, 5 (1971) 338.
- 3) 白樫高洋, 臼井英治: 工具すくい面の摩擦特性, 精密機械, **39**, 9 (1973) 966.
- 4) 例えば, 垣野義昭: 有限要素法による二次元切削機構の解析, 精密機械, **37**, 7 (1971) 503.
- 5) 臼井英治, 白樫高洋: 切削における温度-ひずみ速度効果の基礎的研究 (第3報), 精密機械, **38**, 6 (1972) 510.
- 6) 横内弘字, 中島明一: 有限要素法による切削機構の解析 (第1報), 昭和47年度精機学会春季大会学術講演会前刷 (1972) 1.
- 7) 例えば, H. Kudo: Some New Slip-line Fields for Two-dimensional Steady State Machining, Int. J. Mech. Sci., **7**, (1965) 43.
- 8) 臼井英治, 牧野亮哉: 低速流れ形切削における応力, ひずみ分布, 精密機械, **33**, 4 (1967) 245.
- 9) 例えば, 臼井英治, 白樫高洋: 金属切削過程で生ずる異方性とその効果, 精密機械, **38**, 3 (1972) 268.

情 報

工作機械の NC 化率 25%

日本工作機械工業会の50年統計によると、主要68社の受注ベースのNC化率が25%になった。

機種別にみると、旋盤34.4%、フライス盤31.4%、専用機19%、中ぐり盤15.8%、ボール盤6.4%、研削盤5.3%などの順になっている。

わが国のNC化率は45年の11.2%、46年の11.5%、47年の15.8%、48年の17.9%、49年の19.1%と順調に推移してきた。これらはすべて受注ベースだが、半年から1年すると、生産実績になるわけで、少なくとも来年度生産ベースでのNC化率が25%台になるのは確実とみられている。

46年機電法スタートにあたって、通産省は52年度の生産ベースでのNC化率目標を25%とした。この目標は1年も前に達成できるわけで、わが国工作機械の省力化要請の強さをものがたる。これに対し、米国のNC化率は45年17.9%、46年と47年が20.6%、48年が21.5%と20%の線で頭打ち、欧州各国に至っては軒並み20%以下となっており、日本はいまや先頭を切った形である。

ただ、これからの見通しとなると、マチマチというより悲観、楽観両論が真っ向から対立しているのが実情である。

(357 ページに続く)