平均応答法による歯車のかみあい伝達誤差の測定*

林 巖** 林 輝** 永嶋慎一*** 木村康治†

On Measurement of Transmission Error of Gears by Processing Method with Average

Iwao HAYASHI, Teru HAYASHI, Shinichi NAGASHIMA, Koji KIMURA

It is difficult to obtain a characteristic, periodical signal of gears, that is, the transmission error, as many irregular signals due to lubrication, frictional losses and so on are relatively larger and involved. This report tries to obtain the transmission error by processing method with average, using a new developed machine which can directly and rapidly show an error spectrum and phases of the static transmission error.

(1) The processing method with average is very useful to obtain the transmission error of gears during rotation.

(2) The limit of rotational speed to measure the static transmission error of the above mentioned machine is about 300 rpm, and agrees with the theoretical limit. Therefore the limit can be estimated theoretically in general case.

(3) The dynamic motion of gears, which have a known static transmission error, obtained by the experiment agrees with the theoretical motion. Therefore the measured values by the above mentioned machine are very useful to estimate any motion of gears.

1. は じ め に

歯車にはいろいろな個別誤差があるが、歯車の性能を調べる時にはそれらが総合されて生ずるかみあい伝達誤差が最も重要である。かみあい伝達誤差の性質を分析し、歯車の性能を明らかにするには、その大きさだけでなく誤差曲線の形状をも定量的に取扱うことが必要である。その一つの方法として誤差曲線を周波数分析し、各成分の大きさ、すなわち誤差スペクトルと位相とで表示する成分表示の方法がある。

これまでのいろいろなかみあい試験機がかみあい伝達誤差の曲線を測定するものであるのに対して、著者らは、それを周波数分析したときの誤差スペクトルと位相をも直接、迅速に測定する新しい試験機を開発した^{1)~3)}。

本研究は上記の試験機について、誤差スペクトルと位相とが出てくるまでの途中の段階を確認することを目的として、これらの測定値がある時間内の時間平均値、あるいは平均応答の値であるから、平均応答法を用いて歯車の動的なかみあい伝達誤差を測定し、① 平均応答法が有効な方法であること、② ある回転数以下では得られた波形が静的かみあい伝達誤差波形と一致すること^{††}の2点を確かめる。

次に、静的なかみあい伝達誤差と実際に回転している歯車との間の動的な状態との関連性の一部を明らかにするため、上記試験機を利用して、回転数を高くして動的なかみあい伝達誤差を測定し、理論計算結果と比較検討する。

2. 平均応答法の測定原理

歯車から生ずる信号は、歯車固有の誤差、例えば歯形誤差やピッチ誤差などによって生ずる周期信号に、歯面の潤滑状態や軸受の摩擦、軸受すきま内での歯車軸の変動およびトルク変動などによる不規則な雑音加わっているものであるから、これをある周期ごとに区切って加え、平均することにより相対的に雑音成分を小さくし、歯車固有の周期信号をとり出すことができると思われる。

また歯面の摩擦トルクは1歯ごとの周期的なトルク変動を生じ、これは平均応答法によっても取除けず、見かけのかみあい伝達誤差として現れるはずであるが、本研究の場合には、文献1)の式(2)から明らかなように、入力トルクにどのような変動成分が含まれようが、入力歯車にどのような変動トルクが作用しようが、フライホイールの両側のトルク T_1 と T_2 の二つのトルクを用いることにより、入力歯車軸端の角変位 θ_p が求められ、出力側にも同じことが言える。したがって各歯車の歯のたわみ、歯車本体の変形が無視できる大きさの場合には、

* 原稿受付 昭和50年4月10日。昭和50年度精機学会春季大会学術講演会(昭和50年4月5日)にて発表。

** 正会員 東京工業大学精密工学研究所(東京都目黒区大岡山2-12-1)

*** 諏訪精工舎(諏訪市大和3-3-5)

† 東京工業大学精密工学研究所

†† 文献2), p. 1098 参照。

図1 周期性のない雑音の場合

図2 周期性のある雑音の場合

入力歯車軸の歯車のつけ根の部分と出力歯車軸の歯車のつけ根の部分との角変位の差が歯車の回転伝達誤差であり、この量が本測定法では測定される。したがって入力歯車に働く変動トルクの一つである歯面摩擦によるトルク変動の影響は現れない。

次にどの程度、雑音成分を小さくできるか、理論的に検討する。

2.1 雑音に周期性がない場合のSN比の改善度

図1のように信号 $s(\theta)$ の上に雑音 $n(\theta)$ がのっているとする。図の θ_i の点で観測される信号 $s'(\theta_i)$ は

$$s'(\theta_i) = s(\theta_i) + n(\theta_i) \quad (1)$$

1周期ごとに m 回加えて平均すれば

$$\frac{1}{m} \sum_k s'_k(\theta_i) = s(\theta_i) + \frac{1}{m} \sum_k n_k(\theta_i) \quad (2)$$

ここで雑音 $n(\theta)$ の振幅が正規分布 $N(0, \sigma^2)$ に従うものとすれば、式(2)の第2項は $N(0, \sigma^2/m)$ の正規分布に従う。したがって平均応答処理後の雑音成分の標準偏差は $\sigma/\sqrt{m}$ となり、元の標準偏差が σ であるから、SN比は $\sqrt{m}$ 倍改善されることが期待できる。

2.2 雑音に周期性がある場合のSN比の改善度

図2に示すように周期 T の信号に対して、振幅 a 、周期 T' の正弦波状雑音 $n(t)$ が加わっているものとする。周期 T ごとに m 回加えて平均したときの雑音の大きさ a_m は

$$a_m = \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m a \sin \frac{2\pi}{T'} \{t - (l-1)T\} \quad (3)$$

となる。

周期の比 T/T' の考えられる各場合について式(3)の a_m の大きさを検討する。

図3 周期性のある雑音のSN比の改善

表1 SN比の改善度

T/T'	$\frac{1}{m} \sum_i n_i(t)$ $n_0(t)$	SN比の 改善度 (倍)
0.1-0.2	0.225	4.5
0.2-0.3	0.142	7.0
0.3-0.4	0.112	8.9
0.4-0.5	0.101	9.8

表中の値は図3中の極大値について示してある

2.2.1 $T/T' = p$ ($p=1, 2, 3, \dots$) の場合

式(3)は

$$a_m = a \sin \frac{2\pi}{T'} t \quad (4)$$

式(4)から明らかなように a_m は元の雑音の大きさと同じである。すなわち信号と等しい周期およびその1/整数の周期をもつ雑音に対してはSN比は改善されない。

2.2.2 $T/T' = \alpha$ (α が整数でない) の場合

式(3)より、

$$\frac{a_m}{a} = \frac{1}{m} \cdot \frac{\sin(\pi m \alpha)}{\sin(\pi \alpha)} \sin \frac{2\pi}{T'} \left(t + \frac{m-1}{2} T \right) \quad (5)$$

となる。振幅比 Q は式(5)の絶対値をとって

$$Q = \frac{1}{m} \left| \frac{\sin(\pi m \alpha)}{\sin(\pi \alpha)} \right| \quad (6)$$

i) $m\alpha = 1, 2, 3, \dots$ の場合には、 $Q=0$ となる。すなわち信号の周期の m 倍、 $m/2$ 倍、 $\dots$ $m/(m-1)$ 倍の周期を持つ雑音は、平均応答処理により消える。

ii) $0 \leq \alpha \leq 1$ の場合

$\alpha = 0.5 + r$ において式(6)を変形すると、

$$Q = \begin{cases} \frac{\cos(\pi m r)}{\cos(\pi r)} & m: \text{奇数} \\ \frac{\sin(\pi m r)}{\cos(\pi r)} & m: \text{偶数} \end{cases} \quad (7)$$

式(7)を $m=10$ の場合について求めたものを図3に示す。図3は $T/T' = 0.5$ を境として左右対称であるから、 $T/T' = 0.5 \sim 0.1$ についてSN比の改善度を表1に示す。この表の値から約5倍以上SN比が改善されることがわ

図5 試作したかみあい伝達誤差を求める演算回路

図4 実験装置

かる。

iii) $\alpha > 1$ の場合には

$\alpha = M + \beta$ (M : 整数, $0 \leq \beta < 1$) とおくと式 (6) は

$$Q = \left| \frac{\sin(\pi m \beta)}{\sin(\pi \beta)} \right|$$

となり, $0 \leq \alpha \leq 1$ の場合の結果に帰着される。

2.3 加える回数と歯車の信号の周期との関係

前述の結果から SN 比が改善されることが明らかとなったので, 1 歯を 1 周期として平均応答処理するとき, 加える回数をどのように選べばよいかを検討する。

歯車の歯数を Z とすると, 偏心および傾斜取付けによる信号の周期は 1 歯の周期のそれぞれ Z 倍, $Z/2$ 倍となる。これは 2.2.2-i) で検討したことに相当するから, 加える回数を歯数 Z またはその整数倍に選べば, 消えることがわかる。また, それ以外の 1 歯を基本周期とする信号よりも低い周波数成分の信号についても同じである。

したがって 1 歯ごとの細かい信号に対して平均応答処理する場合には, 加える回数を歯数またはその整数倍に選べば 1 歯の基本信号およびその高調波信号だけを測定できることがわかる。

3. 測定方法

3.1 試験装置

図 4 に新しく開発した試験機を示す。重力による影響を避けるために, たて型に製作した 1 段歯車変速機で,

現在手持ちの 2.2 kW 三相誘導電動機で駆動し, 市販の小さなギヤポンプを利用して動力を吸収している。

フライホイールの両側にはひずみゲージを貼付し, おおののトルク変動を検出し, 図 5 に示す演算回路*により, 歯車のかみあい伝達誤差を求めるようになっている。入力歯車の側面には平均応答処理する時の基準信号を取り出すための電磁検出器を取付けてある。

試験歯車と軸のはめあい部分はモールステーバ No. 3 を使用し, ダブルナットでしめる方法に改良し, これまでの実験で見られた, はめあい部分の微小すべりの影響**をほとんどなくすることができた。

3.2 平均応答処理システム

平均応答処理は信号を何回も加えるため, アナログ信号のまま一般の電子回路を使用するのは難しいので, 本実験では得られたかみあい伝達誤差信号をデジタル量に変換し, 計算機により平均応答処理を行った。そのシステムを図 6 に示す。

各部につき順を追って詳しく説明する。

図 6 中の演算回路は図 5 に示すもので, h 点にかみあい伝達誤差がでてくる。矩形波整形回路で電磁検出器からの基準信号を歯車の 1 歯ごとと同期して矩形波になおす。この二つの信号をいったんデータレコーダに記録す

* 文献 1) 参照。ただし, ここで使用したものは文献 1) の図 1 中の二重積分器をそのまま IC 等により製作したもので, 単純比例増幅器に置き換えてない。

** 文献 2), p. 1098 参照。

図6 平均応答処理システム

表2 試験歯車諸元

歯数	21
モジュール	4
圧力角	20°
ねじれ角	0
転位係数	0
熱処理	高周波焼入れ
ピニオン、ギヤ共に同じ	

表3 オートコリメータと12面鏡による測定値および圧力角誤差とそれによるかみあい伝達誤差の大きさ

オートコリメータと12面鏡による1回転の伝達誤差の振幅*	圧力角誤差**	
	駆動歯車	被動歯車
	-3 μm	+32 μm
90 μm	1歯ごとのかみあい伝達誤差	
	22.3 μm	

* 測定曲線は図7(b)中に示す。

** 歯先が正しいインボリュート曲線よりひっこむ方向を+とする。

る(オンラインで処理できる時は不必要)。

次の制御回路でA-D変換の準備をする。まず上記の矩形波から基準パルスを作り、これをトリガとして①A-D変換に必要なサンプリングパルスを作り、②アナログゲートを駆動し、かみあい伝達誤差信号に基準位置信号を入れる。

こうして次のA-D変換機でデジタル量に変換し、電子計算機により平均応答処理を行う。その結果をXY

(a) 歯車のかみあい伝達誤差信号の三つの例

① 25回, ② 50回, ③ 75回

(b) 平均応答処理による測定結果

図7

記録器で表示する。

このようにして測定した結果を次に示す。

4. 測定結果

4.1 歯車1回転について平均応答処理した結果

試験歯車の諸元を表2に示す。駆動および被動歯車共同じ諸元でいずれも高周波焼入れし、マージ研削したもので、与えた圧力角誤差とそれによる1歯ごとの静的なかみあい伝達誤差成分、12面鏡とオートコリメータで測定した偏心による成分の大きさを表3に示す。

平均応答処理前と処理後の波形を図7(a), (b)に示す。図7(b)の25回, 50回, 75回加えた平均応答処理波形がほとんど一致していることから、この波形が歯車固有の周期信号とみてよい。ちなみに処理後の波形の1回転に1山の大きなうねりは表3に示す値とほぼ一致しており、試験歯車の偏心によるものである。

また、図7(a)では1歯ごとの細かい波は明りょうで

(b) 静的かみあい伝達誤差の測定結果

図 8

はないが、平均応答処理した図 7 (b) の波形では非常に明りょうに現れている。この波は与えた圧力角誤差によるもので、表 3 に示す値とほぼ一致している。

このように平均応答処理することによって、処理前の再現性の少ない波形から歯車固有の周期信号が非常にうまくとり出されることがわかる。

この測定結果でも 1 歯ごとの状態がわかるが、さらに動的な状態をよく検討できるように 1 歯ごとに加えて平均応答処理し、かみあい伝達誤差を求めた。それを次に示す。

4.2 1 歯ごとに平均応答処理した結果

試験歯車の諸元は表 2 と同じであるが、1 歯ごとの状態が顕著に現れるように駆動および被動歯車には図 8 (a) に示すような圧力角誤差をつけたものを使用した。これをかみあわせて、1 歯面かみあい試験機*で静的なかみあい伝達誤差を測定したのが図 8 (b) で、振幅が約 44 μm の立上りの急な波形となっている。

この 1 歯ごとの測定では、2.3 項で検討したように、歯数と等しい回数、すなわち 21 回加えて平均応答処理した。

測定結果を図 9 に示す。図中太い実線の鋸歯状波形は、試作した試験歯車の圧力角誤差から計算によって求

図 9 1 歯ごとの動的かみあい伝達誤差 (測定値)

めた静的なかみあい伝達誤差曲線である。300 rpm の測定曲線は、図 8 (b) の静的かみあい伝達誤差曲線とほぼ同じ形状であり、また理想の場合のそれらの平均値曲線でもある図中の太い実線の静的かみあい伝達誤差曲線ともほぼ一致している。このことからこの試験機では回転数を 300 rpm 以下とすれば、ほぼ静的なかみあい伝達誤差が測定できることが明らかである。

次に 600 rpm 以上に回転数を上げてゆくと、歯面分離の大きさが増してゆき、1500 rpm では 135 μm、静的かみあい伝達誤差の約 3 倍となった。このように立上りの急な鋸歯状波形の静的なかみあい伝達誤差をもつ歯車対は、回転数が高くなると大きな歯面分離振動を生ずる。

この測定結果が理論的に予測できることを確認するために、次の 5 章で数値計算により歯面分離のようすを求め、比較検討する。

5. 理論計算結果との比較検討

図 10 に示した試験機のモデルから運動方程式を導き、図中に示した各定数を用いて歯面分離のようすを求めた。なお計算に当たって、負荷トルクは各回転数における実測トルクの値 (300 rpm: 360 kg・mm～1500 rpm: 835 kg・mm) を用いた。また各軸受にはころがり軸受を用いているが、これらの等価粘性減衰比は、歯車の軸受部分については実測した自由振動波形の対数減衰率から求めた値 0.001 を、入出力側のプーリの軸受については比較的影

* 東京工業大学精密工学研究所石川二郎研究室の開発した演算式 1 歯面かみあい試験機。

歯面の等価粘性減衰比は 0.06~0.30 の値を用いて計算し、実験のようすと良く合う 0.10 の値を採用した。そのときの結果を図 11 に示す。

図 11 においても 300 rpm では少し歯面分離が見られるもののほぼ静的な噛みあい伝達誤差に追従しており、また回転数が上昇するにつれて歯面分離が大きくなってゆき、1500 rpm では約 132 μm となり、実験結果とほぼ一致する。次に 900 rpm と 1200 rpm の歯面分離の大きさが実験値が理論計算値よりも、それぞれ 15 μm 大きくなっているのは、試験機の駆動モータのバランス不良により 1000 rpm 付近で振動を生じ、また試験機の歯車と軸の固有振動数が 378 Hz で、歯数 21 枚のためちょうど回転数が 1040 回転の点に一致したため、その影響が現れたものと思われる。

また図 11 の理論計算結果では 2 回目以降の歯面分離のようすが図 9 の実験結果より明りょうに現れている。これは次の理由によると思われる。歯面分離振動の大きさは入出力トルク変動などにより一定せず、大きくなったり小さくなったりする。そのため 2 回目に接触する位置が歯面上で相対的に前後し、2 回目以降の歯面分離波形の頂点どうし、あるいは谷どうしの相対位置がずれた状態で平均応答処理されるため、分離波形の振幅が小さくなって記録されることが原因である。

以上の実験結果は歯車にとって厳しい形の静的な噛みあい伝達誤差での測定例であり、また実際に歯車が使用される状態では大きな負荷が加わることから、実際の歯車にこの平均応答法を応用した場合には、上記のような現象は小さく、より精度の良い測定結果が得られると思われる。

6. 結 論

以上、平均応答法により、新しく開発された試験機を

図 11 1 歯ごとの動的な噛みあい伝達誤差(理論計算値)

用いて動的な噛みあい伝達誤差を測定した結果、次の結論が得られた。

- (1) 平均応答法は回転中の歯車の回転伝達誤差の歯車固有の成分を求めるのに非常に有効であることがわかった。したがってわれわれの試験機により求められる誤差スペクトルと位相の値も歯車固有の噛みあい伝達誤差を定量的に表現するのに有効であることが明らかとなった。
- (2) 本実験では、静的な噛みあい伝達誤差を測定するためのわれわれの試験機の最大使用限界の回転数が約 300 rpm であり、理論値とよく合うことがわかった。したがって一般の場合についても理論的にその限界を求めることができる。
- (3) 既知の静的な噛みあい伝達誤差をあたえた歯車の実験的に求めた動的な噛みあい伝達状態が、理論的に求めた結果とよく一致することがわかった。したがってわれわれの試験機による測定値は歯車の任意の運転状態を推定する値として有効であると思われる。

謝 辞

本研究をまとめるに当たり、絶大なる援助を賜った精密工学研究所長福与入久教授、ならびに終始有益な助言をいただいた同所吉本勇教授に心から厚くお礼申しあげます。

参 考 文 献

- 1) 林 巖, 林 輝: 軸系の振動を応用した歯車のかみあい精度測定法, 精密機械, **39**, 10 (1973) 1009.
- 2) 林 巖, 林 輝: 歯車の誤差のスペクトル表示, 精密機械, **40**, 12 (1974) 1093.
- 3) 林 巖, 林 輝: 歯車のかみあい伝達誤差スペクトルの位相測定について, 精密機械, **41**, 2 (1975) 137.
- 4) 明山正元, 歌川正博: 歯車の設計, オーム社 (1970) 48.