グループ・テクノロジーによる多段階機械加工 システムの最適グループスケジュールと 最適切削速度の決定に関する研究

咸 仁英* 人見勝人** 中村信人** 吉田照彦**

OPTIMAL GROUP SCHEDULE AND MACHINING SPEEDS OF MULTIPRODUCT, MULTISTAGE MACHINING SYSTEM FOR GROUP TECHNOLOGY

By Inyong Ham, Katsundo Hitomi, Nobuto Nakamura
and Teruhiko Yoshida

Based on a concept of group technology (GT), a scheduling problem of production in specific groups of jobs with similarity in shape and machining sequence is defined. The mathematical model of the group-production scheduling and the machining operation in the multiproduct, multistage machining system is constructed. A two-level algorithm for determining the optimal group schedule (i.e., the optimal sequence for grouped jobs) under the minimum-makespan criterion based on the branch-and-bound method and the machining speeds under the minimum-cost criterion subject to the minimum-makespan schedule is developed. Practical applicability of the algorithm is proven by solving a simple example of group production.

1. 緒 言

多種少量生産を効果的に行なう方法論ならびに技法としてグループ・テクノロジーがある。これは類似部品（形状、寸法ならびに加工法が似たもの）を集約してグループとし、各グループに適切な生産設備と治工をえて、段取時間、加工待ちを減少しつつ、大きいロットで大量生産方式に近い効果を与え、生産性の向上をはかるものである¹⁾。しかしこのグループ・テクノロジーに関して、その分類方法についての研究は多くなされているが、この方式による生産のスケジューリング問題について論究した研究は少ない²⁾。

そこで本研究では、このグループ・テクノロジーの考え方にに基づき、多段階機械加工システムにおいて多品種製品をグループで生産を行なう場合、その加工順序、すなわちグループ・スケジューリングの最適意思決定を行なうと同時に、各工程において設定すべき最適切削速度を、総所要時間最小化とその条件下における加工費用最小化の両観点から誘導することを試みる。

2. グループ・スケジューリング・モデル

2.1 前提条件

* 正会員 ペンシルバニア州立大学 (207 Hammond Building University Park, PA16802, U.S.A.)

** 大阪大学 (大阪府吹田市山田上)

グループ生産を行なう多段階機械加工システムにおいて、最適グループ・スケジュールと最適切削速度を決定するにあたって、次の前提をおく。

- (i) ジョブは、その類似性に基づき、いくつかのグループに集約され、各グループのジョブは連続して加工される。
- (ii) 生産工程は多段階で、機械が加工の技術的順序に配列されたフロー・ショップ型とする。
- (iii) 各工程で加工されたジョブはただちに次の工程に送られる。
- (iv) すべてのジョブの着手可能時点は同一である。
- (v) 各工程におけるグループならびにジョブの加工順序は同一である。
- (vi) 各グループの段取時間はグループの加工順序に関係なく一定である。

今、 M 個のジョブが m 組のグループに分類することができたとし、第 i 番目のグループを G_i ($i=1, 2, \dots, m$)、このグループに属する n_i 個のジョブのうち、第 j 番目のジョブを J_{ij} ($i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n_i$)、工程を k ($=1, 2, \dots, l$)で表わす。第 k 工程におけるグループの段取時間を S_{ik} 、各ジョブの加工時間と加工費用をそれぞれ t_{ijk} 、 c_{ijk} で表わす。更にグループならびにジョブの加工順序を示すのに()付の添字を用いる。

2.2 グループ間順序とグループ内順序

グループ・スケジューリングでは各グループの加工順

序（グループ間順序）と各グループに属するジョブの加工順序（グループ内順序）をどのように決定するかが問題となる。ここではこの両者の最適加工順序を決定する。

2.3 最小時間切削速度と最小費用切削速度

最適グループ・スケジュールと最適切削速度の決定にあたって、その基本となる最小時間切削速度と最小費用切削速度を次のように考える³⁾。

(a) 最小時間切削速度：グループ G_i に属するジョブ J_{ij} の第 k 工程での加工時間 p_{ijk} は、切削速度 v_{ijk} の関数として次式で定義する。

$$p_{ijk} = t_{pijk} + \frac{\lambda_{ijk}}{v_{ijk}} + t_{cijjk} \frac{\lambda_{ijk}}{C_{ijk} \frac{1}{n_{ijk}} v_{ijk}^{\frac{1}{n_{ijk}} - 1}} \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n_i; k = 1, 2, \dots, l$$

ここで t_{pijk} : 準備時間, t_{cijjk} : 工具交換時間, n_{ijk} , C_{ijk} : 工具寿命方程式 ($v_{ijk} T_{ijk} n_{ijk} = C_{ijk}$) の定数, λ_{ijk} : 切削定数で、ここでは直径 D_{ijk} , 長さ L_{ijk} の丸棒を長手方向に旋削する場合を想定し、送り量 S_{oijk} とすると、 $\lambda_{ijk} = \pi D_{ijk} L_{ijk} / (1000 S_{oijk})$ で与えられる。

したがって、加工時間を最小にする最小時間切削速度 v_{Eijk} は、式(1)から次のように求まる。

$$v_{Eijk} = \frac{C_{ijk}}{\left[\left(\frac{1}{n_{ijk}} - 1 \right) t_{cijjk} \right] n_{ijk}}, \quad (2)$$

$$i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n_i; k = 1, 2, \dots, l$$

(b) 最小費用切削速度：グループ G_i に属するジョブ J_{ij} の第 k 工程での加工費用 c_{ijk} は、加工時間と同様、切削速度 v_{ijk} の関数として次式で定義する。

$$c_{ijk} = k_{lk} t_{pijk} + (k_{lk} + k_{mijk}) \frac{\lambda_{ijk}}{v_{ijk}} + (k_{lk} t_{cijjk} + k_{tijjk}) \frac{\lambda_{ijk}}{C_{ijk} \frac{1}{n_{ijk}} v_{ijk}^{\frac{1}{n_{ijk}} - 1}} \quad (3)$$

$$i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n_i; k = 1, 2, \dots, l$$

ここで $k_{lk} = k_{dk} + k_{ok}$: 直接労務費 + 間接費, k_{mijk} : 切削経費, k_{tijjk} : 工具費。

したがって、加工費用を最小とする最小費用切削速度 v_{Cijk} は、式(3)から次のように求まる。

$$v_{Cijk} = C_{ijk} \left[\left(\frac{1}{n_{ijk}} - 1 \right) \left(\frac{k_{lk} + k_{mijk}}{k_{lk} t_{cijjk} + k_{tijjk}} \right) \right] n_{ijk} \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n_i; k = 1, 2, \dots, l$$

なお、最小費用切削速度 v_{Cijk} と最小時間切削速度 v_{Eijk} の量的関係は現実的観点より次のように仮定する。

$$v_{Cijk} < v_{Eijk}, \quad (5)$$

$$i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n_i; k = 1, 2, \dots, l$$

* 今一定期間ごとに、その期間のはじめにスケジュールを作成するものと仮定し、現時点を第 t 期のはじめとすれば、前回スケジュールは第 $t-1$ 期に作成されたスケジュールを意味する。

2.4 総所要時間

グループ・スケジューリングにおける総所要時間とは、最初のグループのはじめのジョブの加工開始時点から、最後のグループの最終のジョブの加工完了時点までの時間長で与えられる。

今第 (i) 番目のグループの第 (j) 番目に加工されるジョブの第 k 工程における加工完了時点 $F_{(i)(j)k}$ は次のように与えられる。

$$F_{(i)(j)k} = F_{(i)k} + \sum_{u=1}^{i-1} (Z_{(u)k} + Q_{(u)k}) + S_{(i)k} + \sum_{v=1}^j (Z_{(i)(v)k} + p_{(i)(v)k}) \quad (6)$$

$$i = 1, 2, \dots, m; j = 0, 1, \dots, n_i; k = 1, 2, \dots, l$$

ここに $F_{(i)k}$ は第 k 工程における加工開始時点（すなわち前回スケジュールで第 k 工程の最後に加工されるグループの最終ジョブの加工完了時点）であり、また $Z_{(i)(j)k}$ は着手前の第 k 工程の遊休時間であって、

$$Z_{(i)(j)k} = \begin{cases} F_{(i)(j)k-1} - F_{(i)(j-1)k}, & (F_{(i)(j)k-1} \geq F_{(i)(j-1)k}) \\ 0, & (F_{(i)(j)k-1} < F_{(i)(j-1)k}) \end{cases} \quad (7)$$

さらに

$$Z_{(i)k} = \sum_{j=1}^{n_i} Z_{(i)(j)k}; Q_{(i)k} = S_{(i)k} + \sum_{j=1}^{n_i} p_{(i)(j)k}$$

である。

そこで第 (i) 番目のグループの第 (j) 番目に加工されるジョブの完了時点 $H_{(i)(j)}$ は、計算の基準点を第 k 工程におけば、

$$H_{(i)(j)} = H_{(i)(j)k} = F_{(i)(j)k} + \sum_{h=k+1}^l (w_{(i)(j)h} + p_{(i)(j)h}), \quad (8)$$

$$i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n_i$$

ここに $w_{(i)(j)k}$ は着手前のジョブの待ち時間であって、

$$w_{(i)(j)k} = \begin{cases} F_{(i)(j-1)k} - F_{(i)(j)k-1}, & (F_{(i)(j-1)k} \geq F_{(i)(j)k-1}) \\ 0, & (F_{(i)(j-1)k} < F_{(i)(j)k-1}) \end{cases} \quad (9)$$

したがって総所要時間 H は次のように求められる。

$$H = H_k = F_{(m)(n_m)k} + \sum_{h=k+1}^l (w_{(m)(n_m)h} + p_{(m)(n_m)h}) \quad (10)$$

3. 最適グループ・スケジュールと最適切削速度の決定

3.1 総所要時間最小化の最適グループ・スケジュール

総所要時間を最小とする最適グループ・スケジュールにおいては、グループ間順序とグループ内順序の如何にかかわらず、各ジョブの各工程の加工時間が最小である必要がある。

そこで、はじめに各工程での切削速度を最小時間切削速度に設定し、そのときの加工時間によって、分岐限界法に基づき、最適グループ・スケジュールを求める。

分岐限界法は基本的には、次のような2つの手順によって実行される⁴⁾。

(a) 分岐手続：ここではグループ間の分岐とジョブ間の分岐の両方を行なわなければならない。

前者の場合, m 個のグループのうち r 個のグループによって作られる部分集合をグループ・レベル r のグループ・ノード N_r とする。この N_r からの分岐は, 残りの $(m-r)$ 個のグループの 1 つを第 $(r+1)$ 番目に加工するものとしてグループ・レベル $r+1$ のグループ・ノード N_{r+1} を作る。

後者の場合, グループ・ノードが作られると, そのグループに属するジョブのうち s 個のジョブによって作られる部分集合をジョブ・レベル s のジョブ・ノード N_{rs} とする。この N_{rs} からの分岐は, 残りの $(n(r)-s)$ 個のジョブの 1 つを第 $(s+1)$ 番目に加工するものとしてジョブ・レベル $s+1$ のジョブ・ノード N_{rs+1} を作る。

(b) 限界手続: 総所要時間の下界は次のようなヒューリスティックな考え方に基づいて計算される⁵⁾。

今ある求められたグループ・スケジュールに基づいて加工を行った場合に, 第 k 工程がクリティカル・パスを形成するものと仮定し, この第 k 工程を独立した単一工程とみなす。このような工程としては l 個 (工程数) 考えられるから, l 個の各工程について総所要時間が計算される。したがって総所要時間の下界は l 個の中から, その最大値によって求めれば, その目的が達成される。

そこでジョブ・ノード N_{rs} における総所要時間 $H_k(N_{rs})$ を次のように分解する。

$$H_k(N_{rs}) = H'_k(N_{rs}) + H''_k(N_{rs}) \quad (11)$$

ここに $H'_k(N_{rs})$ と $H''_k(N_{rs})$ はすでに順序付けられたグループならびにジョブの所要時間と, まだ順序付けられていない残りのグループならびにジョブに関する所要時間の評価値であって, それぞれ次式で与えられる。

$$H'_k(N_{rs}) = F_{(r)(s)k}, \quad k=1, 2, \dots, l \quad (12)$$

$$H''_k(N_{rs}) = \sum_{j=s+1}^{nr} p_{(r)(j)k} + \sum_{i=r+1}^m Q_{ijk} + \min \left[\sum_{h=k+1}^l p_{(r)(h)k} \right] \quad (13)$$

$$k=1, 2, \dots, l$$

式 (12) は自明である。式 (13) の第 3 項 (最小化) は, まだ順序付けられていないすべてのジョブのうち, $\sum_{h=k+1}^l p_{(r)(h)k}$ が最小となるジョブを選び, そのジョブが属するグループを最後におき, かつこのジョブをそのグループ内で最後に加工することによって達成される。

結局, ジョブ・ノード N_{rs} の総所要時間の下界 $LB(N_{rs})$ は次式で求まることになる。

$$LB(N_{rs}) = \max_{1 \leq k \leq l} (H'_k(N_{rs})) = \max_{1 \leq k \leq l} (H'_k(N_{rs}) + H''_k(N_{rs})) \quad (14)$$

3.2 総所要時間最小化における最適切削速度

総所要時間最小化のもとで得られた最適グループ・スケジュールにおいて, クリティカル・パスに関与しない他の経路では, それぞれのジョブに対して余裕時間が存在する。したがって, ここではクリティカル・パスを形

成しない ijk の集合 D に対し, 総所要時間最小化を保ちつつ, 切削速度を最小時間切削速度から最小費用切削速度へと漸次減少させ, この余裕時間を消費することによって, より加工費用低減をもたらす最適切削速度を設定することを試みる。

はじめに, どの工程のどのジョブの切削速度を減少させれば最も有利であるかを判定する指標を与えるものとして, 次の関数 (効率関数) を定義する⁶⁾。

$$e_{ijk} = -\frac{dc_{ijk}}{dp_{ijk}} = -\frac{dc_{ijk}}{dv_{ijk}} \cdot \frac{dp_{ijk}}{dv_{ijk}} \\ = -\frac{-(k_{ik} + k_{mijk})C_{ijk}v_{ijk}^{\frac{1}{n_{ijk}}} + \left(\frac{1}{n_{ijk}} - 1\right)(k_{ik}l_{cijk} + k_{ijk})v_{ijk}^{\frac{1}{n_{ijk}}}}{-C_{ijk}v_{ijk}^{\frac{1}{n_{ijk}}} + \left(\frac{1}{n_{ijk}} - 1\right)l_{cijk}v_{ijk}^{\frac{1}{n_{ijk}}}} \quad ijk \in D \quad (15)$$

そこで, 最適切削速度の決定は, 関数 e_{ijk} を用いて次のように行なう。

e_{ijk} の最大値を見出し, その値から出発して順次 e_{ijk} を減少させて, そのときの e_{ijk} の値に対応する切削速度と加工時間を求め, 増加した加工時間に対して余裕時間を計算する。この手続を繰返し実行し, 最終的に各 ijk の余裕時間がなくなるか, もしくは切削速度が最小費用切削速度 (すなわち $e_{ijk}=0$) に到達したときに終了し, 各 ijk に対する最適切削速度が得られる。

3.3 アルゴリズム

総所要時間最小化を主目標に, 加工費用最小化を副次目標とした場合の最適グループ・スケジュールと最適切削速度の設定のためのアルゴリズムは次の通りである。

(段階 1) (最適グループ・スケジュールの決定)

(ステップ 1) 各グループに属するすべてのジョブ

表 1a 加工資料 (グループ段取時間情報)

グループ	工 程	段取時間
i	k	S
No.	No.	min
1	1	13.00
	2	10.00
	3	12.00
	4	11.00
	1	14.00
2	2	9.00
	3	12.00
	4	11.00
	1	10.00
	2	9.00
3	3	10.00
	4	14.00
	1	9.00
	2	13.00
	3	10.00
4	4	12.00

表1b 加工資料(機械加工情報)

グループ	ジョブ	加工パラメーター					工具パラメーター		時間パラメーター		費用パラメーター				
		工程	切込量*	送り量	切削径	切削長	1分寿命 切削速度	寿命勾 配定数	準備時間	1回交換 時間	直接 労務費	間接費	切削経費	工具費	
i	j	k	d _o	s _o	D	L	C	n	t _p	t _c	kd	k _o	k _m	k _t	
Na	Na	Na	mm	mm/rev	mm	mm	mm/min		min/pc	min/edge	Y/min	Y/min	Y/min	Y/edge	
1	1	1	1.00	0.20	300	600	350	0.25	2.50	2.00	10	25	10	800	
		2	1.50	0.10	150	400	200	0.20	3.00	3.50	15	30	25	1500	
		3	1.50	0.10	320	500	400	0.33	3.00	3.00	10	25	15	1200	
		4	0.50	0.08	210	320	250	0.25	4.00	2.50	15	20	20	1600	
	2	1	1.50	0.25	350	500	340	0.20	2.50	2.50	10	25	15	900	
		2	2.00	0.15	200	350	250	0.25	3.00	3.00	15	30	30	1200	
		3	1.50	0.15	250	450	300	0.33	5.00	1.50	10	25	15	1000	
		4	0.50	0.10	180	300	350	0.20	4.00	3.50	15	20	20	950	
	1	1	2.00	0.10	320	500	350	0.25	3.00	4.00	10	25	20	950	
		2	1.50	0.15	200	500	200	0.20	2.50	4.50	15	30	25	1200	
		3	1.00	0.10	300	400	320	0.33	3.50	3.50	10	25	10	1300	
		4	0.05	0.20	150	620	250	0.22	4.00	2.00	15	20	15	1150	
2	2	1	2.50	0.15	450	820	400	0.20	3.00	5.00	10	25	40	1150	
		2	1.50	0.10	250	600	300	0.25	3.50	3.50	15	30	35	1250	
		3	1.00	0.15	140	450	250	0.33	4.00	2.00	10	25	30	900	
		4	0.50	0.10	180	640	350	0.20	5.00	4.00	15	20	25	1400	
	3	1	2.00	0.20	520	730	400	0.20	4.00	4.00	10	25	25	900	
		2	1.50	0.10	250	450	380	0.33	3.00	4.50	15	30	30	1250	
		3	1.00	0.10	400	500	330	0.25	3.50	3.00	10	25	20	1400	
		4	0.50	0.15	280	530	280	0.23	4.50	3.50	15	20	35	1150	
	1	1	1.50	0.15	300	350	300	0.20	4.00	5.00	10	25	15	900	
		2	1.50	0.10	270	500	250	0.33	3.50	2.00	15	30	20	1400	
		3	1.00	0.10	200	450	340	0.25	2.50	5.50	10	25	10	1350	
		4	0.50	0.12	320	520	270	0.23	2.00	3.00	15	20	25	1500	
3	2	1	2.00	0.20	400	450	350	0.20	3.50	5.00	10	25	20	1200	
		2	1.00	0.10	150	550	200	0.25	4.00	3.00	15	30	25	1350	
		3	1.00	0.20	180	500	200	0.20	2.00	3.00	10	25	25	1450	
		4	0.50	0.15	200	450	250	0.22	3.00	4.00	15	20	10	900	
	1	1	2.50	0.25	350	650	400	0.25	4.00	3.50	10	25	12	650	
		2	2.00	0.15	200	320	250	0.20	3.00	4.00	15	30	30	1350	
		3	1.50	0.10	200	340	500	0.33	3.50	2.00	10	25	20	1250	
		4	1.50	0.12	170	280	320	0.20	2.50	3.00	15	20	25	1400	
	2	1	1.50	0.25	360	700	500	0.25	5.00	2.50	10	25	15	750	
		2	1.00	0.10	200	420	400	0.20	4.50	4.00	15	30	25	1250	
		3	1.50	0.15	280	320	350	0.25	3.00	3.00	10	25	30	1050	
		4	1.00	0.20	150	600	280	0.33	5.00	2.00	15	20	40	1300	
4	3	1	2.00	0.20	380	700	300	0.20	5.00	2.50	10	25	15	750	
		2	1.50	0.10	250	520	340	0.25	3.50	3.00	15	30	32	950	
		3	1.50	0.10	350	540	250	0.33	4.50	4.00	10	25	20	1200	
		4	0.50	0.12	430	200	400	0.20	3.00	3.50	15	20	35	1000	

*このデータは計算には用いない。

に対し、最小時間切削速度 v_{Eijk} を計算し、そのときの加工時間 p_{Eijk} を求める。

(ステップ2) 最高グループ・レベル(グループ数)を m とし、当該グループの最高ジョブ・レベル(ジョブ数)を n とする。上界 $H^* = \infty$ とおく。

(ステップ3) グループ・レベル $r = 1$ 、ジョブ・レベル $s = 1$ とおく。

(ステップ4) グループを分岐し、グループ・ノード N_r を作る。

(ステップ5) グループ・レベル r のすべてのグループ・ノード N_r について、ジョブを分岐し、ジョブ・ノード N_{rs} を作る。

(ステップ6) 下界 $LB(N_{rs})$ を計算する。このとき

$LB(N_{rs}) > H^*$ ならば、このジョブ・ノードを削除する。

(ステップ7) $LB = \min_{N_{rs}} LB(N_{rs})$ なるジョブ・ノードを決める。

(ステップ8) $s < n$ ならば $s = s + 1$ とし、ステップ9へ、 $s \geq n$ ならばステップ10へゆく。

(ステップ9) ジョブ・ノード N_{rs} を分岐し、ステップ6へ戻る。

(ステップ10) $r < m$ ならば $r = r + 1$ とし、ステップ4へ戻り、 $r \geq m$ ならばステップ11へゆく。

(ステップ11) $H^* > LB$ ならば $H^* = LB$ とおきステップ12へ、 $H^* \leq LB$ ならばそのままステップ12へゆく。

(ステップ12) H^* がまだ探索されていないジョブ・ノードの下界より小さければこれが最適解である。そう

図1 総所要時間最小化基準による最適グループ・スケジュール

でなければステップ7へ戻る。

〔段階2〕（最適切削速度の決定）

（ステップ1）クリティカル・パスを除く ijk の集合 D に対し, $v_{ijk} = v_{Eijk} - \Delta v$ とおき, e_{ijk} を計算する。

（ステップ2） $e = \max_{ijk \in D} e_{ijk}$ とおき, このときの ijk の集合を U とし, $e = e - \Delta e$ とする。

（ステップ3） $e \leq e_{ijk}$ なるすべての ijk を見出し, $U = U + \{ijk\}$ とおき, ステップ4へゆく。もしそのような ijk がないならばそのままステップ4へゆく。

（ステップ4） U に含まれるすべての ijk について次の手順をふむ。

(i) $e_{ijk} = e$ とおき, このときの切削速度 $\hat{v}_{ijk}$, 加工時間 $\hat{p}_{ijk}$ を計算する。

(ii) 最早加工開始時点 ES_{ijk} 最遅加工完了時点 LF_{ijk} を求め, 余裕時間（全余裕） $TF_{ijk} = LF_{ijk} - ES_{ijk} - \hat{p}_{ijk}$ を計算する。

(iii) もし1つでも $TF_{ijk} < 0$ なるものがあれば, $e = e + \Delta e'$ (例えば $\Delta e' = \frac{1}{2} \Delta e$) としてステップ3へ戻る。すべてについて $TF_{ijk} \geq 0$ ならば, $TF_{ijk} = 0$ なる ijk については最適解: $v_{ijk}^* = \hat{v}_{ijk}$ ($p_{ijk}^* = \hat{p}_{ijk}$) であり, $U = U - \{ijk\}$, $D = D - \{ijk\}$ とおく。

(iv) $D \neq \phi$ ならばステップ5へゆく。 $D = \phi$ ならば終了。

（ステップ5） $e \neq 0$ ならば $e = e - \Delta e$ としてステップ3へ戻る。 $e = 0$ ならば U に含まれる ijk の最適解: $v_{ijk}^* = v_{Cijk}$ ($p_{ijk}^* = p_{Cijk}$) を得る。終了。

4. 数 値 例

前節で展開したアルゴリズムに従って, 表1 a, b に示す加工資料（仮想的）に基づき, 数値計算を行った結果は次のとおりである。

まず, 総所要時間最小化の最適グループ・スケジュールは図1に示すように, $G_1(J_{12}-J_{11})-G_4(J_{43}-J_{42})$

表2 最小総所要時間制約付最小費用基準における最適の切削速度, 加工時間および加工費用

最小総所要時間制約付最小費用基準					
グループ	ジョブ	工 程	切削速度	加工時間	加工費用
i	j	k	v^*	p^*	c^*
Na	Na	Na	m/min	min/pc	¥/pc
1	1	1	224	19.36	2490
		2	92	24.97	2268
		3	164	39.81	4323
		4	81	37.58	2538
	2	1	215	15.31	1612
		2	116	17.41	1861
		3	133	24.97	2646
		4	146	16.10	936
	3	1	156	40.25	3273
		2	102	26.18	2555
		3	131	39.03	4142
		4	162	15.53	2137
	4	1	194	48.19	4508
		2	145	42.19	5259
		3	105	18.36	1838
		4	201	27.50	2988
2	1	1	201	37.48	2908
		2	158	32.42	4085
		3	191	47.47	7451
		4	159	29.89	3649
	2	1	136	21.73	1280
		2	114	47.50	7739
		3	167	24.84	2409
		4	112	43.38	3768
	3	1	166	22.56	1623
		2	97	35.15	4240
		3	122	16.52	2273
		4	111	21.61	1312
	4	1	190	21.72	1440
		2	129	14.90	1499
		3	314	13.63	2701
		4	127	12.61	822
3	1	1	242	19.88	1430
		2	208	19.13	1775
		3	202	15.38	1900
		4	85	22.57	2037
	2	1	189	32.59	3127
		2	196	31.24	4238
		3	125	75.26	10587
		4	174	16.68	1237

図2 最総所要時間制約付最小費用基準による最適グループ・スケジュール

$-G_3(J_{31}-J_{32})-G_2(J_{23}-J_{22}-J_{21})$ で与えられる*。クリティカル・パスを構成するグループ、ジョブならびに工程、 (ijk) 、は $(121)-(111)-(431)-(432)-(433)-(413)-(423)-(313)-(323)-(233)-(234)-(224)-(214)**$ であるから、これ以外の ijk について、最小総所要時間を保ちながら余裕時間を利用して、最小時間切削速度から最小費用切削速度へ可能な限り減少させて求められる最適の切削速度、加工時間ならびに加工費用を表2に、最適グループ・スケジュールを図2に示す。

なお、この例題における計算時間は、打出し時間を含めて約4分〔段階1：2.5分；段階2：1.5分〕（使用計算機：NEAC2200モデル500-NEAC3200モデル30TSS）、使用記憶容量24K語であった。

5. 結 言

本研究によって次のことが明らかにされた。

* この例題では、同一の最小総所要時間を与える最適グループ・スケジュールとして次のものも得られる：

$$\bullet G_1(J_{12}-J_{11})-G_4(J_{13}-J_{11}-J_{42})-G_3(J_{32}-J_{31})-G_2(J_{23}-J_{22}-J_{21})$$

$$\bullet G_1(J_{12}-J_{11})-G_4(J_{13}-J_{12}-J_{41})-G_3(J_{31}-J_{32})-G_2(J_{23}-J_{22}-J_{21})$$

$$\bullet G_1(J_{12}-J_{11})-G_4(J_{13}-J_{42}-J_{41})-G_3(J_{32}-J_{31})-G_2(J_{23}-J_{22}-J_{21})$$

これらの4つの最適グループ・スケジュールにおいて、余裕時間を費消して得られる最適切削速度はすべて同じである。

** ただし段取工程は省いてある。

(1) グループ・テクノロジーの思想に基づき、多段階機械加工システムにおいて、多品種製品をグループで生産する場合のグループ・スケジューリング・モデルを構築した。

(2) 総所要時間最小化を主目標にし、加工費用最小化を副次目標として、最適グループ・スケジュール（グループとジョブの最適加工順序）と最適切削速度を決定するために、2段階レベルのアルゴリズムを示した。

(3) グループ生産の簡単な数値例を設定し、数値計算を実行することによって、アルゴリズムの適用可能性を示した。（原稿受付：昭和51年2月7日）

文 献

- 1) 人見勝人：生産システム工学，共立出版，(1975) 50.
- 2) 吉田照彦，中村信人，人見勝人：生産のスケジューリングに関する研究（単一工程におけるグループ・スケジューリングの最適化解析），日本機械学会論文集，**39**，322 (1973) 1993.
- 3) K. Hitomi: Optimization of Multistage Machining System — Analysis of optimal machining conditions for the flow-type machining system, Trans. ASME. Ser. B, 93, 2 (1971) 598.
- 4) 鍋島一郎：スケジューリング理論，森北出版，(1974) 99
- 5) Z. A. Lomnicki: A Branch-and-Bound Algorithms for the Three Machine Scheduling Problem, Opnl. Res. Quart., **16**, 1 (1965) 89.
- 6) 人見勝人：生産の計画理論，有斐閣，(1975) 116.