バッファ設置効果の解析*

—生産ラインにおけるバッファの研究(第2報)—

岡村 健二郎** 山 品 元**

Analysis of the Buffer Installation Effects

—Study on Buffer Storage in Production Line Systems (2nd Report)—

Kenjiro OKAMURA, Hajime YAMASHINA

Based on the analysis developed in "Study on Buffer Storage in Production Line Systems (1st Report)" this report will address itself to mainly the following problems about two-stage lines: (1) Should buffer stocks be used? (2) What are the effects of given buffer capacity on the line efficiency and the number of mean buffer stocks? (3) What are the effects of variation of breakdown rates and that of repair rates? To answer these questions investigation on the line efficiency and the mean buffer stocks for various system parameters of two-stage lines has been carried out. It is to be shown that there are three kinds of line efficiency curves and three kinds of mean buffer stock curves, and that installing buffer storage is most effective when the breakdown rates are high and the mean repair time is short, and that the difference of breakdown rates reduces the effects of installing a buffer and that of repair rates does not and therefore the stages should be designed to have approximately the same breakdown rates.

1. 緒 言

生産ラインは普通いくつかのステージとバッファから成っている。このような生産ラインにおけるバッファ設置の効果は、基本的には、一つのバッファによって分離された二つのグループのステーションから成る2ステージラインを考察することによってとらえることができる。本報の目的は、生産ラインにおけるバッファの研究(第1報)¹⁾で展開した理論モデルをもととして、2ステージラインについて具体的に数値計算を行い、バッファ容量と稼働率との関係、バッファ容量とバッファ内仕掛け品数との関係、バッファ設置の効果、両ステージが異なった故障特性、あるいは回復特性をもつ場合のバッファ容量の稼働率に対する影響などについて調べることによって、バッファ設置についての最も基本的で一般的認識をうることにある。

2. バッファなしの場合の稼働率

2.1 両ステージの故障率、回復率が同じ場合 ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu$)

バッファなしの場合の稼働率 E を第1報¹⁾の式(10)によって算出する。図1は λ をパラメタとして E と μ との関係性を求めたものである。図で一点鎖線は故障率と回

復率の比 $\rho = \lambda/\mu$ 一定の曲線である。シングルステージの場合、 E は第1報¹⁾の式(5)が示すように ρ の値のみによって決まる。また、Buzacott^{2)***}によれば、2ステージライン・バッファなしの場合の E は同じく ρ の値のみによって決まるとしている。図に見るように著者の理論式の計算結果によれば、 E は ρ の値が同じでも μ が高くなるにつれてかなり低減する傾向にあり、 λ が

図1 2ステージバッファなしの場合の稼働率 E と回復率 μ の関係

*** Buzacott は、単位時間内に両ステージが故障することはないと仮定して、故障したときのワークの取扱いについては不明にしたままで、理論式 $E = 1/(1 + \rho_1 + \rho_2)$ を導いている。

* 原稿受付 昭和50年3月31日。昭和48年度精機学会秋季大会学術講演会(昭和48年10月9日)にて発表。

** 正会員 京都大学工学部(京都市左京区吉田本町)

表1 バッファなしの場合の稼働率

$\rho = \lambda/\mu$	シングル ステージ (%)	2 ステージライン	
		Buzacottの 理論式による 計算結果 (%)	著者らの理 論式による 計算結果 (%)
1/1 000	99.9	99.8	99 以上
1/100	99.0	98.0	97
1/50	98.0	96.2	約 95
1/20	95.2	91.0	約 90
1/10	91.9	83.3	80 以上
1/5	83.3	71.4	約 70
1/2	66.7	50.0	約 50
1/0	50.0	33.3	30 以上

高くなってくるとその傾向は顕著になる。

λ が 1/50 以上となる場合を除いては、2 ステージライン・バッファなし、両ステージの故障率、回復率が等しい場合の E は ρ の値で大略とらえることができる。表1 に連の ρ の値に対するこの領域での E を示す。表では、比較のため、シングルステージの場合の E と Buzacott の理論式による計算結果をあわせて示す。 ρ の値が大きくなるにつれてシングルステージの場合の E と大きく離れてくる。Buzacott の理論式は少し高い目の近似を与える。

2.2 故障率、回復率が異なる場合

計算結果より結論のみを傾向的にとらえて表現すれば次のごとくである。

二つのステージの故障率（回復率）が異なる場合の E は、故障率（回復率）の差が大きい場合、両ステージが高い方の故障率（回復率）をもつ場合と低い方の故障率（回復率）をもつ場合との中間的な値をとる。故障率（回復率）の差が大きい場合、故障率の高い（回復率の低い）方の影響をより強くうける。また、特性の異なるステージの配置替えは E にはほとんど影響を与えない。

なお、Buzacott の理論式はこの場合も故障率の 高いところをのぞけばよい近似を与えることを確認した。

3. バッファを設置した場合の稼働率と バッファ内仕掛け品数

バッファの効果を具体的にみるために、バッファ容量 N を独立変数として稼働率曲線、バッファ内仕掛け品数曲線を求める。まず、両ステージの故障率 λ_1, λ_2 、回復率 μ_1, μ_2 が同じ場合について考察する。

バッファを設置した場合の稼働率 E と バッファ 内仕

表2 ρ の値を組織的に変化させて稼働率曲線、バッファ内仕掛け品数曲線を求めるためのシステム条件

番号	$\rho = \lambda/\mu$	λ	μ
(1)	1/1 000	1/10 000	1/10
(2)-1	1/100	1/10 000	1/100
-2		1/1 000	1/10
-3		1/200	1/2
(3)-1	1/10	1/1 000	1/100
-2		1/200	1/20
-3		1/50	1/5
-4		7/100	7/10
(4)-1	1/5	1/1 000	1/200
-2		1/200	1/40
-3		1/100	1/20
-4		1/50	1/10
-5		1/20	1/4
(5)-1	1.0	1/1 000	1/1 000
-2		1/100	1/100
-3		1/20	1/20
-4		1/10	1/10

図2 ρ の値を組織的に変化させた場合の稼働率曲線とバッファ内仕掛け品数曲線

掛け品数 M は第1報¹⁾の式 (13), (14) によって算出できる。シングルステージ、あるいは、2 ステージライン・バッファなし、両ステージの故障、回復特性が等しい場合の E は、大略 ρ の値でとらえることができたことから (13), (14) の数値計算にあたっては、 ρ の値を組織的に変化させ、 λ, μ の値としては実際におこりうる値よりもっと広い範囲にまでわたって想定し、これらの値を種々組合せ、バッファ容量 $N=35$ までの稼働率曲線ならびにバッファ内仕掛け品数曲線を求めた。表2 は設定したシステム条件の一例を示し、これに対応する結果を図2 に示す。図で実線は稼働率曲線を、一点鎖線はバッファ内仕掛け品数曲線を表す。

3.1 稼働率曲線の挙動と分類

図から、 ρ の値が同じでも、 λ, μ の個々の値によってバッファ設置による稼働率改善効果が著しく異なることが指摘でき、 ρ の値によって稼働率曲線の挙動を知ることが困難である。むしろ傾向的には ρ の値が異なったものの中に、同じような挙動を示すものがある。このことから、本節では稼働率曲線をバッファ設置による稼働率改善のされ方によって分類し、次章で何がこの稼働率曲線の類型化に最も関与するかを探索する。

稼働率曲線は、稼働率改善のされ方という観点からみ

図3 稼働率曲線, バッファ内仕掛け品数曲線の分類

ると, 3種類の形態に大別できる。図3の上三つはこれらの型を特徴的に示したものである。

E-1は比較的ゆるやかな傾きをもった線形から緩慢な凹形に移って次第にある値に漸近してゆく稼働率曲線の特徴的に描いたもので, たとえば, 図2における(1), (2)-1, -2, (4)-1, (5)-1などがこれにあたる。E-2は, 二次曲線の増加傾向としてとらえられる稼働率曲線を描いたもので, 図2における(4)-3, -4, (5)-3などがこれにあたる。E-3は, 少数のバッファ設置によって急激な稼働率上昇をもたらすが, N が一定量をこえると N の増加がほとんど効果を示さない場合の稼働率曲線の特徴的に描いており, 図2における(3)-4などがこれにあたる。

3.2 バッファ内仕掛け品数曲線の挙動と分類

バッファ内仕掛け品数曲線も3種類の形態に大別できる。図3の下三つはこれらの型を特徴的に示したものである。

M-1は, バッファ内仕掛け品数の増加が N の増加に対して, ほぼ線形を呈するバッファ内仕掛け品数曲線の特徴的に描いたもので, たとえば図2における[2]-1, [3]-1, [4]-1などがこれにあたる。M-2は, バッファ内仕掛け品数の増加が N の増加に伴ってほぼ線形から次第にそれる曲線の特徴的に描いたもので, 例えば図2における[3]-2, [4]-2, -3, [5]-2などがこれにあたる。M-3は, バッファ内仕掛け品数の増加率が N の増加に伴って減少する曲線の特徴的に描いたもので, たとえば図2における[4]-5, [2]-3, [3]-4などがこれにあたる。

4. 稼働率曲線の検討

4.1 稼働率曲線とバッファ内仕掛け品数曲線との関係

バッファ内ワーク数の挙動が稼働率に影響を与えるのは, バッファが空となって第2ステージがアイドル状態になる場合と, バッファが一杯となって第1ステージがブロック状態になる場合である。

一方, 算出されるバッファ内仕掛け品数とバッファ内ワークとの関係には次の二つの場合がある。

- (i) バッファ内仕掛け品数が実際にバッファ内ワーク数の値をとる頻度が高い場合。
- (ii) ブロックやアイドル状態の生じる頻度が高くバッファ内ワーク数の変動のはげしい中でバッファ内仕掛け品数が0と N との中間値として算出される場合。

そこで, バッファ内ワーク数の挙動をB曲線 (N を独立変数としてステージ1がブロックされる確率を百分率で示した曲線) とI曲線 (ステージ2がアイドルになる確率を百分率で示した曲線) でとらえ, これらを橋渡しとして稼働率曲線とバッファ内仕掛け品数曲線との関係を考察する。

図4は ρ 一定として, E-1, E-2, E-3の稼働率曲線をそれぞれ特徴的に示すようなシステム条件を選んで稼働率曲線, バッファ内仕掛け品数曲線, B曲線, I曲線を描いた一例である。

E-1では N が増加しても, ブロックとアイドル状態の減少が緩慢である。B, I曲線が近接しており, バッファ内ワーク数が N に近い場合と0に近い場合の頻度がほぼ等しいことから, バッファ内仕掛け品数は(ii)の場合が支配的となって算出されていることがわかる。そのため, N の増加につれてバッファ内仕掛け品数曲線は線形性をたもつ。すなわち, バッファ内仕掛け品数曲線はM-1を示す。

E-3では, N の増大の初期においてI, B曲線の減少傾向が大きい。特にB曲線の減少が顕著である。このことはバッファ内仕掛け品数が N の比較的小さい場合からすでに(i)の場合が支配的となって算出されることを示す。したがって, バッファ内仕掛け品数曲線はM-3を示すことになる。

E-2では, N の増加に伴い, ブロックとアイドル状態はかなり減少する。このことは, バッファ内仕掛け品数が N の増加に伴って, (ii)の場合が支配的となって算出される状態から(i)の場合が支配的となって算出されるように変化していくことを示している。そのため, N の増加に伴って, バッファ内仕掛け品数曲線はほぼ線形から次第にそれるM-2を示す。

ここでは, 稼働率曲線, バッファ内仕掛け品数曲線の3種の形態が明りょうに対応する場合を例にとって示し

図4 稼働率曲線、B曲線、I曲線とバッファ内仕掛け品数曲線との関係

図5 システムパラメタと稼働率曲線の類型化

たが、 λ 、 μ の値を種々組合せ、数値計算した結果によるとこれらの対応は一般的に成立するものといえる。

4.2 システムパラメタ (λ , μ) と稼働率曲線の形態

稼働率曲線がどのようなシステムパラメタのときに、3形態のうちのいずれになるかをみるために、システムパラメタ λ 、 μ と稼働率曲線の形態との関係をも (λ , μ) 平面上で論じる。

図5は、 λ 、 μ の値を組織的に変化させ、各 (λ , μ) が与える稼働率曲線を3形態に分類してプロットした結果である。図より明らかなごとく、E曲線の3形態は (λ , μ) 平面上で三つの領域に区分できる。

E-1は λ と μ の積 $\lambda\mu$ が大体 10^{-4} 以下の非常に小さいところでのみ生じるといえる。E-3は $\lambda\mu$ が 10^{-4} 以上で μ が $1/10$ 以上のところで生じる。E-2は両者の中間に生じ、 ρ の値でみた場合 $1/100$ 以上のところで生じる。

5. バッファ設置の効果

本章では3形態の稼働率曲線の分類に関連してバッファ設置の効果を考察し、バッファ設置が有効であるシステム条件を探索する。

まず最初に3形態の稼働率曲線のそれぞれに対してバッファ設置の効果を傾向的にとらえる。

E-1の稼働率曲線を示すラインにおいてバッファ設置が有効であるかどうかはほぼ線形とみなされる稼働率曲線の傾きによる。この傾きが非常に小さい場合〔例えば図2の(5)-1など〕バッファ設置効果は非常に少なく、バッファ設置によってある程度の稼働率の改善をはかろうとするならば膨大なバッファ容量を必要とする。傾きがかなりある場合〔例え

ば(5)-2など〕バッファを設置することによってかなり稼働率を改善することができる。

E-2の稼働率曲線を示すラインにおいてバッファ設置が有効であるかどうかは二次曲線の増加傾向を示す曲線の形による。この凹型が大きなカーブを描く場合〔例えば(5)-3など〕バッファを設置することは有効であり、いかにどのバッファ容量を設置すべきかが問題となる。凹型がなだらかな曲線を描いて飽和する場合〔例えば(2)-2など〕、バッファ設置の効果は比較的うすいといえる。

E-3の稼働率曲線を示すラインにおいては、ある少数のバッファ容量の設置によって稼働率は急激に上昇することから、この上昇量が大きな部分〔例えば(2)-1など〕でのバッファ設置は非常に有効である。上昇量がごくわずかな場合〔例えば(2)-3など〕バッファ設置効果はよくない。この場合、E-1の傾きが非常に小さい場合と判別がつきにくくなる。

次に上記の問題をより明確に定量的にとらえるためにある一定のバッファ容量 N における

$$\bullet \text{稼働率上昇量 } \Delta E(N): E(N) - E(0) \quad (\%)$$

$$\bullet \text{稼働率改善度}$$

$$G(N): (E(N) - E(0)) / (E_{ind} - E(0)) \times 100 \quad (\%)$$

$$\bullet \text{稼働率改善効果度}$$

図6 $\Delta E(30)$, $G(30)$, $F(30)$ と μ との関係

$$F(N): (E(N) - E(0)) / E(0) \times 100 \quad (\%)$$

[$E(\quad)$ 内はバッファ容量を示し, E_{ind} は2ステージが独立な場合の個々のステージの低い方の稼働率を示す] の三つの値を定義し, 稼働率曲線のそれぞれでどの程度の値が期待されるかを調べる。

図6は一例として λ をパラメータとして $N=30$ の場合の $\Delta E(30)$, $G(30)$, $F(30)$ と μ との関係における3形態の特徴をとらえたものである。

稼働率上昇量 $\Delta E(30)$ を示す曲線から, 稼働率曲線 $E-1$ における傾き, $E-2$ におけるカーブの大きさ, $E-3$ における急激な稼働率上昇を推測することができる。

$E-1$ グループでは $\Delta E(30)$ が最も大きくなるのは $\lambda=1/200$, $\mu=1/40$ あたりのときで 3.3% 程度の改善になっており, バッファ容量1個あたりにすれば 0.1% 程度の改善になる。 λ の値がこれより低くなるにつれて傾きは低くなり, $\lambda=1/10000$ あたりでは 0.01(%/個) 程度になり, μ によってはほとんど変化しない。

$E-2$ グループでは $\lambda=1/20$, $\mu=1/20$ あたりで最も大きな改善が見られ, バッファ容量30個の設置で 7% 以上もの稼働率上昇が望める。 λ の値がこれより低くなるにつれて ΔE 曲線は次第になだらかになり, $\lambda=1/1000$, $\mu=1/10$ が下限となり, 0.02(%/個) 程度になる。

$E-3$ グループでは, λ, μ が高い場合非常に大きな稼働率上昇を望むことができ, $\lambda=1/20$, $\mu=1/10$ あたりで 10% 程度にもなる。この急激な稼働率上昇をもたらす少数のバッファ容量がどれくらいになるかが問題となる。

$E-3$ を示す λ, μ の値を組織的に組合わせて, このバッファ容量を求めると大略次のようである。

$\lambda: 1/1000 \sim 1/100$ 平均回復時間の値の 5 ~ 8 倍程度
[例えば図2の(2)-3など]

$\lambda: 1/100$ より大 平均回復時間の値の 8 ~ 10 倍程度
[例えば図2の(3)-3, -4など]

稼働率改善度 $G(N)$ は, ステージを結合したために低下した稼働率が N 個のバッファ容量の設置によりどれくらい回復されるかを示す。少量の N で大きい $G(N)$ がえられる場合バッファ設置はよいと考えられる。

$G(30)$ は μ の増加につれて次第に大きくなり, $\mu=1/10$ 以上で最大値を示す。 μ が $1/50$ 以下のところでは, $G(30)$ は λ の値の影響を比較的うけず, $E-1$, $E-2$ グループでの区別はほとんどない。 μ が $1/50$ 以上のところでは λ の影響があらわれるが, バッファ容量30個の設置で無限大のバッファ容量によって達成できる稼働率上昇のうちのかなりの部分が改善でき, 高いものでは 50% 程度にもなる。このことから μ が $1/50$ 以上の非常に高い場合, 少数のバッファ容量の設置が稼働率の改善にとって極めて有効な手段であるということが出来る。

稼働率改善効果度 $F(n)$ は, バッファなしの場合の稼働率に比べてバッファを設置した場合に稼働率が相対的にどの程度改善されるかを示す。これは ρ が高いほど, また λ が高いほどよい。

6. 両ステージの故障特性あるいは回復特性が大きく異なる場合の影響

図5において各タイプの稼働率曲線を特徴的に生み出す領域で, 同じタイプを与える λ, μ の組合せ, 異なったタイプを与える λ, μ の組合せというように, システムパラメータを選択して, 式(13), (14)の数値計算を行い, $N=35$ までの稼働率曲線, バッファ内仕掛け品数曲線を求めた。表3は設定したシステム条件の一例を示し, これに対応する結果を図7に示す。表3, 図7で番号(1), (2), (3), (4); (5), (6), (7), (8)は両ステージの故障率, 回復率が等しい場合の例で, 両ステージの故障率あるいは回復率が異なる場合(1, 2), ……と, の比較のために示した。

6.1 故障特性が異なる場合

両ステージの故障率が異なる場合の稼働率は, 故障率の差が大きくなり, ρ_1, ρ_2 の値があまり高くない場合

表3 両ステージが異なった故障率あるいは回復率を持つ場合の影響をみるためのシステム条件

ρ	(a) 回復率 μ 一定			(b) 故障率 λ 一定		
$\rho_1 - \rho_2$	番号	$\lambda_1 - \lambda_2$	$\mu_1 = \mu_2 = \mu$	番号	$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$	$\mu_1 - \mu_2$
1/20 - 1/20	(1)	1/400 - 1/400	1/20	(5)	1/200	1/10 - 1/10
1/10 - 1/10	(2)	1/200 - 1/200		(6)		1/20 - 1/20
1/5 - 1/5	(3)	1/100 - 1/100		(7)		1/40 - 1/40
1.0 - 1.0	(4)	1/20 - 1/20		(8)		1/200 - 1/200
1/20 - 1/10	(1, 2)	1/400 - 1/200		(5, 6)		1/10 - 1/20
1/10 - 1/20	(2, 1)	1/200 - 1/400		(6, 5)		1/20 - 1/10
1/10 - 1/5	(2, 3)	1/200 - 1/100		(6, 7)		1/20 - 1/40
1/5 - 1/10	(3, 2)	1/100 - 1/200		(7, 6)		1/40 - 1/20
1/10 - 1.0	(2, 4)	1/200 - 1/20	1/20	(6, 8)	1/200	1/20 - 1/200
1.0 - 1/10	(4, 2)	1/20 - 1/200		(8, 6)		1/200 - 1/20

〔例えば (1, 2), (2, 1)〕両ステージが高い方の故障率をもつ場合と低い方の故障率をもつ場合との中間をとる。 ρ_1, ρ_2 の値が非常に高い場合〔例えば (2, 3), (3, 2)〕, あるいは故障率の差が大きい場合〔例えば (2, 4), (4, 2)〕, バッファ設置効果は減少し, 稼働率は故障率の高い方の影響をより強くうける。

バッファ内仕掛け品数曲線は λ_1 が λ_2 より小さい場合, ほぼ線形を呈し, $M-1$ と類似の形を示す。ただし, その傾きは両ステージの故障率が等しい場合に比べて急である。一方, λ_1 が λ_2 より大きい場合 $M-3$ を示す。

6.2 回復特性が異なる場合

両ステージの回復率が異なる場合の稼働率は, 回復率の差が大きい場合, 両ステージが高い方の回復率をもつ場合と低い方の回復率をもつ場合との中間をとる。

そして, それらの回復率の差が大きくなるにつれて稼働率は回復率の低い方の影響をより強くうけるようになる。しかしながら, 故障率が異なった場合のようにバッファ設置の効果を低下させるような現象はみられない。このことから, バッファ設置の観点からは故障率の差の方が回復率の差よりもより強く稼働率に影響を与えるといえることができる。

6.3 異なった特性をもつステージの配列

図7で見られるように, 異なった特性をもつ2ステージラインは, その前後をいれかえても稼働率にはほとんど影響を与えない。両ステージの稼働率に大きな差がある場合, ステージ1の方に稼働率の高い方を設置した方がわずかながらよいといえる。

7. 結 言

2ステージラインのバッファ設置効果の解析から次の結果を得た。

- (1) バッファを設置しない場合の稼働率は故障率の高いところをのぞけば大略 ρ の値でとらえることができる。
- (2) 稼働率曲線は, 稼働率改善のされ方という観点から

図7 両ステージが異なった故障率あるいは回復率をもつ場合の影響

らみると, 3種類, すなわち, 比較的ゆるやかな傾きをもったほぼ線形を呈する稼働率曲線 ($E-1$), 二次曲線の増加傾向としてとらえられる曲線 ($E-2$), 少数のバッファ設置によって急激な稼働率上昇をもたすが, 一定量をこえるとバッファ容量の増加がほとんど効果を示さない場合の曲線 ($E-3$), に大別できる。両ステージの故障, 回復特性が等しい場合, $E-1$ は $\lambda\mu$ が大体 10^{-4} 以下の場合に, $E-3$ は $\lambda\mu$ が 10^{-4} 以上で μ が $1/10$ 以上の場合に, $E-2$ は両者の中間の場合に生じる。

- (3) バッファ内仕掛け品数曲線も3種類に, すなわち, バッファ内仕掛け品数の増加がほぼ線形を呈するバッファ内仕掛け品数曲線 ($M-1$), バッファ内仕掛け品数の増加がバッファ容量の増加に伴ってほぼ線形から次第にそれる曲線 ($M-2$), バッファ内仕掛け品数の増加率がバッファ容量の増加に伴って減少する曲線 ($M-3$) に大別できる。
- (4) バッファ設置効果は, 故障率が高く, 平均回復時間が短い場合に特に有効である。
- (5) 故障率の差はバッファ設置効果を減少させる作用をもつが, 回復率の差にはそのようなことは認められない。したがって, バッファ設置の観点からは故障率はなるべく等しくなるように設計されることが望ましい。

参 考 文 献

- 1) 岡村健二郎, 山品 元: バッファ容量の効果について——生産ラインにおけるバッファの研究(第1報), 精密機械, 39, 6 (1973) 584.
- 2) J. A. Buzacott: Automatic Transfer Lines with Buffer Stocks, Int. J. Prod. Research, 5, 3, (1967) 183.