研究

びびり振動抑制効果に影響を及ぼす因子の解析*

—主軸回転速度変動によるびびり振動の防止(第2報)—

竹 村 正** 北 村 隆*** 浅 田 博 司***

Analysis of Parameters Affecting Chatter Suppression

—Active Suppression of Chatter by Programed Variation of Spindle Speed (2nd Report)—

Tadashi TAKEMURA, Takashi KITAMURA, Hiroshi ASADA

By a programed variation of the spindle speed of machine tools, it is possible to control the onset of regenerative-type self-excited chatter, which restricts the maximum depth of cut allowable in rough cutting operations. This paper shows that the vibration amplitude under a continually varying spindle speed can be obtained theoretically from the numerical solution of a differential equation involving a time delay term. According to this differential equation, the fundamental parameters affecting the vibration amplitude are classified into three groups, that is, parameters concerned with spindle speed variation, those concerned with cutting dynamics, and those concerned with machine tool dynamics. The influences of these parameters on chatter suppression are theoretically analysed, and the results are verified by some turning experiments.

1. 緒 言

切削作業や研削作業における加工能率や精度に制限を与える要因の一つとして、びびり振動が挙げられる。種類のびびり振動の中で、再生型自励びびりは、切込みが機械構造の動特性と切削過程の動特性とで定まる限界値を越えた時に生じる自励振動で、粗加工における加工能率の限界を与えるものとして重要である。

この再生型自励びびりの発生を防止するために、従来種々の制御方式が試みられたが^{1)~7)}、コスト、作業性、安定性の点から現在までのところ実用化には至っていない。そこで、実用化が期待できる方式として、前報⁸⁾において主軸速度を常時変動しながら切削するという新しいびびり振動防止法を提案した。前報では、主軸速度の変動によりびびり振動が抑制される原理をエネルギーの流れから理論的に説明し、また実際に主軸速度を三角波状に変動する旋削実験においてこの方式の有効性を確認した。しかし、前報の解析方法では切削中に発生する振動振幅を予測することはできず、本方式に対する各種因子の影響を解析することはできなかった。

そこで本報では、工具-工作物間の相対的振動変位が満足する、時間遅れ要素を含む微分方程式を数値的に解

くことにより、切削中の振動振幅が理論的に求まることを示した。そして、この微分方程式に従って、切削中の振動振幅に影響を及ぼす基本的な因子を、①主軸速度の変動条件に関する因子、②切削過程の動特性に関する因子、③機械構造の動特性に関する因子、に分類し、びびり振動抑制効果に対するこれらの因子の影響を解析した。さらに、これらの因子のうち、その影響を旋削実験で確認できるものについては実験を行い、理論解析の結果と比較した。

2. 理論解析

2.1 解析方法

2.1.1 切削加工中の振動を表す微分方程式

切削加工中の工具-工作物間の相対的振動変位が満足する微分方程式を導く。ただし簡単のため、次の仮定を用いる。

- (1) 工作機械構造の動特性は、問題となる共振周波数付近において線形な1自由度振動系を用いて表すことができる。
- (2) 切削力は瞬間的切削厚さに比例する成分とノイズ成分との和で[†]、切削過程が有する減衰作用(ペネトレーション効果⁹⁾)は無視できる^{††}(次ページ)。

* 原稿受付 昭和50年8月11日。昭和49年度精機学会秋季大会学術講演会(昭和49年10月22日)にて発表。

** 正会員 川崎重工業(株)(明石市川崎町1番1号)

*** 学生会員 京都大学工学部(京都市左京区吉田本町)

† ここで述べる理論解析の目的は、系の安定、不安定を判別することではなく、切削中に実際に生じる振動振幅を求めることにある。そのためには、外乱として切削力のノイズ成分を考慮する必要がある。

(3) 切削力のノイズ成分は振動変位および切削条件に無関係で、白色ノイズと仮定できる。

本研究では、これらの仮定を用いて解析を行ったが、これらの仮定が成り立たない場合に拡張することは容易である。

以上より、工具-工作物間の相対的振動変位を x 、機械構造の等価質量を m 、等価ばね定数を k 、等価粘性減衰比を $\zeta (=c/2\sqrt{km})$ 、 c は等価粘性減衰係数)、切削力の変動成分を F_c とすれば次式が成り立つ。

$$m(\ddot{x} + 2\zeta\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x) = F_c \quad (1)$$

ここに $\omega_0 (= \sqrt{k/m})$ は機械構造の固有角振動数を表す。一方、切削力の変動成分 F_c は再生効果を含む場合、次式で与えられる⁹⁾。

$$F_c(t) = br\{\mu \cdot x(t-T(t)) - x(t)\} + F_n(t) \quad (2)$$

ここに b は二次元切削における切削幅 (三次元切削での切込みに相当)、 r は動的比切削抵抗、 μ は重複係数、 $F_n(t)$ は切削力のノイズ成分を表す。また T は時間遅れを表し、旋削の場合主軸が 1 回転するのに要する時間に相当する。この時間遅れ T は主軸速度が変動しているので時間 t の関数となり、主軸回転速度 $R(t)$ との間には次の関係が成り立つ。

$$\int_{t-T(t)}^t R(\tau) d\tau = 1 \quad (3)$$

式 (1) および式 (2) より、 x が満足する微分方程式として次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} + 2\zeta\omega_0\dot{x} + \left(\omega_0^2 + \frac{b}{b_c} \cdot \frac{2\zeta\omega_0^3}{\mu}\right)x &= f(t) \\ f(t) &= 2 \cdot \frac{b}{b_c} \zeta\omega_0^3 \cdot x(t-T(t)) + \frac{\omega_0^3}{k} F_n(t) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに b_c は、 $b_c = 2\zeta k/\mu r$ で、主軸速度が一定の場合の再生型自励びりに対する無条件安定限界切削幅にほぼ等しい。

式 (4) の微分方程式より、切削加工中の振動振幅に影響を及ぼすと考えられる基本的な因子を列举すると次のようになる。

- (1) 遅延関数 $T(t)$ 、すなわち主軸速度の変動条件に関する因子 (主軸速度を三角波状に変動する場合)
主軸速度の変動率 ΔR 、主軸速度の変動幅 R_w 、平均主軸回転速度 R_0
- (2) 切削過程の動特性に関する因子

†† ペネトレーション効果によって生じる減衰力の切込み方向成分は、切削主分力の静的成分を F_{c0} 、切削速度を V とすれば、 $-F_{c0} \cdot (\dot{x}/V)$ で与えられる。これより、ペネトレーション効果を考慮するには、式 (4) の ζ を、 $\zeta' = \zeta + \omega_0 F_{c0}/(2kV)$ で置き換えればよい。

無次元切削幅 b/b_c 、重複係数 μ 、切削力のノイズ成分 F_n のパワースペクトル P_n

- (3) 機械構造の動特性に関する因子
固有振動数 $f_0 (= \omega_0/2\pi)$ 、等価ばね定数 k 、等価粘性減衰比 ζ

2.1.2 微分方程式の解法

2.1.1 項で得られた式 (4) の微分方程式で、時間遅れ要素 $x(t-T(t))$ は、任意の主軸回転速度 $R(t)$ に対して式 (3) から $T(t)$ が決定されるので時刻 t においては既知であり、式 (4) は時間とともに変化する外力 $f(t)$ を受ける線形な 1 自由度振動系の運動を表す微分方程式であることがわかる。したがって、式 (4) は次に示す方法を用いて数値的に解くことができる。すなわち式 (4) の解 x は、 $t=0$ における x および $\dot{x}$ の初期値をそれぞれ x_0 および $\dot{x}_0$ とすると、次式で与えられる¹⁰⁾。

$$x(t) = \left. \begin{aligned} &\frac{\lambda_2 x_0 - \dot{x}_0}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1 x_0 - \dot{x}_0}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{\lambda_2 t} \\ &+ \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left\{ e^{\lambda_1 t} \int_0^t e^{-\lambda_1 \tau} f(\tau) d\tau \right. \\ &\quad \left. - e^{\lambda_2 t} \int_0^t e^{-\lambda_2 \tau} f(\tau) d\tau \right\} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに λ_1, λ_2 は、式 (4) の特性方程式

$$\lambda^2 + 2\zeta\omega_0\lambda + \left(\omega_0^2 + \frac{b}{b_c} \cdot \frac{2\zeta\omega_0^3}{\mu}\right) = 0$$

の 2 根である。したがって、時間 t を Δt の間隔で分割すれば式 (5) に含まれる積分を数値的に行うことができ、 Δt ごとに解 x が順次求まる (付録 1)。ただし、切削力のノイズ成分 $F_n(t)$ は白色ノイズとするため、各時刻 $t=0, \Delta t, 2\Delta t, \dots$ において標準偏差 $\sigma = \sqrt{P_n/(2\Delta t)}$ の正規分布に従う確率過程で値を与える。ここに P_n は白色ノイズのパワースペクトルである (付録 2)。また本報では初期条件を、 $x_0 = \dot{x}_0 = 0$ とした。

2.2 解析結果

2.2.1 振動振幅の計算例

主軸速度を三角波状に変動した場合の切削中の振動振幅を、2.1 項で述べた方法を用いて求めた例を図 1 に示す。

以下、本研究では主軸速度を三角波状に変動する場合のみを扱う。図には、これと同一の条件で、3 章で述べる剛性の低いアーバに取付けた工作物を旋削した時の実測結果も同時に示してある。実測値と計算とを比較すると、振動振幅の推移、振動周波数の変化ともよく一致しており、この解析方法を用いると切削加工中の振動振幅を予知することが可能であることがわかる。

次に、種々の主軸速度変動率において、切削幅と最大

$k=3 \text{ kg}/\mu\text{m}$, $\zeta=0.01$, $f_0=60 \text{ Hz}$, $\mu=1$, $b/b_c=7.5$, $P_n=0.001 \text{ kg}^2\cdot\text{s}$

図1 主軸速度変動方式で切削中の振動振幅の計算例 (実測値はアークを用いた旋削実験による)

$k=3 \text{ kg}/\mu\text{m}$, $\zeta=0.01$, $f_0=140 \text{ Hz}$, $\mu=1$, $P_n=0.001 \text{ kg}^2\cdot\text{s}$, $R_0=300 \text{ rpm}$, $R_w=130 \text{ rpm}$

図2 種々の主軸速度変動率における無次元切削幅と振動振幅との関係 (理論計算結果)

振動振幅* との関係求めた結果を図2に示す。計算条件は図10に示す実験結果と対応している。図は、主軸速度が一定の場合には安定限界切削幅を越えると振幅は発散するが、主軸速度を変動すれば振幅の成長を抑える

安定限界は最大振動振幅: $20 \mu\text{m}$, $k=3 \text{ kg}/\mu\text{m}$, $\zeta=0.01$, $f_0=60 \text{ Hz}$, $\mu=1$, $P_n=0.001 \text{ kg}^2\cdot\text{s}$, $R_0=300 \text{ rpm}$

図3 びり振動抑制効果に対する主軸速度の変動率および変動幅の影響 (理論計算結果)

ことができ、見かけ上安定限界切削幅が上昇することを示している。図から明らかなように、主軸速度の変動率が大きいほど振動振幅の成長を低く抑えることができ、見かけ上の安定限界切削幅は大きくなる。

2.2.2 主軸速度変動条件の影響

1) 主軸速度の変動率および変動幅

種々の切削幅における安定領域 (最大振動振幅が $20 \mu\text{m}$ 以下の領域) を、主軸速度の変動率および変動幅に対して求めた結果を図3に示す。図は、主軸速度の変動幅が小さすぎると変動率をいくら大きくしてもびり振動を抑制することができないこと、および変動率が大きいほどびり振動抑制効果が大きくなることを示している。これは前報の実験結果と一致している。

2) 平均主軸回転速度

びり振動抑制効果に対する平均主軸回転速度の影響を図4に示す。計算条件は図11に示す実験結果と対応している。図は、平均回転速度が増大すると、振動振幅を低く抑えるにはさらに主軸速度の変動率を大きくする必要があることを示している。そこで、平均主軸回転速度 R_0 に対する比として主軸速度の変動率 ΔR を評価した場合を図5に示す。この場合でも、平均回転速度が増大するにつれて、びり振動の抑制が困難になることがわかる。

2.2.3 切削過程の動特性の影響

1) 無次元切削幅

びり振動抑制効果に対する無次元切削幅 b/b_c の影

* びり振動の抑制という点から、切削中に生じる最大の振動振幅に注目する必要があるため、以後、びり振動の抑制効果に対する評価値として、切削開始後約30s間に生じた最大の振動振幅をとる。

$k=3 \text{ kg}/\mu\text{m}, \zeta=0.01, f_0=60 \text{ Hz}, \mu=1, b/b_c=5, P_n=0.001 \text{ kg}^2\cdot\text{s}, R_n=140 \text{ rpm}$

図4 びびり振動抑制効果に対する平均主軸回転速度の影響 (理論計算結果)

$k=3 \text{ kg}/\mu\text{m}, \zeta=0.01, f_0=60 \text{ Hz}, \mu=1, b/b_c=5, P_n=0.001 \text{ kg}^2\cdot\text{s}, R_n/R_0=0.8$

図5 びびり振動抑制効果に対する平均主軸回転速度の影響 (理論計算結果)

響を図6に示す。図は、切削幅が増大すると振動振幅を低く抑えるためにはさらに大きな速度変動率が必要であること、および、速度変動率が大きいほど振動抑制効果が大きくなることを示しており、前報の実験結果と一致している。

2) 切削力のノイズ成分

解析の結果、他の条件が同一であれば、本方式で切削中の各時刻における振動振幅は切削力のノイズ成分 F_n のパワースペクトル P_n の平方根に比例することがわかった。これは、式(4)の微分方程式が線形であること、 $f(t)$ の第二項が F_n に比例すること、および初期条件を

$k=3 \text{ kg}/\mu\text{m}, \zeta=0.01, f_0=60 \text{ Hz}, \mu=1, P_n=0.001 \text{ kg}^2\cdot\text{s}, R_0=300 \text{ rpm}, R_n=240 \text{ rpm}$

図6 びびり振動抑制効果に対する無次元切削幅の影響 (理論計算結果)

$k=3 \text{ kg}/\mu\text{m}, \zeta=0.01, \mu=1, b/b_c=5, P_n=0.001 \text{ kg}^2\cdot\text{s}, R_0=300 \text{ rpm}, R_n=240 \text{ rpm}$

図7 びびり振動抑制効果に対する機械構造の固有振動数の影響 (理論計算結果)

$x_0=\dot{x}_0=0$ としていることから明らかである。以上のことから、 $f(t)$ に含まれる $x(t-T(t))$ の項は速度変動の周期に同期した振幅の成長減衰のパターンを決定し、 $F_n(t)$ の項は実現される振幅値を決定すると言える。

2.2.4 機械構造の動特性の影響

1) 固有振動数

びびり振動抑制効果に対する機械構造の固有振動数の影響を図7に示す。図の条件では、固有振動数が60 Hzのとき最大のびびり振動抑制効果を示すが、これ以外の周波数のときには固有振動数の影響は小さい。また、い

$k=3 \text{ kg}/\mu\text{m}$, $f_0=60 \text{ Hz}$, $\mu=1$, $P_n=0.001 \text{ kg}^2\cdot\text{s}$,
 $R_0=300 \text{ rpm}$, $R_w=240 \text{ rpm}$, $\pm\Delta R=80 \text{ rpm/s}$

図8 びり振動抑制効果に対する機械構造の等価粘性減衰比の影響(理論計算結果)

かなる固有振動数であっても、主軸速度の変動率を大きくすれば振動抑制効果は大きくなることがわかる。

2) 等価ばね定数

解析の結果、無次元切削幅、固有振動数、および等価粘性減衰比が同一であれば、本方式で切削中の振動振幅は等価ばね定数 k に反比例することがわかった。これは、式(4)の微分方程式が線形で、 $f(t)$ の第二項が k に反比例することからも明らかである。

3) 等価粘性減衰比

びり振動抑制効果に対する機械構造の等価粘性減衰比の影響を図8に示す。図は、等価粘性減衰比が大きければ、切削幅の増大とともに急速に振動抑制効果が低下することを示している。このように振動が成長しやすいのは、図の上部に示したように、無次元切削幅が大きく、しかも等価粘性減衰比が大きいと振動周波数の変化が容易となり、インナモジュレーション(今回切削時に生じるうねり)とアウトモジュレーション(1回転前に生じたうねり)とが振動の成長に有利な位相差⁸⁾ となりやすいためであると解釈される。

3. 実験装置および方法

3.1 旋削実験に使用した機械構造モデル

1) 片持ちはり構造の工具系を用いた旋削実験

図9に示すように、機械構造の他の部分にくらべて十

表1 旋削実験に使用した構造用炭素鋼 S45C の組成およびかたさ

C	Si	Mn	P	S	Cu	Cr	Bhn
0.49	0.38	0.68	0.022	0.024	0.14	0.12	225

図9 片持ちはり構造の工具系を用いた旋削実験装置の概略図

分剛性の低い片持ちはりの先端に工具を取付け、長手送りで剛性の高い工作物を旋削する。この工具系の固有振動数は 140 Hz であり、切削速度が 50 m/min 以上で主軸速度が一定の場合には、切込みが 0.2 mm 以上で定常なびり振動を生じる。

2) アーバを用いた旋削実験

前報と同様に、機械構造の他の部分にくらべて十分剛性の低いアーバ(長さ 1340 mm 、直径 60 mm)を用い、その一端に取付けた円盤状の工作物を、通常の工具台に取付けた工具を用いて長手送りで旋削する。この工作物系の固有振動数は 60 Hz であり、切削速度が 50 m/min 以上で主軸速度が一定の場合には、切込みが 0.2 mm 以上で定常なびり振動を生じる。

3.2 被削材および工具

被削材は、構造用炭素鋼 S45C を使用し、厚さ 50 mm 、直径 $100\sim 200 \text{ mm}$ の円盤形である。表1にその組成およびかたさを示す。工具は超硬 P20 のスローアウェイ式工具を用い、その諸元は次の通りである。

横切れ刃角 45° 、横逃げ前切れ刃角 45° 、横すくい角 -5° 、逃げ角 5° 、ノーズ半径 0.8 mm

3.3 実験方法

片持ちはり構造の工具系を使用した場合の実験装置の概略を図9に示す。アーバを用いた旋削実験の場合には、工具を通常の工具台に取付け、アーバの中央付近の振動変位を無接触の容量型変位計で検出するが、それ以外は図9と同様である。主軸駆動用の SCR レオナード

$f_0=140$ Hz, 送り: 0.2 mm/rev, 平均切削速度: 140 m/min, $R_0=300$ rpm, $R_w=130$ rpm

図 10 種々の主軸速度変動率における切込みと振動振幅との関係(片持ちはり構造の工具系を用いた旋削実験結果)

式直流電動機は, 速度指令信号の電圧に比例した速度で回転するように設計されていて, 速度指令信号の変動に対する主軸回転速度の応答は, 時定数 0.64 s の 1 次遅れ特性を示す. なお, 本研究では三角波状に主軸速度を変動するので, 三角波の速度指令信号を用いた. また, 図に示すように, 加速度計(アーバを用いた実験では微小変位計)およびタコジェネレータで検出した振動振幅および主軸回転速度は, 速度指令信号とともにペンレコーダに記録する.

4. 実験結果

4.1 主軸速度変動による見かけの安定限界の上昇

片持ちはり構造の工具系を用いた旋削実験で, 主軸速度を三角波状に変動して, 種々の主軸速度変動率における切込みと最大振動振幅(切削中に現れる最大の振動振幅)との関係を求めた結果を図 10 に示す. 主軸速度が一定の場合には, 切込みが 0.3 mm 以上で振幅は急激に増大し, 安定限界切込みは 0.3 mm である. これに対して, 主軸速度を変動すれば, 切込みが 0.3 mm 以上になっても振幅の成長は抑えられ, 見かけ上安定限界切込みが増大する. たとえば, 10 μ m の振動振幅まで許容できるとすれば, 主軸速度の変動率が 46 rpm/s の場合, 見かけの安定限界切込みは約 0.7 mm で安定限界は 2 倍以上に増大し, 83 rpm/s の場合には安定限界は 4 倍以上に増大する.

図 10 の実験結果は, 図 2 に示した解析結果とよく一致しているが, 振動振幅の大きい領域で両者に差異が見られる. 特に, 主軸速度が一定の場合, 実験結果では安

$f_0=60$ Hz, 切込み: 0.5 mm, 送り: 0.2 mm/rev, 平均切削速度: 150 m/min, $R_w=140$ rpm

図 11 びり振動抑制効果に対する平均主軸回転速度の影響(アーバを用いた旋削実験結果)

定限界を越えても振幅は発散せず, 30 μ m 程度の値を保っている. これからも明らかのように, 実際の機械構造の動特性は非線形であり, このため機械構造の動特性を線形であると仮定して得られた解析結果とは, 振幅の大きな領域で差が生じると考えられる.

4.2 びり振動抑制効果に対する平均主軸回転速度の影響

アーバを用いた旋削実験において, 主軸速度を三角波状に変動し, びり振動抑制効果に対する平均主軸回転速度の影響を調べた結果を図 11 に示す. この場合, 切削速度の影響を除くために, 直径の異なる被削材を用い, 平均切削速度を同一に保って実験を行った. 図は, 平均回転速度が低いほど, びり振動の抑制が容易であることを示しており, その差は顕著である. したがって, 本方式は主軸回転速度の低い切削作業(たとえば低速重切削の粗加工作業)に有利である. この実験結果は, 図 4 に示した解析結果とよく一致しているが, 理論解析では機械構造の動特性は線形であると仮定しているため, 振幅の大きな領域で差異が見られる.

5. 結 論

本研究の結果, 次の結論が得られた.

- (1) 主軸速度の変動は再生型自励びりの抑制に有効

である。本研究で示した解析方法を用いると、本方式で切削中の振動振幅を予知することが可能で、振動抑制効果に対する各種因子の影響を解析することができる。

- (2) 理論解析および旋削実験の両面から確認された事項は次の通りである。
- 主軸速度の変動率が大きいほど、びりり振動抑制効果は大きい。
 - 切込みが大きくなるほど、主軸速度の変動率および変動幅を大きくする必要がある。
 - 平均主軸回転速度が低いほど、びりり振動の抑制は容易である。
- (3) 実験で確認することがきわめて困難なため、理論解析でしか解明できない事項については次の通りである。
- 機械構造の固有振動数がいかなる値であっても、主軸速度変動方式はびりり振動の抑制に有効である。
 - 安定限界切込みに対する切込みの比が同一であれば、振動振幅は機械構造の等価ばね定数に反比例する。
 - 機械構造の等価粘性減衰比が大きければ、切込みの増大とともに振動振幅は急速に増大する。
 - 振動振幅は、切削力のノイズ成分を白色ノイズと仮定した場合、そのパワースペクトルの平方根に比例する。

[付録 1]

$\alpha = \zeta \omega_0$, $\beta = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} + \frac{b}{b_c} \cdot \frac{2\zeta}{\mu}$ とおけば, $\lambda_{1,2} = -\alpha \pm$

$j\beta$ であるから、これを用いて式 (5) を変形すると次式が得られる。

$$x(t) = \frac{1}{\beta} [e^{-\alpha t} \{ \beta x_0 \cos \beta t + (\alpha x_0 + \dot{x}_0) \sin \beta t \} + I(t)]$$

ただし

$$I(t) = \int_0^t f(\tau) \cdot e^{-\alpha(t-\tau)} \sin [\beta(t-\tau)] d\tau$$

ここで、時間 t を Δt の間隔に分割すると、

$$I(n \cdot \Delta t) = e^{-\alpha \cdot \Delta t} \{ \cos(\beta \cdot \Delta t) \cdot I[(n-1) \Delta t] + \sin(\beta \cdot \Delta t) \cdot J[(n-1) \Delta t] + II(n \cdot \Delta t) \}$$

$$J(n \cdot \Delta t) = e^{-\alpha \cdot \Delta t} \{ \cos(\beta \cdot \Delta t) \cdot J[(n-1) \Delta t] - \sin(\beta \cdot \Delta t) \cdot I[(n-1) \Delta t] + JJ(n \cdot \Delta t) \}$$

$n=1, 2, 3, \dots$

ただし、 $I(0) = J(0) = 0$ であり、また

$$II(n \cdot \Delta t) = \int_0^{\Delta t} f[(n-1) \Delta t + \tau] \cdot e^{-\alpha \tau} \sin [\beta(\Delta t - \tau)] d\tau$$

$$JJ(n \cdot \Delta t) = \int_0^{\Delta t} f[(n-1) \Delta t + \tau] \cdot e^{-\alpha \tau} \cos [\beta(\Delta t - \tau)] d\tau$$

ところで、 $f(t)$ は式 (4) で示されるように 1 回転前の振動変位 $x(t-T(t))$ と切削力のノイズ成分 $F_n(t)$ とを含んでいるが、 $x(t-T(t))$ は時刻 t においては過去に生じた振動変位であるので既知であり、 $F_n(t)$ も付録 2 に示すようにして Δt 時間ごとに与えることができる。したがって、 $II(n \cdot \Delta t)$ および $JJ(n \cdot \Delta t)$ は数値積分法を用いれば求めることができる。以上より、 $n=1, 2, 3, \dots$ に対して順次 $I(\Delta t)$, $I(2\Delta t)$, $I(3\Delta t)$, $\dots$ が求まり、したがって $x(\Delta t)$, $x(2\Delta t)$, $x(3\Delta t)$, $\dots$ を求めることができる。

[付録 2]

いずれの時刻 $t=0, \Delta t, 2\Delta t, \dots$ においても切削力のノイズ成分 F_n がいかなる値をとるかは、確率密度関数が正規分布に従う確率過程であるとすれば、 $F_n(t)$ は十分長い区間をとれば、0 Hz から $1/(2\Delta t)$ Hz まではほぼ均一なパワースペクトルを持ち白色ノイズと見なせる。この時、 $F_n(t)$ の持つ全パワーは正規分布の標準偏差を σ とすれば σ^2 であるからパワースペクトル P_n は $P_n = 2\Delta t \cdot \sigma^2$ となり、これより $\sigma = \sqrt{P_n/(2\Delta t)}$ とすればよい。

文 献

- M. De Ro: The Magnetic Exciter as Applied to Active Damping of Machine Tools, Proc. 9th Int. MTDR Conf., (1968) 621.
- R. Bell and A. De Pennington: The Design of Active Damping for Electrohydraulic Cylinder Feed Drives, Proc. 9th Int. MTDR Conf., (1968) 1309.
- A. Boyle and A. Cowley: A Theoretical Investigation into the Characteristics of a Feedback Controlled Damping Unit, Proc. 9th Int. MTDR Conf., (1968) 1289.
- T.R. Comstock: Chatter Suppression by Controlled Mechanical Impedance, Dissertation submitted to Univ. of Cincinnati, (1968).
- A. Cowley and A. Boyle: Active Dampers for Machine Tools, Ann. CIRP, 16, (1969).
- T. R. Comstock, F. S. Tse and J. R. Lemon: Application of Controlled Mechanical Impedance for Reducing Machine Tool Vibrations, Trans. ASME, B, 91, 4, (1969) 1057.
- C. L. Nachtigal and N. H. Cook: Active Control of Machine Tool Chatter, Trans. ASME, D, 92, 2, (1970) 238.
- 竹村 正, 北村 隆, 星 鉄太郎: 主軸回転速度変動によるびりり振動の防止, 精密機械, 41, 5 (1975) 489.
- 竹村 正, 山本正伸, 星 鉄太郎: 切込み方向振動による切削過程のステイフネス伝達特性の解析, 精密機械, 38, 4 (1972) 369.
- 田島清瀬: 振動の工学, 産業図書 (1970) 113.