研 究

工作機械構造の剛性解析システム (第2報)*

—熱 剛 性 解 析—

竹内芳美** 大久保信行*** 佐藤和信† 佐田登志夫††

Computer System for Analysis of Machine Tool Structure (2nd Report)

—Thermal Rigidity Analysis—

Yoshimi TAKEUCHI, Nobuyuki OKUBO, Kazunobu SATO, Toshio SATA

A computer program to analyse the thermal rigidity of a machine tool structure is developed by utilizing the finite element method. Several practical problems to require the thermal analysis such as selection of machine tool structure from the stand point of the thermal rigidity, set-up of the warming-up period in the preparatory stage of the operation, examination of the operating condition of machine tool and environment control in the operation stage are discussed as the examples of the application of the computer program.

1. 序 論

工作機械の加工精度を考える場合、工作機械構造の静剛性、動剛性とならんでその熱剛性、つまり熱に対する構造の変形のしにくさが重要なファクタとなっている。すなわち工作機械は機械の内外に種々の熱源をもっており、この熱源による発熱が熱変形を起こし加工精度低下の原因となる。たとえば位置決めを行う場合にも、それが厳しい精度を要求されるのに熱変形による精度低下が原因で、事実上むだな位置決めをすることにもなりかねない。

このような加工精度に悪影響を与える熱変形は、工作機械がつねに熱的に非定常状態に置かれていることに起因する。変化する加工条件に応じて生じる熱源強さの変動や工具交換、工作物の交換のための機械停止などにより、一般的に発熱はいつも一定しておらず、したがって、機械構造の熱変形も非定常なものになる。また工作機械構造の熱変形は時定数が大きく、変形も急激に起こるのではなく時間とともに徐々に生ずるので、熱の発生を途中で押さえてもその効果はすぐには現れない。

このように非常にやっかいな、また重大な問題である熱変形は従来からその重要性を指摘されていながら、これまではおもに構造の熱変形の測定だけに終始していた。この測定にしても測定器具を長時間、熱の影響を受けないように固定しておくことは難しく、同時に多数の

箇所の変形を測定することはたいへんなことであった。

しかし、最近構造物解析で用いられている有限要素法が工作機械の熱変形解析に導入され、機械構造内の温度分布やその熱変形とかなり精度よくシミュレーションができるようになった。

この報告は工作機械構造の剛性解析システムの第2報として、有限要素法を用いて工作機械構造の定常状態、非定常状態の温度分布と変形解析を行ったものである。そしてこのような手法を応用して工作機械構造の差異、加工条件の変化および外部環境温度の変化などの熱変形への影響を検討した。

2. 有限要素法による熱剛性解析

2.1 有限要素法

有限要素法による工作機械構造の熱剛性の解析は、まず全有限要素についての熱伝導方程式から工作機械内部に発生する熱量や外部からの熱伝導による機械構造の温度分布を求め、次にこの温度分布による熱膨張を有限要素の節点に働く等価な外力として評価し、機械構造の熱変形を求めるものである。

ここで有限要素としては、第1報¹⁾のときと同じく長方形板要素とはり要素を使用する。これは工作機械構造はほとんど各辺が直交している板構造としてモデル化が可能なることによる。

温度分布を求める時には、長方形要素を二分割して図1のような三角形板要素とし、その中の温度 ϕ を座標 (x, y) の一次関数として、定数 $\alpha_1 \sim \alpha_3$ を使って、次のように表す²⁾。

$$\phi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (1)$$

ここで定数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ は3節点 i, j, k の温度 $\{\phi_e\} =$

* 原稿受付 昭和50年7月11日。北陸信越支部新潟地方講演会(昭和49年6月28日)にて発表。

** 学生会員 東京大学工学部(東京都文京区本郷7-3-1)

*** 正会員 機械技術研究所(東京都杉並区井草4-12-1)

† 正会員 日本航空(株)(東京都大田区羽田)

†† 正会員 東京大学工学部

図1 熱剛性解析に用いる有限要素

$[\phi_i, \phi_j, \phi_k]$ とその座標 (x_i, y_i) , (x_j, y_j) , (x_k, y_k) とによって表されるので, 式 (1) は

$$\begin{aligned} \phi &= [N_i, N_j, N_k] \{\phi_e\} \\ N_i &= (a_i + b_i x + c_i y) / 2d \\ a_i &= x_i y_k - x_k y_j \\ b_i &= y_j - y_k \\ c_i &= x_k - x_j \\ d &= \text{三角形 } ijk \text{ の面積} \end{aligned} \quad (2)$$

などと表示できる。ただし $N_i, N_j, N_k, a_i, b_i, c_i, a_k, b_k, c_k$ については a_i, b_i, c_i の定義に準ずる。有限要素についての熱伝導方程式から, 静剛性解析のときの剛性マトリクスに対応する温度と熱量との関係を熱剛性マトリクス $[h_i]$ と定義すると, それは

$$[h_i] = \frac{K_{xy} \cdot t}{4d} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ \text{SYM} & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ & b_k b_j + c_k c_j & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix} \quad (3)$$

のように書ける。ここで K_{xy} は要素材料の熱伝導率であり, t はその板厚である。また要素表面からの熱伝達も考慮し, それを次のようなマトリクス $[h_2]$

$$[h_2] = \frac{\alpha d}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

と書く。ここで α は要素材料の熱伝達率である。したがって要素表面からの熱伝達を考慮した要素の熱剛性マトリクス $[h]$ は

$$[h] = [h_i] + [h_2] \quad (5)$$

となる。

非定常問題を取扱うときには要素の熱慣性を考慮し, それを熱慣性マトリクス $[P]$ として

$$[P] = \int \rho \gamma [N_i N_j N_k]^T [N_i N_j N_k] dx dy \quad (6)$$

のように表現する。ここで ρ は要素材料の比熱, γ はその密度である。はり要素の熱剛性, 熱慣性マトリクスも同様にして求められる。これらの要素のマトリクスを系全体について組立てると全節点の温度ベクトル $\{\phi\}$ と熱量ベクトル $\{Q\}$ との関係は, 定常状態では

$$[H]\{\phi\} = \{Q\} \quad (7)$$

非定常状態では

$$[P] \left\{ \frac{d\phi}{dt} \right\} + [H]\{\phi\} = \{Q\} \quad (8)$$

と表される。ここで $[H], [P]$ はそれぞれ系全体の熱剛性, 熱慣性マトリクスである。この熱量には工作機械内部の発熱によるものと環境温度の上昇によるものとが考えられるが, 後者の場合は環境温度の上昇を θ_r として, 一つの要素につき等価的に

$$\{q\} = \frac{\alpha \cdot \theta_r \cdot d}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

と表される。

上の式 (7) あるいは式 (8) を解けば, 機械構造の温度分布が求められる。これから等価な節点力を求めるには, 一つの要素の温度上昇 θ による熱ひずみ $\{\epsilon_0\}$ を線膨張係数 β により

$$\{l_0\} = \begin{Bmatrix} \beta \theta \\ \beta \theta \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

とすると等価節点力 $\{f\}$ は

$$\{f\} = \int [B]^T [D] \{l_0\} d(\text{vol}) \quad (11)$$

として求められる。ここで, $[B], [D]$ は第1報静剛性解析のところで示したように面内変形を表すときのマトリクスである。

このようにして等価節点力が求められると定常あるいは非定常の場合の温度分布に対する熱変形は静剛性の場合と同様に解くことができる。なお, 式の算出についての詳細は文献にゆずる²⁾。

2.2 熱剛性解析プログラムの構成

上述の解析手法にしたがって, 工作機械構造の熱剛性解析プログラムを作成した。そのフローチャートを図2に示す。ここでサブルーチン YOMDAT は, 静, 動剛性解析の場合とすべて共通の有限要素に関する入力ルーチンで構造要素の総数, 全節点とその座標値, 材料定数, 各有限要素を構成する節点番号, 境界条件などが含まれている。YOMTH は熱剛性解析のための入力ルーチンで, ここでは熱源の位置とその大きさ, 環境温度の上昇値などを入力する。CALHP では系全体の熱剛性, 熱慣性マトリクスを計算する。定常問題では, THERM 1 で温度分布を求め, また非定常問題では, THERM 2 で反復法より求める。CALSF では計算された温度分布から等価節点力を求める。また熱変形解析のためにこの節点力を補助記憶装置ファイルに転送する。このファイルを熱剛性解析プログラムの YOMST に入力すれば熱変形を求めることができる。

図2 熱剛性解析プログラムのフローチャート

2.3 数値計算例

この熱剛性解析システムを利用して非定常熱変形を解析した例について述べる。図3(a)に示すような高さ約1.7mのジグ研削盤を解析の対象とし、これを図3(b)のように有限要素で分割した。このときの要素数は62, 全節点数は58である。図に示される斜線部は熱源と思われる箇所、主軸部とモータ部である。ここからそれぞれ2000 cal/minと800 cal/minの発熱が起るとした。計算に使用した材料定数は熱伝導率 $7.5 \text{ cal/min} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{cm}$, 熱伝達率 $0.01 \text{ cal/min} \cdot ^\circ\text{C} \cdot \text{cm}^2$, 線膨張係数 $1.2 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, ヤング率は $2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, ポアソン比0.3である。

この機械で無負荷で運転開始後の温度分布の変化を計算したものを図4に示す。図の(a), (b), (c)はそれぞれ運転開始後60 min, 120 min, および180 minの温度分布である。等温線が熱源のまわりから時間とともに遠ざかってゆき、温度上昇が起きていることがよくわかる。この温度分布をするときのそれに対応した熱変形の様子を図5に示す。主軸が時間とともに手前にせり出してくることが理解できる。このときの主軸とテーブルとの間の相対変位を測定し、それを解析結果と比較した結

(b) その有限要素分割

(a) ジグ研削盤

図3 解析に使用したジグ研削盤

図4 ジグ研削盤の温度分布の時間変化 (機械の基礎部の温度は 0°C で一定)

果は定量的にもよい一致を示し、有限要素法による熱剛性解析が有効であることが確認された。

3. 工作機械構造の熱剛性

前に述べた熱剛性解析プログラムを工作機械の熱変形対策として活用する場合には、設計段階、作業準備段階および実作業段階など各段階に対して種々の応用方法があると思われる。ここでは設計段階における工作機械構造の選定、作業準備段階におけるウォーミングアップ時間の検討ならびに工作機械の使用条件の影響の検討、実作業の管理問題としての環境温度の制御などの適用例につ

図5 ジグ研削盤の熱変形の時間変化

いて述べる。

3.1 ウォーミングアップ時間の検討

工作機械は運転開始にあたってその内部の各種の熱源から発熱を始め工作機械構造各部の温度を上昇させ、それにしがって熱変形が生じ、時間の経過とともに定常状態のある一定値に近づいてゆく。一般的に運転開始時にはこの工作機械構造の熱変位の変化が大きく加工精度が安定しないので、工作機械各部の温度が十分安定するまで実際の加工をまたなければならないとされている。このような加工精度を保障するウォーミングアップ時間の検討には前に述べた非定常状態の熱剛性解析を使用することができる。たとえば図6はシングルコラムタイプのマシニングセンタを560 rpmで無負荷運転を開始したときの図中に示す4点A, B, C, Dの温度変化および主軸頭先端の x, y 方向の時間変化を追跡した結果である。

図6 ウォーミングアップ時間の検討——マシニングセンタにおける無負荷運転時の温度変化と主軸先端の変位の時間変化

x, y 方向の定常変位はそれぞれ $51, 7 \mu\text{m}$ と求められるからそれに対しそれぞれ $10 \mu\text{m}$ の偏差を許すとすれば 120 min 間ウォーミングアップをしなければならないことが、このような解析から理解される。

3.2 工作機械構造の影響

工作機械の熱変形による加工精度低下の防止方法としては工作機械の立場から (1), 熱膨張係数の低い材料の使用 (2), 発熱の抑制とその制御 (3), 適切な工作機械構造への改善の三つが考えられるが, (1) は現状では材料価格の面で実用化にはほど遠い。(2) の方法は別の論文³⁾で扱っているのでここでは (3) の工作機械構造の改善による熱変形防止につ

いて熱剛性解析プログラムを使用し、検討した結果を述べる。

そこでマシニングセンタを例にとり、シングルコラムタイプとダブルコラムタイプの熱変形特性を比較した。もちろん両者には同じ大きさの主軸頭をもたせ、そこからの発熱量を等しくとる。またコラムの高さおよび板厚も等しくしてある。この二つのシミュレーションモデルについて熱剛性解析プログラムにより計算した結果を図7に示す。この結果からわかるようにシングルコラムタイプの構造は熱変形によって相当のねじれを生じているが、ダブルコラムタイプの場合は構造が左右対称であるため主軸は主として上下方向にのみ変形し、ねじれはほとんど生じていない。したがって前後左右方向の主軸頭先端の熱変位はシングルコラムタイプのときに比べ、著しく小さくなっている。またこのような単純な変形をす

図7 工作機械構造の違いによる熱変形の影響

図8 工作機械の使用条件の検討——主軸回転数が変化したときの主軸先端温度の時間変化

図9 マシニングセンタの発熱量の同定

る対称構造では工作機械の駆動の際にその駆動量を制御して変形を補正しようとするならば、加工精度の向上を図ることも可能になるであろう。このようにして設計段階において工作機械構造についていくつかの提案、すなわちメニューがあればその熱変形挙動を解析し最善のものを選定し、あるいはさらに細部の設計を行って変形挙動を改善するなどの利用方法があるであろう。

3.3 工作機械の使用条件の検討

工作機械の発熱は、したがって温度上昇と熱変形はその使用条件によっても影響を受ける。中でも特に主軸回転数および機械の運転停止の頻度とその時間間隔は作業準備段階で十分検討されねばならないであろう。

図8は同じシングルコラムタイプマシニングセンタを例にとって主軸回転数を280, 560, 1670 rpmにかえたときの主軸先端温度の時間変化を計算した結果である。ただしこの場合の熱源としては主軸頭前後の軸受と主軸底面における油だめを主熱源とし、その発熱量を図9のように実験値と解析値より推測している⁴⁾。図8から主軸回転数が上昇し、その部分における発熱量の増大とともに工作機械構造の温度も上昇していくことがわかる。またこの結果から実作業の途中で主軸回転数が切り換え

図10 マシニングセンタを連続運転および停止時間を持って運転した場合の主軸先端の温度の時間変化

られる場合には機械構造の温度分布と、したがってその熱変形が時間変化してゆく。その範囲を設計段階あるいは作業段階で推定するには実作業で使用される最高と最低の主軸回転数における定常状態の機械構造の温度分布と熱変形を求めておけば十分であろう。

実切削作業においてはこれまで述べたように連続運転されるのではなく、工作物あるいは工具の交換のためにしばしばある時間停止することがある。このように機械の運転停止が繰返されるときの工作機械の熱変形挙動も非定常熱剛性解析プログラムによって解析することができる。図10はシングルコラムタイプマシニングセンタにおいて主軸回転数を560 rpmとし、連続運転および停止時間間隔を運転時間に対し8 minのうち停止時間を2 min, 4 min, 6 min とかえたときの主軸頭先端の温度の時間変化を計算した結果である。当然停止時間が長く発熱量が少ない時ほど温度上昇は少なく、時間経過とともにその平均発熱量による一定値へ変動しながら接近してゆく。またこのような解析からあまり停止時間が長ければ一つの作業時間中での工作機械の熱変形がある程度の大きさを持つようになり加工精度に悪い影響を及ぼすことがわかる。

3.4 環境温度の影響

工作機械の置かれている環境は温度が常に一定に保たれているとはいえない。たとえば1日をサイクルとした室温の緩慢な変化、直射日光、あるいはその副次的な影響、隣接する機械あるいは装置からの熱輻射などによる環境変化が考えられる。これらの工作機械の熱変形挙動への影響もまた実作業管理のために十分注意をする必要がある。

このような問題は熱剛性解析プログラムの入力として環境温度の上昇値をインプットするか外壁に適当な熱源

図 11 環境温度の影響——環境温度がステップ状に 10°C 上昇した場合のマシニングセンタの温度変化と主軸頭先端変位の時間変化

を仮想することによって検討できる。このような一例として図 11 に環境温度がステップ状に 10°C 上昇したときのマシニングセンタの機械構造の 3 点の温度変化の様子を、また同じ図にそのときの主軸頭先端の x, y, z 方向変位の時間変化の様子を示す。このとき機械の基礎の温度は一定に保たれている。この図から機械各部の温度は時間とともに上昇してゆき、特に上部の温度は次第に 10°C に近づくことがわかる。このような解析結果から必要な加工精度維持に環境条件をどの程度管理し、あるいは制御したらよいか推測することができよう。

4. 結 論

工作機械構造の熱剛性を解析するために有限要素法を利用した計算機プログラムを作成し、実用上熱剛性解析が必要と思われるいくつかの問題に適用して次のような

結論を得た。

- (1) 本熱剛性解析プログラムは工作機械構造の定常ならびに非定常状態の温度変化および熱変形変化を実用上十分な精度と適度な計算時間内（節点数 100 で 10 min 以内）で解析できる。
- (2) この計算機プログラムは第 1 報の静剛性あるいは動剛性解析プログラムと同じ形状入力データを共有することで総合的な剛性解析システムを構成している。
- (3) この熱剛性解析プログラムの適用によって設計段階における工作機械構造の選定、作業準備段階におけるウォーミングアップ時間の設定、工作機械の使用条件の検討、実作業段階での環境管理あるいはその制御について有用な結果が得られることが確かめられた。

最後に本研究の実施にあたり多大のご支援をいただいたセイコー精機株式会社、株式会社牧野フライス製作所ならびに日本ユニバックに対し厚く感謝の意を表す。

文 献

- 1) 佐田登志夫ほか：工作機械構造の剛性解析システム(第 1 報)——静剛性および動剛性解析, 精密機械, 42, 10 (1976) 955.
- 2) O. C. ツィエンキーヴィッチほか (吉識監訳)：マトリックス有限要素法, 培風館 (1970) 162.
- 3) 佐田登志夫ほか：工作機械の熱変形制御 (第 1 報)——加工開始前の早期安定化について, 精密機械, 41, 6 (1975) 592.
- 4) T. Sata et al.: Analysis of Thermal Deformation of Machine Tool Structure and its Application, Proc. MTDR Conf., (1974) 275.