研究

工作機械における自励びり振動安定性の予知*

—工作機械構造動特性のインプロセス解析 (第1報)—

森 脇 俊 道** 針 谷 哲 三*** 岩 田 一 明**

Prediction of Self-excited Machine Tool Chatter

—In-process Analysis of Machine Tool Structural Dynamics (1st Report)—

Toshimichi MORIWAKI, Tetsuzo HARIGAI, Kazuaki IWATA

Theoretical and experimental investigations were carried out to identify the dynamics of a machine tool structure during cutting and to predict the borderline of stability against the self-excited regenerative chatter. The validity of theoretical analysis in calculating the stability limit for conventional machining was confirmed by cutting experiments employing a structural model on an engine lathe. The model dynamics were identified during cutting under stable (non-chattering) cutting conditions by applying a technique of system identification based on the time series analysis of the small random cutting force variations measured by a specially designed tool dynamometer and the corresponding minute vibrations. The identified natural frequency of the model during cutting was found to be identical with that obtained by a harmonic excitation test when the machine was not running. The dynamic compliance, on the other hand, varied depending on the cutting conditions, especially the depth of cut. The experimentally obtained borderline of stability had a fairly good agreement with that calculated from the identified dynamics of the structure and the cutting dynamics, the latter being estimated from the static cutting data based on the so-called shear plane model. Both experiment and prediction showed high stability at low cutting speeds.

1. 緒 言

近年数値制御に代表される切削加工の自動化が促進されるにつれ、工作機械をできるだけ効率よく、しかも安定に稼働させるために、切削加工中に発生するびり振動に対する工作機械の安定限界を正確に把握する必要がある。特にセラミックをはじめとする新種工具材料の開発による加工能率の向上とともに、この問題はより重要なものとなってきている。

工作機械のびり振動に関してはこれまで多くの研究^{1)~3)}がなされているが、それらを総合すると安定限界を求めるにあたって以下の3点を考慮する必要がある。すなわち、① 工作機械構造の動特性、② 切削過程の動特性、および③ 安定判別式あるいは判定基準である。

このうち特に工作機械構造の動特性を測定する方法としては、従来よりの周波数応答法のほかにランダム加振法⁴⁾、フーリエ解析に基づく衝撃試験法などが開発され広く実用に供されている。しかしこれらはいずれも何ら

かの形で外力により工作機械を加振するものであり、しかも多くは工作機械が静止している状態での動特性を求めるにすぎず、得られた動特性は必ずしも実稼動中のものとは一致しない。工作機械駆動中の動特性を求めるために、電磁マグネット加振機⁵⁾を利用したり、また加振源を切削過程から得るため被削材にあらかじめランダムなみぞを加工して切削を行う⁶⁾などの工夫も見られるが、いずれも実用的とはいえない。そのほか切削過程のランダムさに着目し、切削力の微小変動から動特性を求めた例⁷⁾⁸⁾もあるが、測定精度の点でまだ不十分であるように思われる。

そこで本研究は、実切削中に得られるランダムな微小切削力変動とそれに伴う工具・被削材間の微小相対変位に着目し、時系列解析の手法を用いて工作機械構造の動特性をインプロセスで解析しようとするものである。ここではさらに測定した動特性をもとに自励びり振動に対する安定限界を予測し、実測した安定限界と比較検討する。

2. 理 論 解 析

2.1 安定限界基準

いま簡単のため旋削における突切り作業のような二次

* 原稿受付 昭和50年12月5日。昭和49年度精機学会春季大会学術講演会(昭和49年4月7日)にて発表。

** 正 会 員 神戸大学工学部(神戸市灘区六甲台町)

*** 正 会 員 (株)島津製作所(京都市右京区西院)

図1 再生型自励びり振動系の等価ブロック線図

元切削を考えるものとする、全切削系は図1に示す等価ブロック線図で表される。図において $u_0(s)$ は定常切込み、 T は時間おくれ（旋削での被削材1回転に要する時間に相当）、 μ は重複係数であり、他は図に示すとおりである。ここで工具・被削材間相対変位は背分力方向のみを考慮し、主分力方向変位は直接切削動特性に影響を与えないものとする。また切削動特性に対して、現時点における工具・被削材間相対変位（インナモジュレーション, inner modulation と呼ぶ）と、被削材1回転前の相対変位（アウトモジュレーション, outer modulation と呼ぶ）は互いに独立に作用するものとする。

さてここで系の定常成分を無視し、変動成分のみに着目すると、切削動特性は図1の複素変数 $I_t(s)$, $I_v(s)$, $O_t(s)$, $O_v(s)$ によって表され、切削力および工具・被削材間相対変位との関係は次式で与えられる。

$$F_t(s) = -I_t(s)y(s) + O_t(s)\mu y(s)e^{-Ts} \quad (1)$$

$$F_v(s) = -I_v(s)y(s) + O_v(s)\mu y(s)e^{-Ts} \quad (2)$$

工作機械構造動特性に関しても同様に $G_t(s)$, $G_v(s)$ で表され

$$y(s) = G_t(s)F_t(s) + G_v(s)F_v(s) \quad (3)$$

が得られる。式(1), (2), (3)より次式が導かれる。

$$\frac{y(s)}{y(s)e^{-Ts}} = \mu \frac{G_t(s)O_t(s) + G_v(s)O_v(s)}{1 + G_t(s)I_t(s) + G_v(s)I_v(s)} \quad (4)$$

式(4)は現在および被削材1回転前の工具・被削材間相対変位の大きさの比を表しており、従ってこの値が1より大きい小さいかによって系の振動が発散して不安定になるか、あるいは減衰して安定になるかを示している。これより安定限界基準として次式が導かれる。

$$\left| \frac{y(s)}{y(s)e^{-Ts}} \right| = 1 \quad (5)$$

多くの場合、工作機械構造のクロスリセプタンス $G_v(s)$ はダイレクトリセプタンス $G_t(s)$ に比べて無視することができ、そうした場合の単純化した安定限界基準は次式で与えられる。

$$\left| \frac{G_t(s)O_t(s)}{1 + G_t(s)I_t(s)} \right| = \frac{1}{\mu} \quad (6)$$

ここで上式における $G_t(s)$, $O_t(s)$, $I_t(s)$ はいずれも複素数で周波数の関数であるが、これらを以下のように置き代えると Merritt の単純化した安定限界基準¹⁾を得ることができる。

$$\left. \begin{aligned} \mu &= 1, \quad G_t(s) = \frac{1}{k_m} G_m(j\omega) \\ O_t(s) &= I_t(s) = k_c \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

2.2 工作機械構造動特性

工作機械構造動特性をインプロセスで測定する方法として、ここでは先に述べたとおり、実切削中に得られるランダムな微小切削力変動とそれに伴う工具・被削材間の微小相対変位に着目し、時系列的に得られるこれらのデータから動特性を推定する方法をとっている。このような時系列解析にもとづくシステム同定の方法に関しては、従来より多くの手法が開発されており⁹⁾ 詳しくは述べないが、ここでは以下に述べるスペクトル推定にもとづく方法を採用している。

すなわち、いま工作機械構造動特性が線形であると仮定すると、その周波数応答関数 $G(j\omega)$ は次式で与えられる。

$$G(j\omega) = \frac{\Phi_{yF}(j\omega)}{\Phi_{FF}(j\omega)} \quad (8)$$

ここで $\Phi_{FF}(j\omega)$ は工作機械構造への入力すなわち切削力のパワースペクトラムの推定値、 $\Phi_{yF}(j\omega)$ は入力と出力（この場合、工具・被削材間相対変位）間のクロススペクトラムの推定値を示す。系の線形性および推定精度の目安を示す値としてコヒーレンシ $\gamma^2(j\omega)$ が次式で与えられる。

$$\gamma^2(j\omega) = \frac{|\Phi_{yF}(j\omega)|^2}{\Phi_{FF}(j\omega)\Phi_{yy}(j\omega)} \quad (9)$$

$\Phi_{yy}(j\omega)$ は出力のパワースペクトラムの推定値を示す。式(9)は一般に0から1の間の値をとり、その値が1に近いほど線形性、推定精度は高いとされている。

計算手順としてここでは、得られた時系列データからまず相関関数を求め、ついでスペクトラムを推定する方法をとっている。またスペクトラム平滑化のため Hanning のウィンドウを用いている。

2.3 切削過程動特性

切削過程の動特性に関しては、これまで多くの理論的、実験的研究^{10)~13)} がなされてきているが、これらはいずれも一定の切削条件下で、任意の周波数における切削動特性を与えるに十分とはいえず、従ってそのまま式(6)にあてはめることができない。そこでここでは Das と

図2 旋削における切込みと等価な切削幅の関係

図中の太破線は実測に基づき計算した安定限界の例を示す。送り $s=0.2$ mm/rev, ノーズ半径 $r=0.4$ mm, 横切れ刃 $\lambda=45^\circ$

図3 d と w_e および μ と w_e の関係

Tobias¹⁴⁾ により提案されたいわゆるせん断面モデルを用いて、あらかじめ定常切削状態において求めた切削データをもとに動特性を推定することとする。このモデルは基本的には切削力は常にせん断面面積に比例し、しかも動状態におけるせん断面は各瞬間における切削方向に対して一定の角度を保つという仮定にもとづいている。この方法は第1近似としては比較的精度がよいとされ、しかも任意の周波数における動特性が計算により容易に求められるという特長を有している。2次元切削におけるインナモジュレーション効果 $I_i(j\omega)$ およびアウトモジュレーション効果 $O_i(j\omega)$ は以下のように与えられる。

$$I_i(j\omega) = \frac{k_c w}{\sin \phi_m} \left[\left(\frac{D \cos \phi_m - 1}{D \sin \phi_m} \right)^2 + \frac{\omega^2}{v^2} u_0^2 \right]^{1/2} e^{j \frac{D \sin \phi_m}{D \cos \phi_m - 1} u_0 \frac{\omega}{v}} \quad (10)$$

$$O_i(j\omega) = \frac{k_c w}{\sin \phi_m} \left(\frac{D \cos \phi_m - 1}{D \sin \phi_m} \right) e^{j \frac{\omega}{v} u_0 \cot \phi_m} \quad (11)$$

ここで w , v , ϕ_m はそれぞれ切削幅, 切削速度, 平均せん断角で, k_c は主分力をせん断面面積で割った値, D は

universal machinability index と呼ばれる値で, $D=k_c/k_s$ 。ただし k_s はせん断力をせん断面面積で割った値である。これよりあらかじめ一定の v , u_0 , w に対して定常切削から k_c , ϕ_m , D を測定しておくことにより, 任意の周波数における I_i , O_i が求められることになる。

以上の解析はいずれも2次元切削を対象としたものであるが, 一般の3次元切削の場合についても以下のように拡張し得る。すなわち, たとえば図2に示すようにノーズ半径 r , 横切れ刃角 λ の工具で旋削を行う場合について考えるものとする。図において s は送り, d は切込みである。ここで切れ刃に沿った各微小部分 $r d\theta$ について近似的に2次元切削の条件が満足されるものと仮定する。いま背分力方向に工具・被削材間相対変位 Δx が生ずると, 切削厚さ方向の変動は $\Delta u = \Delta x \cdot \cos \theta$ で与えられる。これに相当する切削力変動 ΔF_u の背分力方向成分は $\Delta F_x = \Delta F_u \cdot \cos \theta$ である。以上より切込み d と等価な切削幅 w_e の関係は次のように与えられる。

$d < d_1 = r(1 - \sin \lambda)$ に対して

$$w_e = \int_0^{\theta_d} r \cos^2 \theta d\theta = r \left(\frac{\theta_d}{2} + \frac{1}{4} \sin 2\theta_d \right) \quad (12)$$

ただし

$$\theta_d = \cos^{-1} \left(1 - \frac{d}{r} \right) \quad (13)$$

$d \geq d_1$ に対して

$$w_e = \int_0^{\theta_1} r \cos^2 \theta d\theta + \frac{d-d_1}{\cos \lambda} \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \lambda \right) = r \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\lambda}{2} + \frac{\sin 2\lambda}{4} \right) + \frac{d-d_1}{\cos \lambda} \sin^2 \lambda \quad (14)$$

重複係数 μ は次のように与えられる。

$$\lambda = \begin{cases} \frac{AB}{AC} & d < d_1 \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \frac{AB + BD}{AC + CE} & d \geq d_1 \end{cases} \quad (16)$$

d と w_e および μ と w_e の関係の例を図3に示す。図は $s=0.2$ mm/rev, $r=0.4$ mm, $\lambda=45^\circ$ に対するもので, これらは以下の実験における典型的な条件である。図における破線は実験的に求めた工作機械動特性と, 切削動特性より式(6)を用いて種々の重複係数 μ に対して安定限界切削幅を計算した結果を示す。これよりこの場合の等価な安定限界切削幅は図におけるA点で与えられ, したがって安定限界切込みはB点で与えられる。

図4 実験装置の概要

図5 動力計の概要

3. 実験装置と実験方法

実験は図4に示すように、旋盤チャックとセンタで固定した細長いアーバの一端に取付けた円盤状被削材を長手旋削する方法を採用している。切削中の微小切削力変動とそれに伴う微小な工具・被削材間相対変位より工作機械動特性を推定するため、切削背分力を後述する動力計で、また相対変位を容量型微小変位計で測定した。これらのアナログ信号は遮断周波数 500 Hz のローパスフィルタを通してノイズ成分を除去した後、A-D変換器によりデジタル量に変換してミニコンピュータ (HP 2100, コアメモリ 16K 語) を用いて処理した。なお同じ工具、被削材について、種々の切削速度において切込みを変化させて切削を行い、安定限界線図を同時に実験的に求めた。

図5は特に背分力の動的成分を精度よく検出するために設計した動力計の概要を示している。動力計は基本的には対称な突起を有する一組の板から成っており、図に示すように工具シャンクをはさんで刃物台に取付けられている。4つの突起のうちA'の部分に4枚のひずみゲージがはりつけてある。切削主分力および送り分力は主として前の2つの突起に作用し、ゲージではほとんど検出されないのに対し、背分力は4つの突起に均等に作用し、しかもその曲げひずみは4枚ゲージにより感度よく検出されるようになっている。

図6 実測した動力計の動特性

この動力計は構造的には単純で、しかも重量が軽いいため固有振動数も高く、特に動特性がすぐれている。図6はその周波数特性を実験的に求めた結果を示すもので、ゲイン、位相共 500 Hz 程度までほぼ均一な特性を有していることがわかる。他の切削力成分による干渉も少なく 0~500 Hz の周波数範囲で数%以下であった。また動力計の背分力方向に対する静的剛性は約 20 kg/ μ m であり、本実験において十分満足し得るものと考えられる。

実験に使用した被削材、工具ならびに切削条件は以下のとおりである。

被削材: 構造用炭素鋼 S45C

工具: P10 系超硬工具 (スローアウェイ型 4 角チップ)
平行すくい角: -5° , 垂直横すくい角: -6° , 横切れ刃角: 45° , ノーズ半径: 0.4 mm

切削条件:

切削速度: 18~100 m/min, 送り: 0.2 mm/rev,
切込み: 0.2~0.8 mm

4. 実験結果と考察

切削中に得られたデータにもとづいて推定した工作機械構造動特性の一例を図7に示す。この場合の切削条件は切削速度 24 m/min, 送り 0.2 mm/rev, 切込み 0.3 mm で、測定した切削力および工具・被削材間相対変位はいずれもサンプリング周波数 1 kHz で A-D 変換している。計算に用いたデータ数は各チャンネル当たり 924 点である。図におけるコヒーレンシは第1次共振までの周波数範囲において、かなりよい推定精度が得られていることを示している。第1次共振を越えた周波数範囲においては、主として工作機械構造の応答が相対的に小さくなることより、推定精度は低下しているが、最も重要な共振はここでは第1次共振であり、それ以外の周波数にお

切削速度: 24 m/min, 送り: 0.2 mm/rev,
切込み: 0.3 mm

図7 切削中に推定した工作機械構造周波数応答の例

切削速度: 18 m/min, 送り: 0.2 mm/rev

図8 機械構造動特性に及ぼす切込みの影響 (ベクトル線図)

ける精度低下はさほど問題とはならない。実験において推定精度が十分高くないと判断された場合、3~5回にわたって連続して動特性を推定し、その平均値を採用した。

先に示した実験装置の概要(図4)からも理解し得るように、この場合の工作機械構造動特性は主としてアーク自身の動特性に依存するものと考えられる。そこで通常の動電型加振機を用いて被削材を水平方向に正弦波加振し、周波数応答を求めた結果、第1次共振周波数は種類の切削条件下で求められたものに対し、10 Hz以内の精度で一致した。しかしコンプライアンスのピーク値は、切込み、送り、主軸速度により変化し、加振により

切削幅: 1 mm, 切込み: 0.2 mm, 周波数: 170 Hz

図9 定常2次元切削より求めたインナモジュレーション効果およびアウトモジュレーション効果

求められたものに必ずしも一致しなかった。切削条件のうち最も大きな影響を有する切込みについて、その効果を実験的に求めた例を図8に示す。図より切込みの増加に伴い動的コンプライアンスが減少することがわかるが、その理由の1つとして工作機械構造に作用する予荷重の変化による非線形な応答が考えられる。

切削過程の動特性を推定するため、同じ被削材を用いて本実験に等価な定常2次元切削を行い、切削主分力、背分力および平均せん断角を求めた。これらのデータをもとに式(10),(11)よりインナモジュレーション効果、およびアウトモジュレーション効果を計算した結果を図9に示す。図は特に周波数170 Hzの場合に対する結果を示すもので、各切削速度における切削動特性をいずれもゲインと位相に分けて表している。ゲインは切削速度40 m/min近くで大きく変化しているが、位相は切削速度の低下とともに進む傾向を有している。

切削中に求めた工作機械構造動特性と上述の切削動特性より、再生型自励びり振動に対する安定限界を予測した結果を図10に示す。図はいわゆる接線安定限界を表しており、計算より求められる厳密ないわゆる葉状安定限界は、この切削速度範囲ではほとんど重複するためその包絡線を示している。なお安定限界予測に用いた工作機械構造動特性は、各切削速度においていずれも切込み0.2 mmで得られたものを採用しており、したがって切込みの相違による動特性の変化は考慮に入っていない。予測によれば安定限界は切削速度25 m/min以下で急速に増大しているが、これは主として切削動特性の位相進みにより減衰力が作用し、切削系の安定化をもたらすことによるものである。

送り: 0.2 mm/rev
図10 再生型自励びり振動に対する安定境界の予測値と実験値

図10はまた切削実験により直接安定限界を求めた結果も示している。図における○印は各実験条件を示し、白丸が安定、黒丸が不安定の状態を表している。実験より求めた安定限界と予測した安定限界は切削速度の高いところで若干相違を示しているが、全般によい一致を見ていると言える。

5. 結 言

3次元切削における再生型自励びり振動に対する安定限界を予測するための理論解析を行い、裏付けのために旋削の場合について実験を行った。特に工作機械構造の動特性に関してはインプロセスで測定を行うため、定常切削状態におけるランダムな微小切削力変動とそれに伴う工具・被削材間の微小相対変位に着目し、時系列解析の手法を応用して動特性の推定を行った。またこのため切削背分力を高精度で測定する特殊な切削動力計も試作した。得られた結果は以下のとおりである。

- (1) 切削背分力の動的成分を測定するために試作した動力計は十分な感度を有し、しかも動的特性については約 500 Hz 程度までほぼ均一なゲイン、位相特性を有している。
- (2) 切削中に測定した工作機械構造動特性のうち、共振周波数は工作機械停止中に求めたものにほぼ一致するが、動的コンプライアンスは切削条件により変化し、特に切込みの影響は大きい。
- (3) びり振動に対する安定限界の予測値と実測値は比較的よい一致を示し、いずれも低切削速度における安定性の増大を示している。

参 考 文 献

- 1) H. E. Merritt: Theory of Self-excited Machine Tool Chatter, Trans. ASME, J. Engg. Ind., Ser. B, 87, 4, (1965) 447.
- 2) J. Tlustý and M. Poláček: The Stability of Machine Tool against Self-excited Vibration in Machining, Int. Res. Prod. Engg. (Proc. Int. Prod. Engg. Res. Conf., Pittsburgh, Pa.), ASME, (1963) 465.
- 3) S. A. Tobias: Machine Tool Vibration, Blackie, Glasgow, (1965).
- 4) N. H. Hanna and A. W. Kwiatkowski: Identification of Machine Tool Receptances by Random Force Excitation, Int. J. MTDR, 11, 4, (1971) 309.
- 5) A. W. Kwiatkowski: The Magnetic Vibrator for the Determination of Machine Tool Characteristics, Proc. 9th Int. MTDR Conf., (1968) 571.
- 6) H. Opitz and M. Weck: Determination of the Transfer Function by Means of Spectral Density Measurements and Its Application to the Dynamic Investigation of Machine Tools under Machining Conditions, Proc. 10th Int. MTDR Conf., (1969) 349.
- 7) H. M. Al-Samarai and A. W. Kwiatkowski: Identification of Milling Machine Receptances from Random Signals during Cutting, Ann. CIRP, 16, (1968) 137.
- 8) C. F. Field: Cross-correlation and Milling Machine Dynamics — A Case Study, Int. J. MTDR, 9, 2, (1969) 81.
- 9) T. Moriwaki and T. Hoshi: System Identification on Digital Techniques, Keynote Paper Presented at the 24th General Assembly of CIRP, Kyoto, (1974) 1.
- 10) J. Peters, P. Vanherck and H. Van Brussel: The Measurement of Dynamic Cutting Coefficient, Survey Lecture to the CIRP General Assembly, (1971) CRIF-MC 39, 1.
- 11) 竹山秀彦, 坂田興亜: ステップ応答による切削過程の解析——切削における動特性の解析 (第2報), 精密機械, 36, 8 (1970) 35.
- 12) 竹村 正, 山本正伸, 星 鉄太郎: 切込み方向振動による切削過程のスティフネス伝達特性の解析——切削過程の動特性に関する研究 (第1報), 精密機械, 38, 4 (1972) 35.
- 13) 森脇俊道: 時系列解析による切削過程の動特性の研究 (第1報)——スペクトル法による切削動特性の同定, 精密機械, 39, 10 (1973) 40.
- 14) M. K. Das and S. A. Tobias: The Relation between the Static and the Dynamic Cutting of Metals, Int. J. MTDR, 7, 1, (1967) 63.