格子移動機構を備えた投影型モアレトポグラフィ法*

吉 澤 徹** 米 村 元 喜**

Moiré Topography with the Lateral Movement of a Grating

Toru YOSHIZAWA, Motoki YONEMURA

An expression defining the position of contours is re-examined in moiré contouring system of projection type. The newly obtained expression adds a correcting term involving a phase difference between gratings to the expression used conventionally. Based on the physical meaning of this expression, a new attempt of lateral movement of one grating is introduced to the former measuring apparatus. In this new way, several characteristics are given to the moiré pattern method. By moving one grating relatively to the other, the following properties are provided to the system.

- (1) Any point on the object may be adjusted to coincide with the contour line.
- (2) Distance between two points on the surface and the displacement of the object can be obtained by the measurement of the shifted distance of the grating.
- (3) Multiplication of contour lines can be performed by the suitable movement of the grating and the multiexposure.
- (4) Judgement may be given whether a part is a hill or a valley by observing the direction of movement of the fringes as the grating is shifted.

1. は じ め に

光学的パターンを利用した三次元測定法の一つとしてモアレトポグラフィ法は種々の分野に適用されている¹⁾。このモアレトポグラフィ法には、大別して実体格子法と格子投影法とがあり、それぞれにすぐれた特長を有している。特に格子投影法にあっては光学系の組み方に自由度が多いところから、対象物体から離れた点より、コンパクトな装置によって種々の操作を加えながらの形状測定ができることは実用的見地から大変に有効である。しかしその反面、自由度の多さが災いして、測定精度を高めることが難しいことも事実である。特に等高線として形成されるモアレ縞の位置、従って等高線の基準となる面が判然としないことは、いわば測定の原因が不明確であることであり、根本的な欠点であった。そのうえ等高線位置が不明確である理由も明らかでなかった。

そこで筆者らは、この不明確性の原因が二つの格子の相対的位置関係にあることを示すとともに、新たに格子位置を相対的に移動させる機構を採用することによって、従来の投影型モアレトポグラフィ法の機能に加えて、さらにいくつかの新しい測定方法が与えられることを明らかにする。

2. 格子の相対的位置関係

いわゆる投影型モアレトポグラフィ法の測定原理は、その基礎となった Meadows らおよび高崎の実体格子法²⁾³⁾と対比して説明されている⁴⁾。図1はこの二つの方法を幾何光学的に説明する原理図であり、実体格子法では点光源Sによって格子Gを照射すれば、格子の影が物体上に形成する変形格子ともとの基準格子とによって距離 $h_1, h_2, \dots$ の位置に順次縞次数 $N=1, 2, \dots$ のモアレ縞が生じ、これは光源Sより d だけ離れた点より観察するとき物体の等高線を表すと解釈される。これに対応して格子投影法の場合には投影側格子 G_1 をレンズ L_1 によって物体に投影し、物体上に生じた変形格子像をレン

図1 モアレトポグラフィ法原理図

* 原稿受付 昭和51年6月4日。昭和51年度精機学会春季大会学術講演会(昭和51年4月4日)にて発表。

** 正 会 員 山梨大学工学部(甲府市武田4-3-11)

図2 格子投影法の等高線位置

ズ L_2 によって観察側（撮影側）格子 G_2 上に結像させることにより、同様に基準面より $h_1, h_2, \dots$ の位置に等高線としてのモアレ縞がつけられ、第 N 次の縞の基準面からの距離 h_N は次式で与えられるとされていた⁴⁾。

$$h_N = \frac{l(l-f)Np}{fd - (l-f)Np} \quad (1)$$

ここで d は二つのレンズ L_1, L_2 の主点間の距離、 p は格子 G_1, G_2 のピッチ、 f はレンズ L_1, L_2 の焦点距離、 l はレンズ主点より物体上基準点までの距離である。従って距離 d を同一にとれば、これら二つの方法は、等高線の生じる位置をも含めて、全く同一に対応すると考えられがちであった。しかし投影法の使用にあたっては、同一に光学素子を配置したつもりであっても、等高線位置が狂ってしまうことが経験されていた。

これは、実体格子法にあっては同一の連続した格子を使用しているのに対して、投影法にあっては別々の格子を投影用、観察用に使用していることに起因している*。すなわち、従来の投影法においては、二つの格子 G_1, G_2 の条について、相対的位置関係が全く考慮されていない。そこで、二つの格子 G_1, G_2 の透過率分布を、格子上的点 x においてそれぞれ次のように表せるものとする。

$$T_1(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{2\pi x}{p} \quad (2)$$

$$T_2(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sin \left[\frac{2\pi}{p} (x + \epsilon) \right] \quad (3)$$

ここで、 p は二つの格子のピッチ、 ϵ は格子条の位相差を示す。図2はこのときの等高線形成を示すものである。位相差 ϵ がゼロであるときには、基準面は $N=0$ の位置にあり、等高線は次数 $N=1, 2, \dots$ に従って図のよ

うにつくられるが、位相差 ϵ が存在するときには、基準面は $N=0'$ 、等高線は $N=1', 2', \dots$ の位置へとずれて形成されることを示している。いま、 $N=0$ で与えられる面を基準面にとり、位相差 ϵ が生じた場合について考えると、Meadows らの例にならえば、図2の座標 (x, h) により、物体上に投影された格子 G_1 の強度分布 I_1 は、

$$I_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{2\pi lx}{p_0(h+l)} \quad (4)$$

となる。格子 G_2 に ϵ の位相ずれが生じたとすれば、基準面 $N=0$ 上においては、位相差 ϵ_0 が生じる、すなわち図の点 A は A' に移動することとなり、物体上に投影されたとみなした場合の格子 G_2 の強度分布 I_2 は次のようになる。

$$I_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{2\pi}{p_0} \left(\frac{dh+lx}{h+l} - \epsilon_0 \right) \quad (5)$$

式(4)、(5)における l はレンズ主点より基準面までの距離を表す。また p_0 は基準面上での投影された格子のピッチである。従って、物体上の点 (x, h) における強度分布 I_3 は、この2式の積として与えられる。

$$I_3 = \frac{1}{4} \left[1 + \sin \frac{2\pi lx}{p_0(h+l)} \right] \times \left[1 + \sin \frac{2\pi}{p_0} \left(\frac{dh+lx}{h+l} - \epsilon_0 \right) \right] \quad (6)$$

式(6)を展開して得られる各項のうち、モアレ縞を示すものについてのみ計算すれば²⁾、次のようになる。

$$\cos \frac{2\pi}{p_0} \left[\frac{dh - \epsilon_0(h+l)}{h+l} \right]$$

それゆえに、縞次数 N をもつモアレ縞はこれを $\cos 2\pi N$ と等置することによって、基準面より次の h_N の距離に生じていることがわかる。

$$h_N = \frac{(Np_0 + \epsilon_0)l}{d - Np_0 - \epsilon_0} \quad (7)$$

式(7)で p_0, ϵ_0 は基準面上での値であるから、元の格子 G_1, G_2 上でのそれぞれの値 p, ϵ に置き換えれば、いわゆる投影型モアレトポグラフィの等高線位置を表す式が得られる。すなわち、次の関係式

$$p_0 = \frac{p(l-f)}{f}, \quad \epsilon_0 = \frac{\epsilon(l-f)}{f}$$

を用いれば、投影型について、

$$h_N = \frac{(Np + \epsilon)(l-f)l}{fd - (Np + \epsilon)(l-f)} \quad (8)$$

$$= \frac{l(l-f)Np}{fd - (l-f)Np} \cdot \left[\frac{1 + \frac{\epsilon}{Np}}{1 - \frac{(l-f)\epsilon}{fd - (l-f)Np}} \right] \quad (9)$$

* 高崎の“格子移動法”は、実体格子法にあっては、いわば、投影側および観察側格子が同一で、常に同じ位置関係にあることから、格子を移動させてもモアレ縞の位置が変わらないことを巧みに利用したものである。

ここで ε を1ピッチ以内の大きさと考えた場合には, 一般的実験条件のもとにあっては次のように近似しうる.

$$h_N \doteq \frac{l(l-f)Np}{fd-(l-f)Np} \cdot \left[1 + \frac{fd\varepsilon}{Np\{fd-Np(l-f)\}} \right] \quad (10)$$

式(9)または(10)から明らかなように, 二つの格子の相対的位置関係を考慮した場合には, 鈴木らの与える式(1)に, 補正項として〔 〕内がかかった形式となっている. すなわち鈴木らのいう基準点までの距離 l というものはアプリアリに定まっているものではなく, 組込んだ二つの格子の位置関係によって, いわば偶然にアポステリオリに与えられるものである. このために, 投影型にあっては等高線基準面が不明になりがちであった. また格子を固定して取付けてある従来の装置によっては物体上の一定点に $N=0$ の基準面をもってくることは容易ではなかった. そこで本研究では, 一方の格子を可動状態とし, 格子を移動することによって物体上の任意の点に第0次の縞(基準面)をもってくることにより, l の値を先験的に定めるとともに, ε の及ぼす影響をなくすることとした.

なお以上の議論は図2によって幾何学的にも導きうるものであり, 例えば格子条の明の部分を通る光線を図の実線と考え, 位相ずれ ε が生じた場合の光路を破線のようにとれば, 幾何光学的に得られる等高線の位置がずれていくことは明白である.

また容易さの点から式(7)に従って表現するとき, $N=0$ の面と $N=0'$ の面との差 Δl は次の大きさとなる.

$$\Delta l = \frac{\varepsilon_0 l}{d - \varepsilon_0} \quad (11)$$

さらに第 N 次の縞と第 $(N-1)$ 次の縞との距離 Δh_N は

$$\Delta h_N = h_N - h_{N-1} = \frac{lp_0 d}{(d - Np_0 - \varepsilon_0)\{d - (N-1)p_0 - \varepsilon_0\}}$$

$d \gg Np_0 + \varepsilon_0$ であれば

$$\Delta h_N \doteq \frac{p_0 l}{d} \cdot \left[1 + \frac{(2N-1)p_0 + 2\varepsilon_0}{d} + \frac{(Np_0 + \varepsilon_0)\{(N-1)p_0 + \varepsilon_0\}}{d^2} \right] \quad (12)$$

となり, 一般には標高差に与える位相ずれの影響は無視できる.

前出の式(7)または(8)から明らかなように, ε または ε_0 が1ピッチ分だけずれると, 縞は1縞分だけ移動することとなる. Milesら⁹⁾は, プロジェクタにより基準格子を投影し, 物体上に生じる変形格子像のネガと基準面に投影したときとのネガを重ね合わせて, これを互いに移動して物体上の任意の点にモアレ縞が入るようにして

(a) 試作投影型モアレトポグラフィ装置

(b) 格子移動機構

図3

いるが, 現実的には精度よくネガ2枚を重ねて移動することは難しい. なお式(7)は, Milesらの与える式と(算出法は記していないが)本質的に同一のものであり, $\varepsilon_0=0$ とおけば実体格子法の場合に相当する.

3. 格子移動の効果

式(8)の意味するところを具体化するために試作した装置を図3に示す. (a)はその外観であり, (b)は格子移動の機構を図解したものである. 移動すべき格子としては観察側格子を用い, これを案内面に沿ってマイクロメータヘッドで微動させ, 送り量を読みとった. 使用した格子のピッチは100ないし200 μm であり, また現在のところ送りの精度が必ずしも十分とは言えないが, 従来にない機能のいくつかを備えているので, こうした新規な点について報告する.

図4は試作した装置により撮影した石膏像の例である. 従来の装置ではこうした写真の1枚が撮影されるにすぎず, また等高線の入る位置も偶然に定まるにすぎない. マイクロメータヘッドにより格子を送ることによ

図4 格子移動による撮影例

図5 距離測定の二つの方法

り、任意の点を通る等高線を実時間で観察できることとなる。また縞の移動により、任意の基準点を設定できる。

3.1 モアレ距離計としての応用

モアレ現象によって距離を測定する試みは、例えば、吉野らにより、ゾーンプレートを投影することにより生じるモアレ縞を利用して行うことがなされている⁶⁾が、この方法では測定範囲に直線性が乏しいようである。そこで広い測定域にわたって直線性が維持できる方法として、前述の装置を応用してみた。

実際に距離を測るには二つの場合がある。図5はこの二つの測定方法を示す原理図である。

その一は、物体の移動に伴う移動距離を測定する場合であり、図のように物体の動きにつれて、物体上の一点がよぎる等高線の数をカウントすることによって測定される。端数が生じた場合には格子を移動させてその量を読みとり追加すればよい。

その二は、静止物体の2点間の距離を知ろうとする場合である。このときは、格子を順に送り、一定の縞が一点を通り、他点に至るまでに送られた格子の移動量を読みとることから距離の測定ができる。斜めに置かれた平板に標点をつけ、後者の方法によって奥行き方向の距離

図6 格子移動による距離測定結果

を測った例を図6に示す。使用した装置では測定範囲を深くとることができなかったために、図の左右にあってはモアレ縞が見にくくなってしまったため、これ以上の読取りは困難であったが、改良により、さらに広い範囲を測定しようと考えられる。

3.2 モアレ縞の増倍への応用

モアレトポグラフィ法において得られる測定感度は一般には低いものであるために、モアレ縞の増倍をはかることによって、測定の精度を高めることが要求されることがある。従来、撮影したネガを高次回折光を利用して処理する方法などがあったが、相当に面倒であるために、ここでは格子の移動により縞が動くことを応用して、縞の増倍をはかった。式(8)にて意味されるように、一方の格子を例えば1/2ピッチだけ移動させれば、モアレ縞も半縞分だけ移動する。図7は扇風器の羽根に生じたモアレ縞を半縞分だけ移動させた場合の合成写真である。(ここでは、縞の移動を明らかにするために、いわゆる斜め切断を行って鋭い縞をつくっているの、等高線

図7 格子移動による縞のずれ（扇風機の羽根に斜め切断を与えた場合）

図8 二つの格子の透過率分布のモデル

は紙面に平行な面には生じていないし、他の2枚の羽根のモアレ縞は細かすぎて定かではない。）

従って、格子の移動の前後のモアレ縞を多重露光すれば縞の分割が可能である。しかしこの場合には前図からも知られるように、縞の鋭さ、鮮明さが大変に影響する。そのために、一般に用いられているような透過率が矩形波型の格子を使って縞の鮮鋭さを得るには、明暗格子の明の部分の幅を狭くすればよい。これについて、次のような簡単な場合を例にとって計算する。

二つのわずかに異なるピッチをもつ格子によって形成されるモアレ縞について考える。二つの格子の透過率分布を図8のようにモデル化し、次のようにフーリエ級数展開して表す。

$$\left. \begin{aligned} T_1(x) &= \frac{s_1}{p_1} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n} \cdot \sin \frac{\pi n s_1}{p_1} \cdot \cos \frac{2\pi n}{p_1} x \\ T_2(x) &= \frac{s_2}{p_2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n} \cdot \sin \frac{\pi n s_2}{p_2} \cdot \cos \frac{2\pi n}{p_2} x \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ここで、 n は自然数、 p_1, p_2 は格子のピッチ、 s_1, s_2 は格子の明の部分の幅である。

物体上に格子が完全に投影され、また物体面が完全に撮影側格子面に結像されたとすると、結像面における強度分布 $I(x)$ は次式で与えられる（ここで、投影倍率、結像倍率は両者とも簡単のために1とする）。

図9 モアレ縞の強度分布

$\Delta h_s \approx 3\text{mm}$
(a) 1回露光による

$\Delta h_s \approx 1.5\text{mm}$
(b) 二重露光による増倍

図10 縞の増倍の例（扇風機の羽根の一部の等高線を2倍としたもの）

$$\begin{aligned} I(x) &\propto \langle T_1(x) \cdot T_2(x) \rangle \\ &= \frac{s^2}{p^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi^2 n^2} \cdot \sin^2 \frac{\pi n s}{p} \\ &\quad \times \cos \left(2\pi \frac{\Delta p}{p^2} n x \right) \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、 $\langle \rangle$ は最終的に人間の目で観察するときの解像限界内の小面積（点像の広がり）での平均を示し、高周波数の信号の平均値はゼロとなる。なお、 $s_1 \approx s_2 = s$ 、 $p_1 \approx p_2 = p$ 、 $p_1 - p_2 = \Delta p$ とした。図9に種々の p と s の比率の場合の像の強度分布を計算した結果を示す。縦軸には強度 $I(x)$ を最大強度 $I_{\max}(x)$ で正規化した値をとっている。明縞の全幅は元の格子の明の部分の幅の2倍にほぼ等しい。図10は $s/p = 1/4$ の格子を使ってモアレ縞をつくった例である。同図(a)は1回だけ露光したもので、明縞の幅は通常用いられている $s/p = 1/2$ の格子

を使った場合よりも細い。(b)は1回露光した後、格子を1/2ピッチ移動して2回目の露光をして縞の増倍をはかったものである。この場合、使用するレンズの性能や感材の非線形性に十分留意する必要があった。

3.3 その他の応用

格子移動機構を備えたことによる利点として、他に凹凸の判定が手軽にできることが挙げられる。

モアレトポグラフィ法の対象となる物体には、形状が複雑なものも多く、モアレ縞からの各部の凹凸の判定は容易ではないために、格子回転法⁴⁾⁷⁾あるいは格子直進法⁷⁾⁸⁾等の試みがあるが、やや直観性に欠けるうらみがある。これに比してここに述べる格子移動法は図2の原理からも明らかのように、例えば等高線が基準面から奥(物体方向)に移るように格子を移動するとき、縞が湧き出すように見える箇所は凸、吸い込まれるように見える箇所は凹という具合に、広い面にわたって判定が容易にできる。例えば図4にあって、像の胸部は縞が湧き出してくるように見えるので凸部と判定される。

さらに投影側格子とは異なったピッチをもつ格子を送り台を利用して観察側に挿入することが容易であって、種々の形態のモアレ縞をみるのにも役立つと思われる。

4. 結 論

投影型モアレトポグラフィ法においては、従来等高線の位置が不明確であるとされていたが、この原因が使用する二つの格子の相対的位置関係によるものであることを明らかにするとともに、格子移動機構を備えたモアレトポグラフィ装置とすることによって、従来までの機能に加えて次のような新しい特長をもった測定法を生み出しうることを示した。

- (1) 測定物体上の任意の点を通過するようにモアレ縞を移動することができる。
- (2) 物体上の2点間の距離や物体の移動距離を測定で

きる。

- (3) モアレ縞の分割や増倍ができる。
- (4) モアレ縞の移動方向から物体形状の凹凸の判定ができる。

5. あ と が き

投影型モアレトポグラフィ法については、等高線位置を与える式の妥当性や基準面設定の可否等について、幾人かの方々から疑問が投げられていた。こうした問題提起に誘発されて、筆者らなりに研究結果をまとめてみた。

本研究をすすめるにあたってお世話になった方々、特に最終的なまとめに際して御検討・御助力をいただいた山梨大学大学院・山階正樹、奥田稔の両君に謹んで感謝申し上げる。また富士写真光機(株)および本研究の学会発表後、実地的見地から御意見をお寄せくださった東芝総合研究所・小野明氏に御礼申し上げる。

参 考 文 献

- 1) 吉澤 徹, 鈴木喜義, 清水茂久: 光学的パターンによる形状の測定, 機械の研究, **27**, 6 (1975) 5.
- 2) D. Meadows, W. Johnson & J. Allen: Generation of Surface Contours by Moiré Patterns, Appl. Opt., **9**, 4, (1970) 942.
- 3) H. Takasaki: Moiré Topography, Appl. Opt., **9**, 6, (1970) 1467.
- 4) 鈴木正根, 金谷元徳, 鈴木喜義, 関 一寿, 松岡 猛: モアレトポグラフィ計測法, 画像技術, **6**, 10 (1975) 61.
- 5) C. Miles & B. Speight: Recording the Shape of Animals by a Moiré Method, J. Phys., E, **8**, (1975) 773.
- 6) 吉野洋一, 吉田昌弘: フレネル輪帯板投影による距離と形状の計測, 光学, **2**, 4 (1973) 201.
- 7) 吉澤 徹, 山階正樹: モアレトポグラフィにおける基準面変化法, 山梨大学工学部研究報告, **26** (1976) 106.
- 8) 吉澤 徹, 山階正樹: モアレトポグラフィにおける基準面変化, 精密機械, **42**, 3 (1976) 231.