研 究

円筒プランジ研削における研削仕上面
粗さに関する研究*

松 井 正 己**

On the Surface Roughness in Cylindrical Plunge Grinding

Seiki MATSUI

The effects of the following factors on the surface roughness in cylindrical plunge grinding are analysed theoretically by a statistical approach:

- (1) The wheel depth of cut.
- (2) The ratio of the grinding wheel to the workpiece in number of revolutions.
- (3) The thread on the grinding wheel surface caused by dressing treatment.

Furthermore, the surface roughness in cylindrical traverse grinding is analysed theoretically by a statistical approach. And experimental results are compared with the theoretical values calculated by use of the measured distributions of the following factors:

- (1) The position of grain cutting edges in the radial direction on the grinding wheel surface layer.
- (2) The tip angle of grain cutting edges.

1. 緒 言

筆者は、先に平面研削の場合の研削仕上面粗さについて、統計的手法を使って種々の考察を行った¹⁾。本報では、円筒プランジ研削の場合の研削仕上面粗さについて、下記の諸事項を考慮して解析した結果を報告する。

- (i) 半径切込み深さが微小である。
- (ii) 微小半径切込み深さの場合、砥石回転数と工作物回転数の比が影響する。
- (iii) ドレッシングによって、砥石表面にねじ山が形成されることが多い。

更に、円筒プランジ研削に関連して、円筒トラバース研削の場合の研削仕上面粗さについての考察結果も報告する。

さて本研究で用いた仮定は次の通りである。

- (i) 砥粒切れ刃の形状は、先端角 2α の円すい形とする。 α はある分布に従って変化しており、 α の最大値を $\alpha_{\max}$ 、 α の最小値を $\alpha_{\min}$ 、 α の平均値を $\bar{\alpha}$ とする。
- (ii) 砥粒切れ刃の位置の分布は、三次元的に一様分布で、砥粒切れ刃 1 個の占める平均体積は一定値 W_0 になる。
- (iii) 砥粒切れ刃の工作物に接触した部分は、切れ刃

の形状通りに削りとられる。

- (iv) 砥粒切れ刃の摩擦、破碎、脱落は考えない。

なお本研究においては、研削仕上面粗さとして、研削方向に直角な方向に測定した粗さ（以後、直角粗さと呼ぶ）を取扱う***。

2. 円筒プランジ研削における直角粗さの理論式

2.1 ドレッシングによって、砥石表面にねじ山が形成されない場合

2.1.1 砥石回転数 N (rpm) と工作物回転数 n (rpm) の比が整数の場合

工作物を、微小半径切込み深さ d (工作物 1 回転当たり) で、十分な回数プランジ研削したとき、直角粗さ H_1 の確率密度関数 $f(H_1)$ 、平均値 $\bar{H}_1$ 、標準偏差 (これは二乗平均平方根粗さに等しい) $H_{1, \text{rms}}$ は、 $\sqrt{H_1}/G \leq \pi D/2$ の条件で、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} f(H_1) &= 2.5\varphi H_1^{1.5} \exp(-\varphi H_1^{2.5}) \\ \bar{H}_1 &= 0.887\varphi^{-0.4}, \quad H_{1, \text{rms}} = 0.380\varphi^{-0.4} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 $G \equiv v\sqrt{D+d}/V\sqrt{Dd}$ 、 $\varphi \equiv 16[\tan \alpha]/15GW_0$ 、 $[\tan \alpha] \equiv \int_0^{\alpha_{\max}} \{1-F(\alpha)\} d\alpha/\cos^2 \alpha$ 、 V : 砥石周速度、 D : 砥石直径、 v : 工作物周速度、 d : 工作物直径、 $F(\alpha)$: α の累積分布関数 ($0 \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$ で $F(\alpha) = 0$) である。

なおこのあと何回スパークアウト研削 ($d=0$) しても

* 原稿受付 昭和 51 年 9 月 27 日。昭和 46 年度広島地方学術講演会 (昭和 46 年 11 月 26 日) および昭和 49 年度仙台地方学術講演会 (昭和 49 年 11 月 9 日) にて発表。

** 正 会 員 東北大学工学部 (仙台市荒巻字青葉)

*** 本論文では、研削方向に直角な工作物断面内の直角粗さ曲線を、最低基準線からの高さ H (確率変数) の確率密度関数 $f(H)$ で表し議論している。

表1 $f(H_2)$ と $f(H_3)$

砥石と工作物の回転数の比	$f(H_2)$ と $f(H_3)$
整数+0.1, 0.3, 0.7, 0.9	$f(H_2) = \left\{ \sum_{\nu=0}^9 2.5\varphi(H_2 - \nu\Delta)^{1.5} \right\} \exp \left\{ -\sum_{\nu=0}^9 \varphi(H_2 - \nu\Delta)^{2.5} \right\}$ $f(H_3) = 25\varphi H_3^{1.5} \exp(-10\varphi H_3^{2.5})$
整数+0.2, 0.4, 0.6, 0.8	$f(H_2) = \left\{ \sum_{\nu=0}^4 2.5\varphi(H_2 - \nu\Delta)^{1.5} \right\} \exp \left\{ -\sum_{\nu=0}^4 \varphi(H_2 - \nu\Delta)^{2.5} \right\}$ $f(H_3) = 12.5\varphi H_3^{1.5} \exp(-5\varphi H_3^{2.5})$
整数+0.5	$f(H_2) = \left\{ \sum_{\nu=0}^1 2.5\varphi(H_2 - \nu\Delta)^{1.5} \right\} \exp \left\{ -\sum_{\nu=0}^1 \varphi(H_2 - \nu\Delta)^{2.5} \right\}$ $f(H_3) = 5\varphi H_3^{1.5} \exp(-2\varphi H_3^{2.5})$

図1 円筒プランジ研削における $\bar{H}_1$, $\bar{H}_2$, $\bar{H}_3$, $\bar{H}_c$ の計算結果の一例(砥石表面にねじ山が形成されない場合)

直角粗さは変わらない。

次に $\sqrt{H_1}/G > \pi D/2$ の条件で、特に $G=0$ の場合は、直角粗さ H_1 は極限直角粗さ H_c になるが、この H_c の確率密度関数 $f(H_c)$ 、平均値 $\bar{H}_c$ 、標準偏差 $H_{c, rms}$ は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} f(H_c) &= 2K_0 H_c \exp(-K_0 H_c^2) \\ \bar{H}_c &= 0.886K_0^{-0.5}, \quad H_{c, rms} = 0.463K_0^{-0.5} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 $K_0 \equiv \pi D [\tan \alpha] / W_0$ である。

2.1.2 砥石回転数 N と工作物回転数 n の比が整数でない場合($N/n = \text{整数} + 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ の場合)

工作物を、微小半径切込み深さ Δ で、十分な回数プランジ研削したとき、直角粗さ H_2 の確率密度関数 $f(H_2)$ は、 $\sqrt{H_2}/G \leq \pi D/20$ の条件で、表1で表される。表1の $f(H_2)$ において、 $H_2 - \nu\Delta < 0$ のときは、 $H_2 - \nu\Delta = 0$

とする。またこの $f(H_2)$ から、平均値 $\bar{H}_2$ 、標準偏差 $H_{2, rms}$ も計算で求めることができる。

なおこのあと、十分な回数スパークアウト研削($\Delta=0$)したときの直角粗さ H_3 の確率密度関数 $f(H_3)$ も表1に付記してある。この $f(H_3)$ から、平均値 $\bar{H}_3$ 、標準偏差 $H_{3, rms}$ も計算で求めることができる。

図1(a), (b)に、 $\bar{H}_1$, $\bar{H}_2$, $\bar{H}_3$, $\bar{H}_c$ の計算結果の一例を示す。研削条件は同図内に記入してある。この計算結果から次のことがわかる。

- (1) N/n が整数のとき、直角粗さは Δ に無関係である。
- (2) N/n が整数でないとき、 Δ が微小の場合、直角粗さは、 Δ , N/n の影響をうける。
- (3) $\Delta > \bar{H}_1$ の場合、直角粗さは近似的に、 Δ , N/n に無関係になる。

2.2 ドレッシングによって、砥石表面にねじ山が形成される場合

直角粗さに関しては、これまで砥石表面を理想的な円筒面と考え、砥粒切れ刃位置の分布を考慮して解析が行われてきた。しかしこれに対し、砥石表面をドレッシングによって生じたねじ表面と考え、これにすぎまなく砥粒切れ刃が充てんしていると仮定した解析も行われている²⁾³⁾。ところで実際の直角粗さは、この両者の総合されたものである。すなわち、ねじ状砥石表面による大きな、周期的なピッチの山谷に、個々の砥粒切れ刃によって創成された小さな、ランダムなピッチの凹凸が加わったものである。以下このような直角粗さについて考察を行う。

2.2.1 砥石回転数 N と工作物回転数 n の比が整数の場合

まず砥石表面を理想的な円筒面と考え、これに砥粒切れ刃がランダムに分布している場合の直角粗さ H_1 については2.1節で述べた。

次に砥石表面をドレッシングによって生じたねじ表面と考え、これにすぎまなく砥粒切れ刃が充てんしている場合の直角粗さ H_{II} について考える。

いま、ドレッシングにより、砥石表面上に、高さ $ap/2$ 、ピッチ p の三角形状のねじがつくられたと仮定する。このねじ状砥石表面によって創成される直角粗さ H_{II} は、 $v > N\sqrt{apDd}/\sqrt{D+d}$ の条件の場合、次式で表される²⁾。

図2 円筒プランジ研削における直角粗さ H_{II} の計算結果の一例 (砥石表面にねじ山が形成され、 N/n が整数の場合)

$$\begin{aligned}
 0 \leq x \leq \frac{p}{2} \left\{ 1 - \frac{ap}{(\pi GD)^2} \right\} \text{ のとき} \\
 H_{II} = \frac{ap}{2} - \left(\frac{ap}{2\pi GD} \right)^2 - ax \\
 \frac{p}{2} \leq x < \frac{p}{2} \left\{ 1 - \frac{ap}{(\pi GD)^2} \right\} \text{ のとき} \\
 H_{II} = \frac{(\pi GD)^2}{4} \left(1 - \frac{2x}{p} \right)^2
 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 a : 定数、 x : 工作物軸方向の任意の位置である。

図2は、式(3)で計算された H_{II} の計算結果の一例を示す。研削条件は同図内に記入してある。またこの図には、直角粗さ H_I と直角粗さ H_{II} を総合した直角粗さ H が付記してある。図2において、図のように座標をとり、任意の位置 x における直角粗さ H を H_x と表す。またこの x の位置における H_{II} の値を H_{IIx} と表す。この H_{IIx} の値は、研削条件からきまる定数で、式(3)で計算できる。

さて任意の位置 x における直角粗さ H_x の確率密度関数 $f(H_x)$ は、 $\sqrt{H_x - H_{IIx}}/G \leq \pi D/2$ の条件で、近似的に次式で表される。

$$f(H_x) = \{2.5\varphi(H_x - H_{IIx})^{1.5}\} \exp\{-\varphi(H_x - H_{IIx})^{2.5}\} \quad (4)$$

ここで、 $H_x - H_{IIx} < 0$ のときは、 $H_x - H_{IIx} = 0$ とする。

そこで、全体としての直角粗さ H の確率密度関数 $f(H)$ は次式で表される。

$$f(H) = \frac{1}{p} \int_0^p f(H_x) dx \quad (5)$$

なおこの場合、 H の平均値 $\bar{H}$ 、標準偏差 H_{rms} は次式で表される。

$$\bar{H} = \bar{H}_I + \bar{H}_{II}, \quad H_{rms} = \sqrt{H_{I,rms}^2 + H_{II,rms}^2} \quad (6)$$

図3 円筒プランジ研削における直角粗さ H の確率密度関数 $f(H)$ (砥石表面にねじ山が形成され、 N/n が整数の場合)

ここで、 $\bar{H}_I$ 、 $\bar{H}_{II}$ は、 H_I および H_{II} の平均値、 $H_{I,rms}$ 、 $H_{II,rms}$ は、 H_I および H_{II} の標準偏差である。

式(5)の計算結果の一例を図3に示す。研削条件は図内に記入してある。

2.2.2 砥石回転数 N と工作物回転数 n の比が整数でない場合

いま、ドレッシングによって、砥石表面上に、高さ $ap/2$ 、ピッチ p の三角形のねじがつくられたと仮定する。このねじ状砥石表面によって創成される直角粗さ H_{II} は、 $v > N\sqrt{apDd}/\sqrt{D+d}$ 、 $\Delta \geq (ap/2) - (ap/2\pi GD)^2$ の場合は、式(3)で表される。また $v > N\sqrt{apDd}/\sqrt{D+d}$ 、 $\Delta < (ap/2) - (ap/2\pi GD)^2$ の場合の直角粗さ H_{II} は、式(3)で表されるプロファイルの位相のずれたものの重なったものになる。

さて、 $N/n = \text{整数} + 0.5$ のときの直角粗さ H (H_I と H_{II} を総合したもの) を求めてみる。

いま半径切込み深さ Δ で、十分な回数、 $m-1$ 回および m 回、プランジ研削したときの直角粗さ H_{II} のプロファイル $H_{II,m-1}$ および $H_{II,m}$ を、式(3)で計算して図4に示す。この図には直角粗さ H_I と直角粗さ H_{II} を総合した直角粗さ H も付記してある。

図4において、図のように座標をとり、任意の位置 x における直角粗さ H を H_x と表す。またこの x の位置における $H_{II,m-1}$ および $H_{II,m}$ の値を $H_{II,m-1,x}$ および $H_{II,m,x}$ と表す。この $H_{II,m-1,x}$ 、 $H_{II,m,x}$ の値は、研削条件からきまる定数で、式(3)で計算できる。

さて任意の位置 x における直角粗さ H_x の確率密度関数 $f(H_x)$ は $\sqrt{H_x - H_{II,m-1,x}}/G \leq \pi D/4$ 、 $\sqrt{H_x - H_{II,m,x}}/G \leq \pi D/4$ の条件で、近似的に次式で表される。

$$\begin{aligned}
 f(H_x) = \left\{ \sum_{\nu=0}^1 2.5\varphi(H_x - H_{II,m-\nu,x})^{1.5} \right\} \\
 \times \exp\left\{ -\sum_{\nu=0}^1 \varphi(H_x - H_{II,m-\nu,x})^{2.5} \right\} \quad (7)
 \end{aligned}$$

図4 円筒プランジ研削における直角粗さ $H_{II,m}$, $H_{II,m-1}$ の計算結果の一例 (砥石表面にねじ山が形成され, N/n が整数+0.5 の場合)

図5 円筒プランジ研削における直角粗さ H の確率密度関数 $f(H)$ (砥石表面にねじ山が形成され, N/n が整数+0.5 の場合)

ここで, $H_x - H_{II,m-\nu, x} < 0$ のときは, $H_x - H_{II,m-\nu, x} = 0$ とする。

そこで, 全体としての直角粗さ H の確率密度関数 $f(H)$ は次式で表される。

$$f(H) = \frac{1}{p} \int_0^p f(H_x) dx \quad (8)$$

図5は, 式(8)で計算した結果の一例を示す。研削条件は同図内に付記してある。これから直角粗さ H は, Δ が微小の場合, Δ の影響をうけるが, $\Delta > \bar{H}_I + (ap/2)$ になれば Δ の影響をほとんどうけなくなることがわかる。なお図内のヒストグラムはモンテカルロシミュレーションの結果を示す。

次に N/n が整数+0.2, 0.4, 0.6, 0.8 のときの直角粗さ H (H_I と H_{II} を総合したもの) を求めてみる。

いま半径切込み深さ Δ で, 十分な回数, m 回, プランジ研削したときの直角粗さ H の確率密度関数 $f(H)$ は,

図6 円筒プランジ研削における直角粗さ H の確率密度関数 $f(H)$ (砥石表面にねじ山が形成される場合)

N/n が整数+0.5 の場合の解析と同じように考えて, $\sqrt{H_x - H_{II,m-\nu, x}} \leq \pi D/10$ (ここで $\nu=0, 1, 2, 3, 4$) の条件で, 近似的に次式で表される。

$$f(H) = \frac{1}{p} \int_0^p \left\{ \sum_{\nu=0}^4 2.5 \varphi(H_x - H_{II,m-\nu, x})^{1.5} \right\} \times \exp \left\{ - \sum_{\nu=0}^4 \varphi(H_x - H_{II,m-\nu, x})^{2.5} \right\} dx \quad (9)$$

ここで, H_x は m 回プランジ研削したときの任意の位置 x における直角粗さ H の値であり, $H_{II,m-\nu, x}$ は, $m-\nu$ 回 (ここで $\nu=0, 1, 2, 3, 4$) プランジ研削したときの任意の位置 x における直角粗さ H_{II} の値である。また $H_x - H_{II,m-\nu, x} < 0$ のときは, $H_x - H_{II,m-\nu, x} = 0$ とする。

次に N/n が整数+0.1, 0.3, 0.7, 0.9 のときの直角粗さ H (H_I と H_{II} を総合したもの) を求めてみる。

いま半径切込み深さ Δ で, 十分な回数, m 回, プランジ研削したときの直角粗さ H の確率密度関数 $f(H)$ は, N/n が整数+0.5 の場合の解析と同じように考えて, $\sqrt{H_x - H_{II,m-\nu, x}} \leq \pi D/20$ (ここで $\nu=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$) の条件で, 近似的に次式で表される。

$$f(H) = \frac{1}{p} \int_0^p \left\{ \sum_{\nu=0}^9 2.5 \varphi(H_x - H_{II,m-\nu, x})^{1.5} \right\} \times \exp \left\{ - \sum_{\nu=0}^9 \varphi(H_x - H_{II,m-\nu, x})^{2.5} \right\} dx \quad (10)$$

ここで, H_x は m 回プランジ研削したときの任意の位置 x における直角粗さ H の値であり, $H_{II,m-\nu, x}$ は, $m-\nu$ 回 (ここで $\nu=0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$) プランジ研削したときの任意の位置 x における直角粗さ H_{II} の値で

ある。また $H_x - H_{11, m-v, x} < 0$ のときは, $H_x - H_{11, m-v, x} = 0$ とする。

図6は式(9)および式(10)で計算した結果の一例を示す。研削条件は同図内に記入してある。また同図には、式(5)および式(8)で計算した結果も付記してある。これからこのような研削条件の場合、直角粗さ H は N/n の影響を大きくうけることがわかる。

3. 円筒トラバース研削における 直角粗さの理論式

いま、工作物の1min間当たりの送りを S 、工作物の1min間当たりの回転数を n 、砥石の幅を B とすると、工作物の1トラバース当たりの同一点研削回数 m' は次式で表される。

$$m' = \frac{nB}{S} = \text{整数} + \text{端数} = b + c \quad (11)$$

(ここで、 $b=1, 2, \dots, c=0.1, 0.2, \dots, 0.9$)

3.1 ドレッシングによって、砥石表面にねじ山が形成されない場合

3.1.1 砥石回転数 N と工作物回転数 n の比が整数の場合

いま工作物を、送り S で十分な回数トラバース研削を行う。なお送りの右端、左端で、半径切込み深さ d を与える。

このときの直角粗さ H_t の確率密度関数 $f(H_t)$ 、平均値 $\bar{H}_t$ 、標準偏差 $H_{t, rms}$ は、 $\sqrt{\bar{H}_t}/G \leq \pi D/2$ 、 $S/n \geq H_t \cdot \tan \alpha_{\max}$ の条件で、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} f(H_t) &= 2.5(b\varphi)H_t^{1.5} \exp\{-(b\varphi)H_t^{2.5}\} \\ \bar{H}_t &= 0.887(b\varphi)^{-0.4}, \quad H_{t, rms} = 0.380(b\varphi)^{-0.4} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

3.1.2 砥石回転数 N と工作物回転数 n の比が整数+0.5の場合

いま工作物を、送り S で十分な回数トラバース研削を行う。なお送りの右端、左端で、半径切込み深さ d を与える。

このとき、工作物の1点を砥石の同じ場所で研削する確率は1/2、また砥石の異なる場所(180°ずれた場所)で研削する確率は1/2である。

さて、工作物の1点を砥石の同じ場所で研削するときの直角粗さ H_{t1} の確率密度関数 $f(H_{t1})$ 、平均値 $\bar{H}_{t1}$ 、標準偏差 $H_{t1, rms}$ は、 $\sqrt{\bar{H}_{t1}}/G \leq \pi D/2$ 、 $S/n \geq H_{t1} \cdot \tan \alpha_{\max}$ の条件で、式(12)と同じ形で表される。

一方、工作物の1点を砥石の異なる場所(180°ずれた場所)で研削するときの直角粗さ H_{t2} の確率密度関数 $f(H_{t2})$ 、平均値 $\bar{H}_{t2}$ 、標準偏差 $H_{t2, rms}$ は、 $\sqrt{\bar{H}_{t2}}/G \leq \pi D/4$ 、 $S/n \geq H_{t2} \cdot \tan \alpha_{\max}$ の条件で、式(12)の $b\varphi$ のかわ

りに $2b\varphi$ とおいた形の式で表される。

したがって、 $N/n = \text{整数} + 0.5$ の場合の直角粗さ H_t の確率密度関数 $f(H_t)$ 、平均値 $\bar{H}_t$ 、標準偏差 $H_{t, rms}$ は、平均的に考えると、 $\sqrt{\bar{H}_t}/G \leq \pi D/4$ 、 $S/n \geq H_t \cdot \tan \alpha_{\max}$ の条件で、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} f(H_t) &= \frac{1}{2} [2.5(b\varphi)H_t^{1.5} \exp\{-(b\varphi)H_t^{2.5}\} \\ &\quad + 2.5(2b\varphi)H_t^{1.5} \exp\{-(2b\varphi)H_t^{2.5}\}] \\ \bar{H}_t &= \frac{1}{2} (\bar{H}_{t1} + \bar{H}_{t2}) = 0.780(b\varphi)^{-0.4} \\ H_{t, rms} &= \frac{1}{2} (H_{t1, rms} + H_{t2, rms}) = 0.334(b\varphi)^{-0.4} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

3.1.3 砥石回転数 N と工作物回転数 n の比が整数+0.2, 0.4, 0.6, 0.8の場合

この場合も、 $N/n = \text{整数} + 0.5$ の場合と同じような方法で解析すると、直角粗さ H_t の確率密度関数 $f(H_t)$ 、平均値 $\bar{H}_t$ 、標準偏差 $H_{t, rms}$ は、平均的に考えると、 $\sqrt{\bar{H}_t}/G \leq \pi D/10$ 、 $S/n \geq H_t \cdot \tan \alpha_{\max}$ の条件で、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} f(H_t) &= \frac{1}{5} [2.5(b\varphi)H_t^{1.5} \exp\{-(b\varphi)H_t^{2.5}\} \\ &\quad + 10(2b\varphi)H_t^{1.5} \exp\{-(2b\varphi)H_t^{2.5}\}] \\ \bar{H}_t &= \frac{1}{5} \{0.887(b\varphi)^{-0.4} + 4 \times 0.887(2b\varphi)^{-0.4}\} \\ &= 0.715(b\varphi)^{-0.4} \\ H_{t, rms} &= \frac{1}{5} \{0.380(b\varphi)^{-0.4} + 4 \times 0.380(2b\varphi)^{-0.4}\} \\ &= 0.306(b\varphi)^{-0.4} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

3.1.4 砥石回転数 N と工作物回転数 n の比が整数+0.1, 0.3, 0.7, 0.9の場合

この場合も、 $N/n = \text{整数} + 0.5$ の場合と同じような方法で解析すると、直角粗さ H_t の確率密度関数 $f(H_t)$ 、平均値 $\bar{H}_t$ 、標準偏差 $H_{t, rms}$ は、平均的に考えると、 $\sqrt{\bar{H}_t}/G \leq \pi D/20$ 、 $S/n \geq H_t \cdot \tan \alpha_{\max}$ の条件で、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} f(H_t) &= \frac{1}{10} [2.5(b\varphi)H_t^{1.5} \exp\{-(b\varphi)H_t^{2.5}\} \\ &\quad + 22.5(2b\varphi)H_t^{1.5} \exp\{-(2b\varphi)H_t^{2.5}\}] \\ \bar{H}_t &= \frac{1}{10} \{0.887(b\varphi)^{-0.4} + 9 \times 0.887(2b\varphi)^{-0.4}\} \\ &= 0.694(b\varphi)^{-0.4} \\ H_{t, rms} &= \frac{1}{10} \{0.380(b\varphi)^{-0.4} + 9 \times 0.380(2b\varphi)^{-0.4}\} \\ &= 0.297(b\varphi)^{-0.4} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

3.2 ドレッシングによって、砥石表面にねじ山が形成される場合

この場合の直角粗さ H_t は、2.2節でも述べたように、砥石表面を理想的な円筒面と考え、これに砥粒切れ刃が

ランダムに分布しているとした場合の直角粗さ H_{I1} と、砥石表面をドレッシングによって生じたねじ表面と考え、これにすきまなく砥粒切れ刃が充てんしているとした場合の直角粗さ H_{I2} の総合したものになる。

いま、ドレッシングにより、砥石表面上に、高さ $ap/2$ 、ピッチ p (これは、ドレッサ 1 min 間当たりの送りを S_d とすると S_d/N に等しい) の三角形のねじがつくられたと仮定する。この砥石で、工作物を、1 min 間当たりの送り S で十分な回数、トラバース研削を行う。なお送りの右端、左端で、十分な大きさの半径切込み深さ d ($d > \bar{H}_1 + (ap/2)$ であればよい) を与える。

さて、同一点研削回数 $m'=1$ の場合、このねじ状砥石表面によって創成される直角粗さ H_{I1} は、 $v^2 > N^2 ap D d$ $\{1 - (S/S_d)\}^2 / (D+d)$ の条件で、次式で表される³⁾。

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq x \leq \frac{p}{2} \left\{ 1 - \frac{ap \left(1 - \frac{S}{S_d} \right)^2}{(\pi G D)^2} \right\} \text{ のとき} \\ H_{I1} = \frac{ap}{2} - \frac{a^2 p^2 \left(1 - \frac{S}{S_d} \right)^2}{4 (\pi G D)^2} - ax \\ \frac{p}{2} \geq x > \frac{p}{2} \left\{ 1 - \frac{ap \left(1 - \frac{S}{S_d} \right)^2}{(\pi G D)^2} \right\} \text{ のとき} \\ H_{I1} = \frac{(\pi G D)^2}{4 \left(1 - \frac{S}{S_d} \right)^2} \left(1 - \frac{2x}{p} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

ここで、 a : 定数、 x : 工作物軸方向の任意の位置である。またドレッシングと工作物の送りが同一方向のとき S を正とする。

したがって、この場合の直角粗さ H_t (H_{I1} と H_{I2} を総合したもの) の確率密度関数 $f(H_t)$ は、2.2.1 項と同じように考えて、 $\sqrt{H_{tx} - H_{I1x}}/G \leq \pi D/2$ 、 $S/n \geq H_t \cdot \tan \alpha_{\max}$ の条件で、近似的に次式で表される。

$$f(H_t) = \frac{1}{p} \int_0^p \{ 2.5 \varphi(H_{tx} - H_{I1x})^{1.5} \} \times \exp \{ -\varphi(H_{tx} - H_{I1x})^{2.5} \} dx \quad (17)$$

ここで、 H_{tx} は任意の位置 x における直角粗さ H_t の値であり、 H_{I1x} は任意の位置 x における直角粗さ H_{I1} の値で式 (16) で計算できる。また $H_{tx} - H_{I1x} < 0$ のときは、 $H_{tx} - H_{I1x} = 0$ とする。

図 7 の実線で示す曲線は式 (17) で計算した結果の一例を示す。研削条件は同図内に記入してある。なお同図内のヒストグラム (実線) はモンテカルロシミュレーションの結果を示す。

次に同一点研削回数 m' が 2 以上 (すなわち b が 2 以上) の場合を考える。

この場合、 $SN/S_d n$ が整数であれば、直角粗さ H_{I2} は

図 7 円筒トラバース研削における直角粗さ H_t の確率密度関数 $f(H_t)$ (砥石表面にねじ山が形成される場合)

式 (16) で表され、このときの直角粗さ H_t の確率密度関数 $f(H_t)$ は、 $\sqrt{H_{tx} - H_{I1x}}/G \leq \pi D/2$ 、 $S/n \geq H_t \cdot \tan \alpha_{\max}$ の条件で、式 (17) の φ のかわりに $b\varphi$ とおいた式で表される。

また $SN/S_d n$ が整数でないときは、直角粗さ H_{I2} は式 (16) で表されるプロファイルの位相のずれたものの重なったものになり、この場合の直角粗さ H_t (H_{I1} と H_{I2} を総合したもの) の確率密度関数 $f(H_t)$ は、 $\sqrt{H_{tx} - H_{I2x, b-\nu, x}}/G \leq \pi D/2$ 、 $S/n \geq H_t \cdot \tan \alpha_{\max}$ の条件で、近似的に次式で表される。

$$f(H_t) = \frac{1}{p} \int_0^p \left\{ \sum_{\nu=0}^{b-1} 2.5 \varphi(H_{tx} - H_{I2x, b-\nu, x})^{1.5} \right\} \times \exp \left\{ -\sum_{\nu=0}^{b-1} \varphi(H_{tx} - H_{I2x, b-\nu, x})^{2.5} \right\} dx \quad (18)$$

ここで、 H_{tx} は、 b 回工作物の同一点を研削したときの任意の位置 x における直角粗さ H_t の値であり、 $H_{I2x, b-\nu, x}$ は、 $b-\nu$ 回 (ここで $\nu=0, 1, \dots, b-1$) 工作物の同一点を研削したときの任意の位置 x における直角粗さ H_{I2} の値で式 (16) で計算できる。また $H_{tx} - H_{I2x, b-\nu, x} < 0$ のときは、 $H_{tx} - H_{I2x, b-\nu, x} = 0$ とする。

図 7 の点線で示す曲線は式 (18) で計算した結果の一例を示す。なおこの計算の場合、 $SN/S_d n = \text{整数} + 0.5$ 、 $m'=b=2$ とした。その他の研削条件は同図内に記入してある。なお同図内のヒストグラム (点線) はモンテカルロシミュレーションの結果を示す。

4. 二、三の実験的考察

4.1 砥粒切れ刃位置の三次元分布および砥粒切れ刃先端角の分布の測定

前述の理論式において直角粗さを計算するには、砥粒

切れ刃位置の三次元分布とその砥粒切れ刃密度および砥粒切れ刃先端角の分布を知る必要がある。そこで筆者は以下に述べるような転写法によって測定を行った。なお砥石の円周方向、幅方向の分布は一様分布であることがわかっているので、ここでは砥石深さ方向の分布を測定した。いま固定した砥石の円筒面に、鏡面仕上した黄銅試片表面をおしあて引っかき痕をつくれば、図8(a)のように、砥粒切れ刃の平面的な位置 (x_i, y_i) は引っかき開始点に一致する。更に砥粒切れ刃の、黄銅平面に垂直な方向の相対的な位置 z_i は、引っかき痕の深さから知ることができる(図8(b)参照)。図8(c)は、これらの値を (x, z) 座標にとり、更に砥石の同心円を描いたものである。この図から、各領域における砥粒切れ刃の数をかぞえることにより、砥石深さ方向の砥粒切れ刃密度を求めることができる。なお図8(d)は本測定に用いた装置を示す。この装置を直角ブロックにより研削盤テーブルに垂直に取り付け、ボールプッシュを利用して黄銅試片保持軸を垂直方向に移動させる。

さて一方、砥粒切れ刃先端半頂角 α の分布は、図8(b)に示すような引っかき痕の幅と深さの測定から求めることができる。

いまN社製WA, 60, KmV 砥石($D=353\text{ mm}$, $N=1740\text{ rpm}$)について、ドレッサ(単石)の送り速度 S_d を100, 200, 400 mm/minにかえてドレッシング(ドレッサの切込みは $10\text{ }\mu\text{m}$ に一定)し、そのときの砥粒切れ刃密度と砥粒切れ刃先端半頂角 α の分布を実測した結果を図9(a), (b)に示す。なお砥粒切れ刃密度の測定にあたっては、後述する研削実験によってえられた直角粗さ曲線から、砥石表面にねじ山が形成されていることがわかったので、その影響を考慮し砥石

図8 砥粒切れ刃位置の三次元分布および砥粒切れ刃先端角の分布の測定法

図9 砥粒切れ刃密度および砥粒切れ刃先端半頂角 α の測定結果

図 10 直角粗さの実験結果

図 11 極限直角粗さの実験結果

実質部について砥粒切れ刃密度を求めた。

さて図 9 (a) から、砥石深さ方向の砥粒切れ刃分布は、砥石表面近傍では近似的に一樣分布とみなしてよいこと、ドレッサの送り速度 S_d の大きいほど砥粒切れ刃数が減少することがわかる。また図 9 (b) から、砥粒切れ刃先端半頂角の平均は、ドレッサの送り速度 S_d の大きいほど小さくなっていることがわかる。

4.2 直角粗さの実験結果

研削実験は、T 社製 GOP 10-30 型円筒研削盤で行った。砥石は N 社製 WA, 60, KmV ($D=353$ mm, $N=1740$ rpm), 工作物は SUJ-2, FC 20, S 45 C, BsP 3 ($d=40$ mm, $n=116$ rpm) で、 $A=3$ $\mu\text{m}/\text{rev}$ でプランジ研削を行った。研削液はジョンソンワックス JS-607, 100 倍希釈液を使用した。

なお直角粗さは、K 社製 SE-3 A 型万能表面粗さ計で

測定した。実験結果の一例を図 10 に示す。図には、図 9 (a), (b) の実験結果を用い、式 (5) で計算した値も付記してある。これから、直角粗さは S_d の増加と共に大きくなるが、計算値と実験値は、工作物の種類にかかわらず、定性的にも定量的にもかなり一致することがわかる。

次に極限直角粗さを求めるために、工作物を固定 (すなわち $v=0$) して、最初、切込み量 5 $\mu\text{m}/10$ s で約 40 s プランジ研削し、次に切込みをとめて約 10 s 間スパークアウト研削を行った。実験結果の一例を図 11 に示す。図には、図 9 (a), (b) の実験結果を用い、式 (2) で計算した値も付記してある。極限直角粗さは、理論的には、砥石表面にねじ山が形成されてもその影響はうけず、砥石の D , W_0 , $[\tan \alpha]$ だけできまるはずであるが、実験結果は工作物の種類によってかなり変わっている。これは本多らの研究⁴⁾でも明かなように、工作物の塑性的性質すなわち盛上がり切残しの影響をうけるものと思われる、盛上がり切残しの多い工作物ほど極限直角粗さは大きくなっている。

5. 結 言

筆者は、本報において、まず統計的手法により、円筒プランジ研削における直角粗さの理論的解析を行った。次に砥石表層部の砥粒切れ刃密度、砥粒切れ刃先端角の実測および円筒プランジ研削における直角粗さの実測を行い、理論的解析との比較、考察を試みた。更に円筒トラバース研削における直角粗さについても理論的考察を加えた。

文 献

- 1) S. Matsui: On the Surface Roughness in Grinding, Technology Reports, Tohoku Univ., **40**, 1, (1975) 151.
- 2) 小野浩二, 島宗 勉: ドレッシング条件が研削仕上面あらさにおよぼす影響についての理論的研究, 日本機械学会講演論文集, **178** (1967) 17.
- 3) 横川和彦: いしドレッシング条件が研削面形状精度におよぼす影響, 日本機械学会論文集, **34**, 262 (1968) 1168.
- 4) 本多良辰, 杉田忠彰: 工作物材料の弾塑性的性質が研削仕上面あらさに及ぼす影響(第 1 報)——単粒研削における弾塑性的挙動, 昭和 48 年度精機学会秋季大会学術講演会前刷 (1973-10) 115.