ころがり摩擦の研究 (第2報)*

—ころがり変形による履歴損失に関する解析的検討—

渡 部 紘 ** 川 口 格 ***

A Study on Rolling Friction (2nd Report)

—Numerical Analysis on Hysteresis Loss in Rolling—

Kouichi WATANABE, Itaru KAWAGUCHI

To account analytically for the mechanism of rolling friction between a steel ball and a steel plane, some basic assumptions on the hysteresis loss energy are made as follows: When the ball rolls forward a small distance, the hysteresis loss energy dissipated in a certain volume element is proportional to the product of the elastic strain energy of the element and its absolute increment attendant upon the rolling, where the proportional constant is determined only by the material of the rolling bodies. The proportionality between the pure rolling friction obtained in the experiment and the infinite integral of the above product of volume element, which is numerically computed, is investigated by using a number of different normal loads, ball diameters and materials. And the proportional relation for each material is realized, where the proportional constant depends upon the structure of the materials and is independent on the normal load and the ball diameter. Therefore it is confirmed that the above assumptions on the hysteresis loss energy is valid in the rolling friction.

1. 緒 言

第1報¹⁾において軸受鋼の平面と球のころがりにおける純ころがり摩擦 f は荷重を W , 球径を D とすると, W^m/D^n に比例し, 荷重範囲により m は $4/3 \sim 11/6$, n は $2/3 \sim 5/3$ で変化すること, Drutowski の仮説²⁾は球径が異なると成立しないこと, およびこのことから, ころがり素子内部での履歴損失はひずみ状態がある境界値以上になっておればひずみの大きさにかかわらず一様な値で生じると考えることには無理があると考えられるので, ひずみエネルギー密度の2乗に比例する重みを持たせた stressed volume を考えたところ, それと純ころがり摩擦力の間に材質のみによって定まり, 球径に無関係な比例定数を持つ, ほぼ比例に近い関係が成立すること, などを述べた. しかし上述の関係の導出過程を履歴損失エネルギーの発生機構という観点から再考すると, ころがり素子内のある体積要素で消失される損失エネルギーは, その要素がその時に持っている弾性ひずみエネルギー密度にのみ関係し, ころがりに伴ってその時に生ずる変形状

態の変化には無関係であると仮定している. これは履歴損失エネルギーの本来の概念からかけ離れたものとなり, 上記の関係は物理的意味が不明確なものであることがわかる.

そこで本報では前報の結果を参考にして履歴損失に関して物理的意味が明確な仮定を設け, それに基づいて計算された純ころがり摩擦力和実験で得られた純ころがり摩擦力を比較した結果, 両者が良く一致して履歴損失に関する仮定の正当性が裏づけられたので, これについて報告する.

2. 履歴損失エネルギーの定式化に関する仮定

2.1 履歴損失の発生機構

ころがり摩擦の起因としての履歴損失についてはこれまでに, ころがりの全面部での全入力エネルギーに履歴損失係数を乗じたものであるという考え方³⁾, ころがりに伴う物体内部のひずみの変化を重視して, 各ひずみ成分ごとのエネルギー増分の総和に履歴損失係数を乗じたものであるという考え方⁴⁾など種々な考え方に立脚して定式化されているが, 本研究ではころがり素子が微小距離ころがった時, その内部の各体積素で失われるエネルギーはその要素のひずみエネルギーのころがりに伴う増分の絶対値に比履歴損失関数 $\alpha(w)$ として次に定義する損失率を乗じたものとして定式化する. すなわち, ころがり素子が

* 原稿受付 昭和51年11月4日. 昭和51年度精機学会春季大会学術講演会(昭和51年4月6日)にて発表.

** 正 会 員 松江工業高等専門学校(松江市西生馬町14-4)

*** 正 会 員 大阪府立大学工学部(堺市百舌鳥梅町4丁804)

Δx ころがった時ひずみエネルギー密度が w である体積素で失われる履歴損失エネルギー dW_{loss} は

$$dW_{\text{loss}} = \alpha(w) \left| \frac{\partial w}{\partial x} \Delta x \right| dx dy dz \quad (1)$$

で与えられるものとする。したがって、片方のころがり素子全体での履歴損失 W_{loss} は

$$W_{\text{loss}} = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(w) \left| \frac{\partial w}{\partial x} \Delta x \right| dx dy dz \quad (2)$$

となる。

2.2 比履歴損失関数

上述の損失率は従来履歴損失係数と呼ばれていたものと同じ物理的意味を持つものであるが、これまでこれはその物体の変形サイクルのみに関係し物体がその時受けている変形状態には無関係なものと考えられてきた。しかし前報の結果から類推しても物理的に考えても損失率が物体のその時おかれている変形状態に影響されるであろうことは十分考えられる⁵⁾ ことなので、本研究ではこれを定式化するために、損失率を考える体積素の持っているひずみエネルギー密度の関数であると仮定し、従来の履歴損失係数との混同を避けるため比履歴損失関数と仮称する。比履歴損失関数の形として前報での結果

$$W_{\text{loss}} = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w^2 \Delta x dx dy dz \quad (3)$$

と式(2)を比較して dimension 的に考えて最も適当と思われる形として w の一次関数

$$\alpha(w) = kw \quad (4)$$

と仮定する。ここで k はころがり素子の材質のみで定まる定数で、以下においてこれを損失定数と仮称する。式(4)を式(2)に代入すると履歴損失エネルギー W_{loss} は

$$W_{\text{loss}} = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} kw \left| \frac{\partial w}{\partial x} \Delta x \right| dx dy dz \quad (5)$$

となる。ところが、ひずみエネルギーのうち静水圧成分⁶⁾ は形状変化を伴わずエネルギー損失を起こしたとしても偏差成分に比べて小さいと考えられるので、静水圧成分の影響は無視し、エネルギー損失に関与するひずみエネルギー密度として偏差成分であるせん断ひずみエネルギー密度 w_d のみを考える。 S_x, S_y, S_z を

$$\left. \begin{aligned} S_x &= \sigma_x - \sigma_m & S_y &= \sigma_y - \sigma_m & S_z &= \sigma_z - \sigma_m \\ \sigma_m &= \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

とすると、 w_d は式(7)で与えられる。

$$w_d = \frac{1+\nu}{E} \left\{ \frac{1}{2} (S_x^2 + S_y^2 + S_z^2) + (\tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{xy}^2) \right\} \quad (7)$$

したがって、結局式(5)の w を式(7)で与えられる w_d で

図1 座標系のとり方

図2 ころがり素子内の任意点の移動

置き換えて履歴損失 W_{loss} は

$$W_{\text{loss}} = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} kw_d \left| \frac{\partial w_d}{\partial x} \Delta x \right| dx dy dz \quad (8)$$

と表される。

2.3 純ころがり摩擦力の計算値と実験値

上記のようにして定式化された履歴損失エネルギーを球と平面のころがりに適用するために、接触中心を原点にして接触面(わずかな warping を無視して)を xy 面、ころがり方向を x 軸とする図1のような空間固定の座標系をとる。そして接触点中心が座標原点で静止しているように球と平面をころがした場合を考える。そうすると図2からわかるように最初 $(x_1, y_1, -z_1)$ にあった平面内の1点が $(x_1 - \Delta x, y_1, -z_1)$ に移動すると、球内の1点 (x_1, y_1, z_1) も $(x_1 - \Delta x, y_1, z_1)$ に移動する。この間に接触面中心は静止しているから球および平面内のひずみエネルギー分布は静止しており、また $(-\Delta x)$ は絶対値で考えれば良いから、式(2)の導出の際に想定した状態と一致する。この時この接触点に働く純ころがり摩擦力の作用距離は Δx であり、それによって為される仕事は $f\Delta x$ となる。したがって球および平面の損失定数を k_1, k_2 , せん断ひずみエネルギー密度分布を $w_{d1}(x, y, z)$, $w_{d2}(x, y, z)$ とすると

$$\begin{aligned} f\Delta x &= \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} k_1 w_{d1}(x, y, z) \left| \frac{\partial w_{d1}}{\partial x} \Delta x \right| dx dy dz \\ &\quad + \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} k_2 w_{d2}(x, y, z) \left| \frac{\partial w_{d2}}{\partial x} \Delta x \right| dx dy dz \end{aligned} \quad (9)$$

となり、接触円半径 a に比べて球径 D が十分大きく、球および平面材料の弾性定数が等しければ

$$w_d(x, y, z) = w_d(x, y, -z) = w_d$$

である故

$$f \Delta x = (k_1 + k_2) \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty w_d \left| \frac{\partial w_d}{\partial x} \right| \Delta x \, dx dy dz \quad (10)$$

Δx の値を正にとれば、1 接点の純ころがり摩擦力 f は

$$\begin{aligned} f &= (k_1 + k_2) \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty w_d \left| \frac{\partial w_d}{\partial x} \right| dx dy dz \\ &= (k_1 + k_2) \Phi \end{aligned} \quad (11)$$

$$\Phi = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty w_d \left| \frac{\partial w_d}{\partial x} \right| dx dy dz \quad (12)$$

で表される。また球と平面の材料が等しくて

$$k_1 = k_2 = k$$

である場合には

$$f = 2k\Phi \quad (13)$$

となる。式 (12) で示される積分 Φ を以下で仮に 履歴積分と呼ぶ。

以上述べたことから垂直荷重、球径および材質を変化させて式 (12) で得られた履歴積分 Φ と f の実験値の線形関係を調べ、 k が材質のみによって定まり、荷重、球径に無関係であることを確認できれば、前述の仮定の正当性が裏付けられる。

3. 履歴損失エネルギーに関する仮定の正当性の検討

3.1 履歴積分 Φ の計算

3.1.1 ころがり素子内部の応力

式 (12) に式 (7) を代入して Φ は

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \frac{(1+\nu)^2}{E^2} \left\{ \frac{1}{2} (S_x^2 + S_y^2 + S_z^2) \right. \\ &\quad \left. + (\tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{xy}^2) \right\} \left\{ \left(S_x \frac{\partial S_x}{\partial x} + S_y \frac{\partial S_y}{\partial x} + S_z \frac{\partial S_z}{\partial x} \right) \right. \\ &\quad \left. + 2 \left(\tau_{yz} \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} + \tau_{xz} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \tau_{xy} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \right) \right\} dx dy dz \end{aligned} \quad (14)$$

で与えられる。右辺の計算には、Huber⁷⁾ が球と平面の接触について、 Z 軸に関して回転対称面 $(0, Y, Z)$ 上で与えた応力分布の式を図 1 の x, y, z 直交座標系上の任意点 $x = Y \sin \theta$, $y = Y \cos \theta$, $z = Z$ に座標変換⁸⁾ して得た下記の応力分布を用いた。

$$\begin{aligned} \sigma_x &= q_0 \left[\frac{1-2\nu}{3} \frac{a^2}{x^2+y^2} \left\{ 1 - \left(\frac{z}{\sqrt{u}} \right)^3 \right\} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \right. \\ &\quad \left. + \frac{z}{\sqrt{u}} \left\{ 2\nu \cos^2 \theta + \frac{(1-\nu)u}{a^2+u} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (1+\nu) \frac{\sqrt{u}}{a} \tan^{-1} \frac{a}{\sqrt{u}} + 2 \sin^2 \theta \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\left[- \left(\frac{z}{\sqrt{u}} \right)^3 \frac{a^2 u}{u^2 + a^2 z^2} \sin^2 \theta \right]$$

$$\sigma_y = q_0 \left[\frac{1-2\nu}{3} \frac{a^2}{x^2+y^2} \left\{ 1 - \left(\frac{z}{\sqrt{u}} \right)^3 \right\} (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \right.$$

$$\left. + \frac{z}{\sqrt{u}} \left\{ 2\nu \sin^2 \theta + \frac{(1-\nu)u}{a^2+u} (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \right. \right.$$

$$\left. - (1+\nu) \frac{\sqrt{u}}{a} \tan^{-1} \frac{a}{\sqrt{u}} + 2 \cos^2 \theta \right\}$$

$$\left[- \left(\frac{z}{\sqrt{u}} \right)^3 \frac{a^2 u}{u^2 + a^2 z^2} \cos^2 \theta \right]$$

$$\sigma_z = q_0 \left(\frac{z}{\sqrt{u}} \right)^3 \frac{a^2 u}{u^2 + a^2 z^2} \quad (15)$$

$$\tau_{yz} = q_0 \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{u^2+a^2z^2} \frac{z^2}{a^2+u} \frac{a^2 \sqrt{u}}{a^2+u} \cos \theta$$

$$\tau_{zx} = q_0 \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{u^2+a^2z^2} \frac{z^2}{a^2+u} \frac{a^2 \sqrt{u}}{a^2+u} \sin \theta$$

$$\tau_{xy} = -q_0 \left[\frac{2(1-2\nu)}{3} \frac{a^2}{x^2+y^2} \left\{ 1 - \left(\frac{z}{\sqrt{u}} \right)^3 \right\} + \left(\frac{z}{\sqrt{u}} \right)^3 \right.$$

$$\left. \frac{a^2 u}{u^2 + a^2 z^2} + \frac{2z}{\sqrt{u}} \left\{ \nu + \frac{(1-\nu)u}{a^2+u} - 1 \right\} \right] \sin \theta \cos \theta$$

ここで、 θ は z 軸まわりの座標の回転角、 ν はポアソン比、 a は接触円半径、 q_0 は Hertz 接触圧力であり、弾性定数 E 、荷重 W 、球径 D を用いて次式のように表される。

$$a = \left\{ \frac{3}{4} \frac{1-\nu^2}{E} W D \right\}^{1/3}, \quad q_0 = \frac{3}{2} \frac{W}{\pi a^2}$$

また u は次式を満足する補助変数である。

$$\frac{x^2+y^2}{a^2+u} + \frac{z^2}{u} = 1$$

更に式 (15) を $\xi = x/a$, $\eta = y/a$, $\zeta = z/a$ なる無次元化座標で表すことにより

$$\begin{aligned} \Phi &= \left(\frac{q_0^2 a^2}{E^2} \right)^2 \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty w_d(\xi, \eta, \zeta) \left| \frac{\partial w_d}{\partial \xi} \right| d\xi d\eta d\zeta \\ &= \left(\frac{q_0^2 a^2}{E^2} \right)^2 I \end{aligned} \quad (16)$$

と書き換えられ、問題は無次元変数 ξ, η, ζ を持つ定積分 I を求めることに帰着する。

3.1.2 履歴積分の積分範囲

外部から与えた入力エネルギーに等しい $\iiint w \, dx dy dz$ が収束することおよび $|\partial w / \partial x|$ の連続性から、式 (16) の積分 I は収束が保証されるが、非常に複雑なので数値計算した。その際 I の積分範囲が無限大なので近似的に適当な積分範囲を定めねばならない。そこでこの積分範囲を図 4 で示すようなころがり要素内の等せん断ひずみエネルギー面⁹⁾ で積分範囲を定めることを考え、境界せん断ひずみエネルギー密度 w_{ab} を漸減して積分範囲を広げてい

図3 w_{db}^* と I の関係

図4 $\sigma_e = 20 \text{ kg/mm}^2$ 単軸引張りに対応する無次元化境界せん断ひずみエネルギー密度 w_{db}^*

った時の w_{db} と I の関係を示すと図3のようになる。この図は横軸に w_{db} を q_0^2/E で無次元化した w_{db}^* をとって示してあるが、これからわかるように w_{db}^* を 0.008 以下にとると I の値はほとんど一定値に収束している。したがって $w_{db}^* < 0.008$ なる等せん断ひずみエネルギー密度面まで積分すれば十分な精度で式(16)の I の近似値が得られることがわかる。そこで若干の予備計算の結果、境界せん断ひずみエネルギー密度 w_{db} として、単軸引張応力 $\sigma_e = 20 \text{ kg/mm}^2$ を受けている一様な棒の内部に生じているせん断ひずみエネルギー密度

$$w_{db} = \frac{1+\nu}{3E} \sigma_e^2 \quad (17)$$

表1 使用した平板試料

材質	熱処理条件	加工	表面粗さ $R_a (\mu\text{m})$	硬度 $H_V 200$
SUJ 2	840°C 焼入れ, 150°C 1 h 焼もどし	ラッピング	0.03	850
SUJ 2	840°C 焼入れ, 300°C 1 h 焼もどし	グの後		660
SK 5	840°C 焼入れ, 150°C 1 h 焼もどし	バフ仕上		840

から得られた $0.00825 \text{ kg}\cdot\text{mm/mm}^3$ をとることに定めた。このように定めた場合は Hertz 接触圧力 q_0 を変化させると境界となる等せん断ひずみエネルギー面および w_{db}^* も異なってくる。そこで実験された荷重に対する Hertz 接触圧力範囲 $150 \sim 225 \text{ kg/mm}^2$ に対応する境界面および w_{db}^* を図4に示す。これからわかるように上記の w_{db} をとるといずれの Hertz 接触圧力においても $w_{db}^* < 0.008$ となり十分な精度で I が計算される。なお式(16)および(17)において $E = 2.1 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$, $\nu = 0.3$ と仮定した。

3.2 純ころがり摩擦力

純ころがり摩擦力 f の測定は第1報¹⁾で詳述した方法で求めた。使用した平板試料は SUJ 2 および SK 5 の素材を平面研削の後、表1に示すような熱処理、加工が施されており、また鋼球試料は玉軸受精密級の SUJ 2 鋼球で直径 10 mm, 5/8", 7/8" のものであり、大部分の実験では市販のまま、一部の試験では市販のものを更に 300°C で 1 h 真空中焼もどしをして用いた。実験は無潤滑で行い、Hertz 接触圧力が $100 \sim 250 \text{ kg/mm}^2$ の範囲で 25 kg/mm^2 おきになるような荷重段階で 10 往復ころがした後の純ころがり摩擦力を求め、3か所の値の平均値を測定値とした。各平板試料上で SUJ 2 鋼球をころがした時の純ころがり摩擦力を横軸に Hertz 接触力をとって図5, 図6, 図7に示す。これらの実験において図5, 図7の場合市販のままの鋼球を、図6の場合には 300°C 焼もどしの鋼球を用いた。

3.3 履歴積分と純ころがり摩擦力の関係

3.1節で述べた方法で計算された履歴積分 Φ と 3.2節で示した純ころがり摩擦力の実験値の関係を図8, 図9に示す。これらはいずれの場合にもほぼ線形関係を示す。図8の場合、鋼球および平板両試料の材質および熱処理が等しいので式(13)を用いて損失係数 k を計算すると、150°C 焼もどしの場合 $k = 0.077$, 300°C 焼もどしの場合 $k = 0.023$ が得られる。図9の場合、平板試料が SK 5 で鋼球試料が 150°C 焼もどしの SUJ 2 であるため式(11)に鋼球試料の損失定数として上述の $k_1 = 0.077$ を代入すると $k_2 = 0.125$ が得られる。

4. 考 察

図5 接触圧力と純ころがり摩擦力の関係 (1)

図6 接触圧力と純ころがり摩擦力の関係 (2)

図7 接触圧力と純ころがり摩擦力の関係 (3)

図8, 図9で示された結果はほぼ期待通り式(11)あるいは式(13)の関係を満足している。しかしながら、注意深

図8 履歴積分と純ころがり摩擦力の関係 (SUJ2)

図9 履歴積分と純ころがり摩擦力の関係 (SK5)

く見ると球径が異なると直線の傾斜がわずかながら異なっている。そこでこの原因について考察する。

1) 微小な表面粗さおよび凝着の影響

履歴積分 Φ は(16)から明らかなように

$$\Phi = I \left\{ \left(\frac{2}{3} \frac{W}{\pi a^2 E} \right)^2 a \right\}^2 = c \frac{W^2}{D^2} \quad (18)$$

から W^2/D^2 に比例する量である。一方、純ころがり摩擦力の測定値は前報で示したように低荷重域で $W^{4/3}/D^{2/3}$ に、高荷重域で $W^{11/6}/D^{5/3}$ に従って変化する。この指数の差は低荷重域すなわち小さな接触圧力では微小な表面粗さによる応力分布の乱れが全体に対して大きい割合で影響を及ぼし、また凝着の影響も著しく現れることから接触圧力が小さい範囲では母材の履歴損失以外の損失がかなり利いていることのためと考えられる。そして接触円半径は同じ接触圧力の場合球径

に比例するから、球径の大きいものの方が微小突起や凝着の影響を受けやすいと考えられ、母材の履歴損失のみの場合と比べた場合、球径の大きいものの方がより大きく現れることになると思われる。

2) 球径の異なる鋼球の材質の差異

鋼球は市販品を用いている関係上、球径の異なる鋼球の粗材、加工法、熱処理等が完全に統一されているとは言えず、それらのわずかな差が図8, 図9のばらつきの原因になっている可能性が考えられる。

3) 履歴損失発生に関する仮定の問題点

図9, 図10に示された結果は巨視的には式(11), (13)を満足するもので基本的には正しいと思われるが、次の点で

部分的な修正の余地がある。すなわち、状態変化項をせん断ひずみエネルギーの増分の絶対値 $|\partial w_d / \partial x \cdot \Delta x|$ と取ったが、このようにとると仮にひずみの各成分に変化があっても（すなわち、変形状態に変化があっても）それらが互いに打ち消し合って全体としてのせん断ひずみエネルギーの増分が 0 である場合、履歴損失が発生しないことになり、Greenwood ら⁴⁾ の考え方によれば履歴積分が実際より過少に計算されている可能性がある。また比履歴損失関数の形にも再考の余地があるとも考えられるが、現在のところ筆者らは直線の傾斜がわずかに異なる原因として主に上記 1), 2) の原因が重なり合ったものと考えている。

次に比履歴損失関数を $\alpha = kw_d$ と仮定したのであるが、ある値以下の w_d に対しては $\alpha = 0$ となる可能性も考えられるので、 w_d の境界値を Reichenbach ら¹⁰⁾ の軸受鋼の弾性限度の測定値より求め、弾性限度以下の応力で非弾性変形が起きているのかどうかを検討してみる。150°C および 300°C 焼もどし軸受鋼の弾性限度はそれぞれ $\sigma_e = 57 \text{ kg/mm}^2$ および $\sigma_e = 91 \text{ kg/mm}^2$ であるので、これらの単軸引張応力に対応するせん断ひずみエネルギー密度を境界面として履歴積分 Φ を計算し純ころがり摩擦力との関係を調べてみると、測定値は大きく分散し履歴積分と純ころがり摩擦力は直線関係を持たない。このことは、Reichenbach らの得た弾性限度というのは容量形変位計で検出し得る永久ひずみがどのような応力で生じているかを示すに過ぎず、非弾性変形はそれ以下のずっと小さい応力（少なくとも $\sigma_e = 20 \text{ kg/mm}^2$ ）から既に始まっていることを示している。そして純ころがり摩擦力の測定結果は容量形変位計では検出し得ない低応力での非弾性変形を検出していることになる。

実験に使用した材料の k の値は 300°C 焼もどし SUJ 2, 150°C 焼もどし SUJ 2, SK 5 の順で大きくなっているが、興味深いのは、SUJ 2 について実用されている 150°C 焼もどしの方が 300°C 焼もどしのものより k が大、すなわちころがり摩擦の大きい材料であることである。これについては第 3 報で報告する。

5. 結 言

鋼平面上を鋼球がころがる時の純ころがり摩擦力の発生機構を解明するために、ころがり変形に伴ってころがり素子内の体積素で消散される履歴損失エネルギーについて下記の仮定を設けた。

- (1) 球が微小距離ころがる間にころがり素子内部のある体積素で失われる損失エネルギーは、その間のその体積素のせん断ひずみエネルギーの増分の絶対値に次

に定義する比履歴損失関数を乗じたものに等しい。

- (2) 比履歴損失関数は、その体積素の持っているせん断ひずみエネルギーにころがり素子の材質のみで定まる比例定数（損失定数と仮称）を乗じたものである。この仮定に基づいて純ころがり摩擦力を定式化し、それと実験で得られた純ころがり摩擦力の関係を調べた。そして以下に示す結果を得た。

- (1) 上記仮定に基づいて計算すると、純ころがり摩擦力はころがり素子内部の体積素のせん断ひずみエネルギー密度とそのころがり方向の偏導関数の積の全体積についての積分（履歴積分と仮称）ところがり素子の損失定数の積で与えられる。
- (2) 熱処理条件の異なる 2 種の SUJ 2 材の種々な球径の鋼球を同種の SUJ 2 および SK 5 材の平面上で垂直荷重を変えてころがした場合について、実験で求められた純ころがり摩擦力と上記履歴積分の関係を調べた結果、両者の間には上述の比例関係が成立した。
- (3) その時の比例定数である損失定数は当初の仮定通りころがり素子の材質のみで定まり、球径を変えてもごくわずかな変化しか示さない。

以上のことから履歴損失エネルギーに関する当初の仮定が主たる構成において正当であることを立証できた。

おわりに平板試料の熱処理に協力していただいた日立金属(株)安来工場の奥野利夫氏ならびに数値計算に協力された松江工業高専の昭和 50 年度卒研究生 井上初広、山崎邦夫両氏にお礼を申し上げます。

文 献

- 1) 渡部紘一, 川口 格: ころがり摩擦の研究(第 1 報), 精密機械, **42**, 11 (1976) 1056.
- 2) R. C. Drutowski: The Linear Dependence of Rolling Friction on Stressed Volume, *Rolling Contact Phenomena*, Elsevier, N. Y., (1962) 114.
- 3) D. Tabor: The Mechanism of Rolling Friction; II, The Elastic Range, *Proc. Roy. Soc. Ser. A*, **229**, (1955) 198.
- 4) J. A. Greenwood, H. Minshall and D. Tabor: Hysteresis Losses in Rolling and Sliding Friction, *Proc. Roy. Soc. Ser. A*, **259**, (1961) 480.
- 5) D. Tabor: 前掲 2) discussion.
- 6) 例えば, 益田森治, 室田忠雄: 工業塑性力学, 養賢堂 (1968) 78.
- 7) M. T. Huber: Zur Theorie der Berührung Fester elastischer Körper, *Ann. Phys.*, **14**, (1904) 153.
- 8) 例えば, 湯浅亀一: 材料力学 (中巻), コロナ社 (1966) 47.
- 9) 渡部紘一: 平面と球の接触に関する 2, 3 の数値計算, 松江工業高等専門学校研究紀要, **12** (1977) 9.
- 10) G. S. Reichenbach, D. A. Brown and P. G. Russell: Yield Behavior of Certain Alloy Steels at Low Strain Values, *Trans. ASM*, **54**, (1961) 413.