主軸速度変動切削方式による安定限界の向上*

——主軸回転速度変動によるびり振動の防止 (第3報)——

竹 村 正** 北 村 隆*** 星 鉄太郎†

Improvement of Stability Limit by Spindle Speed Variation

——Active Suppression of Chatter by Programed Variation of Spindle Speed (3rd Report)——

Tadashi TAKEMURA, Takashi KITAMURA, Tetsutaro HOSHI

By a programed variation of the spindle speed of machine tools, it is possible to control the onset of the regenerative-type self-excited chatter. In this paper, the effect of the wave form of spindle speed variation and the practical improvement of the metal removal rate in this method are theoretically analyzed, and the results are verified by some turning experiments. The results obtained are as follows. (1) Among various waves such as rectangular wave, sinusoidal wave, triangular wave and multi-stepped wave, the triangular wave is the most effective as the mode of spindle speed variation. (2) By means of complex method, it is possible to find more effective wave form of spindle speed variation theoretically. (3) If the dynamic characteristics of the cutting process and the machine tool structure are known, it is possible to predict the maximum allowable depth of cut under varying spindle speed.

1. 緒 言

切削作業における加工能率に制限を与える要因の一つである、再生型自励びり振動を抑制する方法として、工作機械の主軸回転速度を、常時変動しながら切削する方式が提唱されている²⁾³⁾。この方式は、再生型自励びり振動の発生原因である再生効果を、主軸速度を変動することにより、時間遅れ一定の状態から脱出させることをその原理としており、再生効果自体を制御する点で、従来のびり振動抑制方式とは明確に区別される。

本方式を実用化するためには、本方式において、使用工作機械、工具ならびに工作物が決まった場合に、切削条件(切削速度、切込み、送り)を除けば、任意に変え得る唯一の因子である主軸速度の変動波形を、いかなる波形に設定すべきかを検討する必要がある。さらに、本方式による加工能率の向上を、定量的に予知できる手法を確立することが必要である。

そこで本研究では、まず、種々の主軸速度変動波形について、びり振動抑制効果の差異を、理論解析および旋削実験の両面から検討した後、既存の波形にこだわらず、振動抑制効果が最も大きくなる主軸速度の変動波形

を、理論的に探索することを試みた。さらに、振動振幅が許容振幅内にとどまる限界の切込みが、主軸速度変動切削方式を用いることにより、どの程度上昇し得るかを、切削過程および機械構造の動特性の実測値を用いて理論的に算出し、旋削実験の結果と比較検討した。

2. 解 析 方 法

工作機械構造の動特性を、問題とする共振周波数の近傍で、1自由度振動系を用いて表せば、工具・工作物間に作用する変動切削力 F_c と、工具・工作物間の相対的振動変位 x との間には、次の関係が成り立つ。

$$m(\ddot{x} + 2\zeta\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x) = F_c \quad (1)$$

ただし、 m : 等価質量、 ζ : 等価粘性減衰比、 ω_0 : 固有角振動数($=\sqrt{k/m}$, k : 等価ばね定数)である。一方、変動切削力 F_c は、次式で与えられる⁴⁾。

$$F_c = bka[\mu \cdot x(t - T(t)) - x(t)] + F_n(t) \quad (2)$$

ただし、 b : 切削幅(実用切削では切込みに相当する)、 ka : 動的比切削抵抗、 μ : 重複係数、 $F_n(t)$: 切削力に含まれる不規則なノイズ成分である。また $T(t)$ は、再生効果を表す時間遅れ関数であり、旋削の場合、主軸が1回転するのに要する時間に相当し、主軸回転速度 $R(t)$ との間には次の関係が成り立つ。

$$\int_{t-T(t)}^t R(\tau) d\tau = 1 \quad (3)$$

式(1)および式(2)より、次式が得られる†(次ページ)。

* 原稿受付 昭和52年3月17日。昭和50年度精機学会春季大会学術講演会(昭和50年4月4日)にて発表。

** 正 会 員 川崎重工業(株)(明石市川崎町1番1号)

*** 学生会員 京都市工学部(京都市左京区吉田本町)

† 正 会 員 京都市工学部

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} + 2\zeta\omega_0\dot{x} + \left(\omega_0^2 + \frac{b}{b_c} \cdot \frac{2\zeta\omega_0^2}{\mu}\right)x &= f(t) \\ f(t) &= 2 \cdot \frac{b}{b_c} \zeta\omega_0^2 \cdot x(t-T(t)) + \frac{\omega_0^2}{k} F_n(t) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに b_c は、 $b_c = 2\zeta k / (\mu k_d)$ であり、主軸回転速度が一定の場合の無条件安定限界切削幅に等しい。

主軸回転速度 $R(t)$ の変動周期を $p (= 2\pi/\Omega)$ とすれば、 $R(t)$ はフーリエ級数を用いて次のように表せる。

$$R(t) = R_0 + \sum_{n=1}^N \{A_n \cos n\Omega t + B_n \sin n\Omega t\} \quad (5)$$

ただし、 R_0 は平均回転速度であり、また N は、現実の主軸系では回転質量が存在し、高次の周波数成分の速度変動振幅は十分小さくなるので、有限な値で近似できる。上式を用いて式(3)を変形すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} 1 &= R_0 T + \sum_{n=1}^N \left\{ \frac{A_n}{n\Omega} \sin n\Omega t - \frac{B_n}{n\Omega} \cos n\Omega t \right\} \\ &\quad - \sum_{n=1}^N \left\{ \frac{A_n}{n\Omega} \sin[n\Omega \cdot (t-T)] - \frac{B_n}{n\Omega} \cos[n\Omega \cdot (t-T)] \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

すなわち、任意の周期的な速度変動 $R(t)$ に対して、時間遅れ関数 T を上式から決定することができる。

$T(t)$ が求まれば、 $x(t-T(t))$ は時刻 t においては、すでに過去に生じた振動変位であるので既知の値となる。一方、切削力のノイズ成分 $F_n(t)$ を、パワーが P_n の白色ノイズとすれば、標準偏差 $\sigma = \sqrt{P_n/(2\Delta t)}$ の正規分布に従う確率過程を用いて、時間間隔 Δt ごとに $F_n(t)$ の値を与えることができる⁴⁾。以上より、式(4)の $f(t)$ は既知となり、式(4)は、既知の外力 $f(t)$ を受ける1自由度振動系の運動を表す微分方程式と見なせる。したがって、時間 t を Δt の間隔に分割すれば、数値積分法を用いて、解 $x(t)$ を Δt ごとに順次求めることができる⁴⁾。

3. 解析結果および考察

3.1 びびり振動抑制効果に及ぼす主軸速度変動波形の影響

3.1.1 解析結果と実験結果の比較

図1は、長いアーバ（長さ1340 mm、直径60 mm）の一端に取付けた円盤状の工作物（S45C鋼，0.49% C，かたさ225 HB）の回転速度を、種々の波形に変動しながら外周旋削を行い、切削中に生じる工作物系の最大振

平均切削速度：145 m/min，送り：0.2 mm/rev，工作物系の共振周波数：60 Hz，平均主軸回転速度 $R_0 = 305$ rpm，主軸速度変動幅 $R_w = 100$ rpm，主軸速度変動の周期 $p = 5$ s

図1 びびり振動抑制効果に対する主軸速度指令信号波形の影響（アーバを用いた旋削実験結果）

動振幅を、アーバの中央において測定した結果である。使用した旋削の主駆動電動機は、SCRレオナード式の直流電動機であり、速度指令信号の変動に対する主軸回転速度の応答は、時定数0.64 sの1次遅れ特性を示す²⁾。また、工具の切れ刃形状は、横切れ刃角45°、ノーズ半径0.8 mmである。びびり振動抑制効果を比較した主軸速度指令信号は、(a) 方形波、(b) 正弦波、(c) 三角波、多段ステップ波（(d) 減速時4段、(e) 増速時4段）であり、平均回転速度、速度変動の周期および速度変動幅（上限速度と下限速度との差）は同一として実験を行った。図1によれば、びびり振動抑制効果は、主軸速度の変動波形によって明確な差異を生じ、実験を行った範囲では、三角波が最も有効であることがわかる。

一方、図2は、旋削実験に使用したアーバを含むモデル的工作物系を対象として、 $k = 3 \text{ kg}/\mu\text{m}$ 、 $\zeta = 0.01$ 、 $f_0 (= \omega_0/2\pi) = 60 \text{ Hz}$ の値を用いて切削中の振動振幅を算出し、切削開始後約30 s間に現れる最大の振動振幅を求めた結果である。主軸速度の変動波形 $R(t)$ を与えるフーリエ係数 A_n および B_n は、速度指令信号と $R(t)$ との間の伝達関数を、時定数 $\tau_0 = 0.64 \text{ s}$ の1次遅れ特性として決定し（付録1参照）、第6次の係数まで考慮した。また、 x および $\dot{x}$ の初期値 x_0 および $\dot{x}_0$ はゼロとし、切削力のノイズ成分のパワー P_n は $0.001 \text{ kg}^2 \cdot \text{s}$ として計

† 切削過程におけるペネトレーション効果を考慮する場合には、式(4)の $\dot{x}$ の項に現れる ζ を、 $\zeta' = \zeta + \omega_0 F_{0s} / (2kV)$ で置き換えればよい⁶⁾。ただし、 F_{0s} ：切削力の静的成分、 V ：切削速度である。

$k=3 \text{ kg}/\mu\text{m}$, $\zeta=0.01$, $f_0=60 \text{ Hz}$, $\mu=1$, $P_n=0.001 \text{ kg}^2 \cdot \text{s}$, $R_0=300 \text{ rpm}$, $R_w=100 \text{ rpm}$, $p=5 \text{ s}$

図2 びびり振動抑制効果に対する主軸速度指令信号波形の影響 (理論計算結果, 主軸速度指令信号波形 (a) ~ (e) は図1に同じ)

算を行った*。図2によれば, 5種類の主軸速度指令信号の中では, 三角波が最もびびり振動抑制効果が大きく, また振動抑制効果が最も低いのは方形波であって, この結果は実験結果と一致している。

以上より, 本方式における安定限界切込み (許容振動振幅内に取り得る最大の切込み) は, 主軸速度の変動波形によって, 顕著な差異を生じることになる。

3.1.2 主軸速度変動波形の改善

本項では, 既存の波形にこだわらず, 主軸速度の変動波形をさらに改善することを試みる。

a) 速度変動波形のベクトル表示

平均回転速度および速度変動の周期を同一としてびびり振動抑制効果が最大となる主軸速度の変動波形 $R(t)$ を探索することとする。すなわち, $R(t)$ は式(5)におけるフーリエ係数 $A_1, \dots, A_N, B_1, \dots, B_N$ によって定義され, 時間軸がずれただけの波形は等価であるので, $A_1=0$ としても一般性は失われない。したがって, $R(t)$ はベクトル $\mathbf{u}=(A_2, A_3, \dots, A_N, B_1, B_2, \dots, B_N)$ として表示できる。

一方, びびり振動抑制効果に対する評価関数 S として, 切削中に生じる最大の振動振幅値を用いることとする。したがって, 評価関数 S はベクトル $\mathbf{u}$ が定まれば, 2節に示した方法を用いて数値的に算出することができる。

* 切削中の振動振幅の計算値は, P_n の平方根に厳密に比例するので⁴⁾, P_n を一定としても, びびり振動抑制効果の定性的な比較にはさしつかえない。

図3 コンプレックス法における四つの操作の2次元モデルによる説明図(コンプレックスの頂点の数が3の場合)

b) コンプレックス法による極値探索法

評価関数 S を最小とするベクトル $\mathbf{u}$ を探索するのに, 以下に示すコンプレックス法⁶⁾を用いる。

評価関数 S が, n 次元のベクトル $\mathbf{u}$ によって, 一義的に定まるものとする。すなわち,

$$S=f(\mathbf{u}) \quad \mathbf{u}=(a_1, a_2, \dots, a_n) \quad (7)$$

ここで $\mathbf{u}$ は, n 次元空間内の点に対応し, $m (\geq n+1)$ 個の点 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_m$ によって作られる n 次元空間内の立体をコンプレックスと呼ぶ。また, 点 $\mathbf{u}_h, \mathbf{u}_s, \mathbf{u}_l, \mathbf{u}_0$ を次のように定義する。 $\mathbf{u}_h$: コンプレックスの各頂点の中で評価関数 S が最大となる頂点, $\mathbf{u}_s$: 評価関数が2番目に大きな頂点, $\mathbf{u}_l$: 評価関数が最小となる頂点, $\mathbf{u}_0$: $\mathbf{u}_h$ 以外の頂点の図心, すなわち,

$$\mathbf{u}_0 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1, i \neq h}^m \mathbf{u}_i$$

これらをもととして, コンプレックス法には, 次の四つの操作がある。

- (1) 過剰鏡像 $\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_0 + \alpha(\mathbf{u}_0 - \mathbf{u}_h)$ ($\alpha > 0$)
- (2) 延長 $\mathbf{u}_e = \mathbf{u}_0 + \gamma(\mathbf{u}_r - \mathbf{u}_0)$ ($\gamma > 1$)
- (3) 短縮 $\mathbf{u}_c = \mathbf{u}_0 + \beta(\mathbf{u}_h - \mathbf{u}_0)$ ($0 < \beta < 1$)
- (4) 縮小 (点 $\mathbf{u}_i$ の方向へコンプレックスを縮小する)
 $\mathbf{u}_i' = (\mathbf{u}_i + \mathbf{u}_l)/2 \quad i=1, 2, \dots, m$

これら四つの操作を, ベクトル $\mathbf{u}$ が2次元の場合を例にとって図示したのが, 図3である。

以上の操作を基本として, 付録2に示すアルゴリズムに従って, 評価関数 S を最小とする点 $\mathbf{u}_a$ に向かってコンプレックスを収束させる。ただし, ベクトル $\mathbf{u}$ の取り

得る範囲を制約する条件として、各要素 a_i につき、

$$g_i \leq a_i \leq h_i \quad i=1, 2, \dots, n$$

の制約があるものとする。また、コンプレックス ($u_1, u_2, \dots, u_m$) の初期値は、付録 2 の (1) 項に示すように擬似乱数を用いて定める。

c) 計算結果

3.1.1 項の理論解析においては、切削開始後約 30 s 間に生じる最大の振動振幅を評価値として用いたが、切削中の振動振幅は、主軸速度の変動の周期に同期して増減するパターンを繰返すので³⁾⁴⁾、ここでは計算時間の短縮のため、切削開始から速度変動の 2 周期の間に生じる最大の振動振幅値を、評価関数 S とする。主軸速度の変動条件は、平均回転速度 $R_0=300$ rpm、速度変動の周期 $p=3$ s とし、また、速度指令信号に対する主軸速度の応答は 1 次遅れ特性であるとして、速度変動波形 $R(t)$ のフーリエ係数に対する制約条件を次のように定める。

$$\begin{aligned} -120 \leq B_1 \leq 120, & \quad -60 \leq A_2, B_2 \leq 60, \\ -40 \leq A_3, B_3 \leq 40, & \quad -30 \leq A_4, B_4 \leq 30, \\ -24 \leq A_5, B_5 \leq 24 \end{aligned}$$

ただし、単位は rpm であり、また 6 次以上の係数は無視する。したがって、 $u=(A_2, A_3, A_4, A_5, B_1, B_2, B_3, B_4, B_5)$ となり、 u は 9 次元のベクトルである。そこで、コンプレックスの頂点の数は 15 とし、またコンプレックス法における各操作の係数を、 $\alpha=1.0$ 、 $\gamma=2.5$ 、 $\beta=0.5$ とする。一方、機械構造の動特性は、3.1.1 項で使用したアーブを含む工作物系を対象として、 $k=3$ kg/ μ m、 $\zeta=0.01$ 、 $f_0=60$ Hz の値を用い、また $b/b_c=7.5$ 、 $\mu=1$ 、 $P_n=0.001$ kg²·s とした。

以上の条件のもとで、極値探索を行った結果、コンプレックス ($u_1, u_2, \dots, u_{15}$) の初期値を 3 種類に変えると、コンプレックスは各々異なった極値に収束し、少なくとも三つ以上の極値が存在することがわかった。図 4 に、得られた三つの極値に対応する主軸速度の変動波形を示す。三つの波形の中では、(A) の波形が最もびり振動抑制効果が大きく、評価関数 S は 3.1μ m である。一方、(A) の波形と、平均回転速度、速度変動の周期および速度変動幅が同一である三角波および正弦波では、それぞれ $S=8.0 \mu$ m および $S=13.1 \mu$ m であった、すなわち、ここで得られた (A) の波形が、与えられた制約条件の中で、最適な波形かどうかの判定はできないが、既存の波形よりも振動抑制効果が大きく、また制約条件の与え方からわかるように、実現可能な速度変動波形である。

3.2 主軸速度変動切削方式による安定限界の上昇

3.2.1 切削過程の動特性の実測結果

$$k=3 \text{ kg}/\mu\text{m}, \zeta=0.01, f_0=60 \text{ Hz}, \mu=1, b/b_c=7.5, P_n=0.001 \text{ kg}^2 \cdot \text{s}, R_0=300 \text{ rpm}, p=3 \text{ s}$$

図 4 異なるコンプレックスの初期値から得られた三つの極値に対応する主軸速度の変動波形

(1) 圧電型工具動力計、(2) 加速度ピックアップ、(3) 重ね合わせ

図 5 切削過程のステイフネス伝達特性を求める実験の装置概略図

本項では、切削加工中に生じる振動振幅を決定する要因の一つである切削過程の動特性を実測する。

a) 切削過程のステイフネス伝達特性

図 5 に見るように、切込み方向にのみ振動しやすい、長方形断面を有する片持ちりの先端に、小形の圧電型工具動力計を取り付け、動電型加振器を用いて、工具を切込み方向に正弦波状に加振しながら外周旋削を行う。使用した圧電型工具動力計は、工具刃先の慣性力による検出誤差を補正 (マスキャンセル) すれば、工具の振動

切削速度: 140 m/min, 送り: 0.2 mm/rev, 加振周波数: 147~153 Hz, b : 等価切削幅, k_{dx} : 切込み方向に関する動的比切削抵抗

図6 切削過程のスティフネス伝達特性の測定結果

変位にかかわらず背分力および主分力の変動成分を, 10~900 Hz の広い周波数範囲にわたって, 感度一様に, 位相のずれなく検出することができる。また, 工作物の剛性は十分高く, 工具系のみが振動すると見なせる。

実験は, 工作物の回転数 R_p を一定として行う。この状況で, 加振周波数 z の成分に関する, 切込み方向の工具の振動変位 x と背分力の変動成分 F_{cx} との間の伝達特性 T_{cx} は, 式(2)より次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} T_{cx} (= F_{cx}/x) &= bk_{dx}(\mu e^{j\varphi} - 1) \\ \varphi &= 2\pi(1 - \varepsilon) \\ z/R_p &= N \text{ (整数)} + \varepsilon \text{ (端数)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ただし k_d には, 切込み方向に関する動的比切削抵抗であることを明示するために, 添字 x を付している。上式の T_{cx} を複素平面上に表示すると, $(-bk_{dx}, 0)$ を中心とする半径 μbk_{dx} の円周上の点となり, 加振周波数 z が R_p だけ増加する間に T_{cx} は円周上を1回転する⁵⁾。したがって実験にあたっては, 工具系の共振範囲内で R_p に相当する周波数範囲を取り, この範囲で等間隔に8ないし10個の周波数を定めて, 各々の周波数で工具を加振しながら, $T_{cx} (= F_{cx}/x)$ を測定する操作を繰り返す。

図6は, このようにして得られた T_{cx} の実験値が, 複素平面上で描く円の中心の座標および円の半径から, bk_{dx} および μ を求めた結果である^{*}。使用した被削材(S45C鋼)ならびに切れ刃形状は, 3.1.1項と同一である。図において, μ が切込みの大きな領域で1以上となるのは, アウタモジュレーション(前回切削時に生じたうねり)に起因して生じる変動切削力 F_o (式(2)における $\mu bk_{dx}(x(t-T))$) の作用方向が, インナモジュレーション(今回切削時に生じるうねり)に起因して生じる変動切削力 F_i (式(2)における $-bk_{dx}$) の作用方向よりも, 切込み方向に近い場合, 背分力の変動成分としては,

送り: 0.2 mm/rev

図7 種々の切込みにおける背分力の不規則なノイズ成分の測定結果(145 Hz 近傍のパワーを示す)

F_{ox} (式(8)における $\mu bk_{dx} x e^{j\varphi}$) が F_{ix} (式(8)における $-bk_{dx} x$) よりも大きくなるためであると解釈される⁵⁾。

b) 切削力の不規則なノイズ成分

圧電型工具動力計を, 剛性の高い工具台に取付けて, 振動が生じない状況で S45C 鋼を外周旋削し, 背分力の変動成分を測定する。図7は, 得られた背分力の変動成分を周波数分析し, 145 Hz 近傍のパワーを求めた結果である。一方, 切削力のノイズ成分に対する振動振幅の影響を調べるために, 圧電型工具動力計を片持ちりの先端に取付けて, 工具を加振しながら切削力の変動成分を測定した。その結果, 当然ながら加振周波数成分のパワーは著しく増大するが, それ以外の周波数の成分のパワーは, 工具の振動振幅が 25 μm (片振幅) 程度以下であれば, 工具を剛性の高い工具台に取付けた場合とほぼ同一となり, 切削力のノイズ成分に対する振動振幅の影響は, 無視し得ることがわかった。

3.2.2 解析結果の検討

* 式(2)および式(8)は, 本来, 切削断面積の変動に比例して切削力の変動が生じるとする, 単一せん断面理論に従った表示法であり, 重複係数 μ は, インナモジュレーションによる切削断面積の変動に対する, アウタモジュレーションによる切削断面積の変動の比として定義されている⁵⁾。しかしながら, μ を切削過程のスティフネス伝達特性の実測値に従って, 以下のように拡張して定義すれば, 実験値を基準として, 式(2)および式(8)をそのまま適用することができる。すなわち, 背分力の変動成分を例にとれば, インナモジュレーションに起因して生じる変動切削力 F_{ix} と x , およびアウタモジュレーションに起因して生じる変動切削力 F_{ox} と $x e^{j\varphi} (= x(t-T))$ とが, 各々比例するとする基本仮定のもとに, 各々における比例定数を $-K_{ix}$ および K_{ox} と表せば, $T_{cx} (= F_{cx}/x)$ は, $T_{cx} = K_{ox} e^{j\varphi} - K_{ix}$ となり, 複素平面上に表示すると, 式(8)と同様に, $(-K_{ix}, 0)$ を中心とする半径 K_{ox} の円となる。したがって, T_{cx} の実測値から得られる K_{ix} および K_{ox} より K_{ox}/K_{ix} を求め, これを μ の実験値とする。

主軸速度指令信号：三角波， $R_0=300$ rpm， $R_w=130$ rpm，
平均切削速度：140 m/min，送り：0.2 mm/rev
実線：片持ちばり構造の工具系を用いた旋削実験結果（工具系の共振周波数：144 Hz）
破線：理論計算結果（ $k=0.976$ kg/ μ m， $\zeta=0.032$ ， $f_0=144$ Hz）

図8 主軸速度変動切削方式による安定限界の上昇

図8は、切込み方向にのみ振動しやすい片持ちばりの先端に工具を取付けて、工作機械構造をモデル化し、S45C鋼を外周旋削した時の工具の最大振動振幅を求めた結果である⁴⁾。工具系に比べて、工作物系の剛性は十分高く、また主軸速度指令信号としては、既存の波形の中では、びびり振動抑制効果が最も大きいことが確認された三角波を用いている。被削材ならびに切れ刃形状は、3.1.1項と同一である。図の実験結果は、主軸速度変動切削方式を用いると、主軸回転速度が一定の場合の安定限界切込み（0.3 mm）を越えても振動の成長が抑制され、安定限界が上昇することを示している。

一方、図中の破線は、旋削実験に使用したモデルの工具支持構造体を加振試験して得られた、 $k=0.976$ kg/ μ m， $\zeta=0.032$ ， $f_0=144$ Hzの値を用いて、切削中の振動振幅を算出し、切削開始後約30 s間に現れる最大の振動振幅を求めた結果である。切削過程の動特性を与える bka_s ， μ および切削力のノイズ成分のパワー P_n は、それぞれ図6および図7に示した実験値を使用した^{*}。理論計算結果と実験結果は、主軸速度変動切削方式が、実用上適用可能な振動振幅が低い領域では、十分な精度で一致しており、本方式による安定限界切込みの上昇が、理論計算か

* 式(4)において、 $b/b_c=\mu bka/(2\zeta k)$ であるから、 bka の実験値をそのまま適用することができる。

ら十分予知し得ることを示している。

4. 結 論

本研究の結果、次の結論が得られた。

- (1) 主軸速度変動方式で切削中に生じる振動振幅は、工作機械構造の動特性および切削過程の動特性、ならびに主軸速度の変動条件によって決定される。
- (2) 本方式において、使用する工作機械、工具ならびに工作物が決まった場合に、切削条件（切削速度、切込み、送り）を除けば、任意に変え得る唯一の因子である主軸速度の変動波形により、びびり振動抑制効果は顕著な差異を生じる。
- (3) 方形波、正弦波、三角波、多段ステップ波などの既存の波形の中では、三角波の速度指令信号を用いて主軸速度を変動するのが、びびり振動の抑制に最も有効である。
- (4) コンプレックス法を用いると、主軸駆動系の特性によって定まる制約条件の中で、既存の主軸速度変動波形よりも、びびり振動抑制効果が大きな速度変動波形を、理論的に探索することが可能である。
- (5) 主軸速度変動方式で切削中に生じる振動振幅は、主軸速度の変動条件が同一であれば、切込みの増大とともに徐々に増大する。この時、許容振動振幅内で取り得る最大の切込み（主軸速度変動切削方式における安定限界切込み）は、工作機械構造の動特性および切削過程の動特性が与えられれば、数値積分法を用いて、十分な精度で予測することができる。

【付録1】

主軸速度指令信号の交流成分 $E(t)$ は、フーリエ級数を用いて次のように表せる。

$$E(t) = \sum_{n=1}^N \{C_n \cos n\Omega t + D_n \sin n\Omega t\}$$

1次遅れ系の伝達関数は、角周波数 $n\Omega$ の成分について、 a を定数として、 $a/(1+jn\Omega\tau_0)$ で表されるから、上式と式(5)とから、次式が得られる。

$$(A_n - jB_n)e^{jn\Omega t} = \frac{a}{1+jn\Omega\tau_0} (C_n - jD_n)e^{jn\Omega t}$$

したがって、 A_n および B_n は、速度指令信号のフーリエ係数 C_n および D_n を用いて、次式から決定できる。

$$A_n = a \cdot \frac{C_n - D_n \cdot n\Omega\tau_0}{1 + (n\Omega\tau_0)^2} \quad B_n = a \cdot \frac{C_n \cdot n\Omega\tau_0 + D_n}{1 + (n\Omega\tau_0)^2}$$

【付録2】

極値探索のアルゴリズムは、次の通りである。

- (1) コンプレックスの第1番目の頂点 $u_1=(a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n})$ の初期値を、次のように定める。

$$a_{1i} = g_i + Q_{1i} \cdot (h_i - g_i) \quad i=1, 2, \dots, n$$

ここに Q_{1i} は、 $[0, 1]$ の区間でその発生確率が一樣

な擬似乱数である。同様に、他のすべての頂点 $u_2, u_3, \dots, u_m$ の初期値も定める。これにより、最初のコンプレックスが定まる。

- (2) 各頂点での評価関数 $S=f(u)$ の値を求め、 u_h, u_s, u_l, u_0 を定める。
 - (3) 過剰鏡像を行い、評価関数 $f(u_r)$ を求める。
 - (4) (a) $f(u_r) < f(u_l)$ の時: 延長を行い、評価関数 $f(u_e)$ を求める。
 - (イ) $f(u_e) < f(u_r)$ の時: 点 u_h を u_e に置き換えて新しいコンプレックスとし(2)にもどる。
 - (ロ) $f(u_e) \geq f(u_r)$ の時: 点 u_h を u_r に置き換えて新しいコンプレックスとし(2)にもどる。
 - (b) $f(u_s) \geq f(u_r) \geq f(u_l)$ の時: 点 u_h を u_r に置き換えて新しいコンプレックスとし(2)にもどる。
 - (c) $f(u_h) > f(u_r) > f(u_s)$ の時は点 u_h を u_r に置き換えた新しいコンプレックスで、また、 $f(u_r) \geq f(u_h)$ の時はそのままのコンプレックスで、短縮を行い、評価関数 $f(u_e)$ を求める。
 - (イ) $f(u_e) < f(u_h)$ の時: 点 u_h を u_e に置き換えて新しいコンプレックスとし(2)にもどる。
 - (ロ) $f(u_e) \geq f(u_h)$ の時: 点 u_l の方向にコンプレックスを縮小して(2)にもどる。
- 以上のアルゴリズムに従って計算を実行し、各頂点で

の評価関数の値がほぼ同一になれば、極値を与える点 u_a の近傍にコンプレックスが収束したと判定して、計算を打切る。

文 献

- 1) H. E. Merritt: Theory of Self-excited Machine-tool Chatter, Trans. ASME, 87, B, 4, (1965) 447.
- 2) 竹村 正, 北村 隆, 星 鉄太郎: 主軸回転速度変動によるびびり振動の防止, 精密機械, 41, 5 (1975) 489.
- 3) 稲村豊四郎, 佐田登志夫: 変動主軸回転数下の切削系の安定解析, 精密機械, 43, 1 (1977) 80.
- 4) 竹村 正, 北村 隆, 浅田博司: びびり振動抑制効果に影響を及ぼす因子の解析, 精密機械, 42, 11 (1976) 1049.
- 5) 竹村 正, 山本正伸, 星 鉄太郎: 切込み方向振動による切削過程のステイフネス伝達特性の解析, 精密機械, 38, 4 (1972) 369.
- 6) M. J. Box: A New Method of Constrained Optimization and a Comparison with Other Methods, Computer J., 8, (1965) 42.
- 7) 山本 明ほか: 圧電素子を用いた切削動力計の研究, 精密機械, 38, 7 (1972) 586.
- 8) H. Opitz and G. Wernitze: Application of a Process Control Computer for Measurement of Dynamic Cutting Coefficients, Ann. CIRP, 21, 1, (1972) 99.

精密工学系大学院の研究テーマの調査結果

頭書の D は博士課程を、M は修士課程を、テーマのあとのカッコ中の人名は指導教官名を示す。

山形大学

- M 抵抗溶接継手の疲れ強さに関する研究 (熊倉重典)
- M 溶接組織と疲れ強さに関する研究
- M 高力アルミニウム合金の予ひずみと疲れに関する研究
- M 高力アルミニウム合金の時効と降伏曲面に関する研究
- M 軟鋼のひずみ時効と降伏曲面に関する研究
- M アルミニウム単結晶の塑性変形に関する研究 (那須康雄)
- M 歯車の転造機構に関する研究 (井上和夫)
- M 中間相モデルによる凝固現象の解析 (梅宮弘道)
- M 直接通電による単結晶育成の熱的制御
- M リボン状単結晶育成
- M 近似二入力記述関数法に関する研究 (荻野修作)
- M U 字管マノメータの液面の自由振動に関する研究
- M オンオフ制御系に関する研究
- M 鋳鉄の塑性疲れに関する研究 (高橋 寛)

東北大学

- D 柱の塑性挫屈とその抑制に関する研究 (竹山寿夫)
- D 円筒歯車の曲げ強度に関する研究 (戸部俊美)
- D 燃料噴霧の流動と着火および燃焼に関する基礎的研究 (永井伸樹)
- M 高速圧縮による応力歪関係に関する研究 (竹山寿夫)
- M 円板の高速張出し加工に関する解析的研究
- M 視覚をもつマニピュレータに関する研究 (酒井高男)
- M 歩行の力学モデルに関する研究
- M 易工作を目的とした鼓形ウォームギヤに関する研究
- M コンベアスケール用積算機に関する研究
- M ウォームギヤに関する研究 (藤井康治)
- M 干渉計を用いた測長技術に関する研究
- M 平歯車の歯元応力に関する研究 (戸部俊美)
- M 動的応力集中に関する基礎的研究
- M スクーリング発生機構に関する基礎的研究
- M 仕上転造歯車の歯形に関する基礎的研究 (槌川武男)
- M 生産ラインにおけるシステムダイナミクスに関する研究 (松井正己)
- M ベルト研削に関する研究
- M 大容量二流体噴射弁に関する研究 (箱守京次郎)
- M 熱伝導系の計算機制御に関する研究
- M 瞬時流量計に関する研究