砥粒切削機構の塑性学的解析 (第1報)*

— 単一すくい面切削模型とエネルギー解法 —

白井英治** 井上 誠**

Plasticity Analysis of Cutting Process with Abrasive Grain (1st Report)

— Cutting Models and Energy Method for Cutting with Abrasive Grains of Single Rake Face —

Eiji USUI, Makoto INOUE

The paper presents several cutting models for three dimensional cutting with abrasive grains of single rake face. The models are designed for continuous chip formation, incomplete chip formation, and wall formation of partial chip or plastic upheaval along the groove cut. They consist of planes of velocity discontinuity and their deformation may be interpreted as a piling of plane plastic flow. Based upon the proposed cutting models, an energy method similar to the upper bound approach is developed, which enables to predict the deformation and the three components of cutting force by using the data in orthogonal cutting under equivalent cutting conditions. Preliminary examination shows the method is not only effective for the prediction, but also effective to distinguish which cutting model is realized under given cutting conditions.

1. ま え が き

切削を専門とする者の立場からすると、研削機構に関する従来の諸研究では「砥粒切れ刃がどのように切りくずや側方への盛上がりを生成するのか」という最も本質的な点が常に曖昧であり、納得のいく切削モデルと解析がないままに理論が組立てられていることに物足りなさを覚える。単純化された場合についてだけでも、塑性力学的にすじの通った解析を行い、塑性変形と切削抵抗の基本的性格を明らかにしてかかることが、より抜本的な研削理論の展開に必要なのではなからうか。本研究はこうした関心から行った三次元切削の研究である。

単粒切削の多くの観察例¹⁾および著者の経験²⁾によれば、実際の研削切りくずの生成過程はいわゆる円すい砥粒や半球砥粒によるものとはほど遠く、図1に示すような単一すくい面切れ刃あるいは精々2~3枚のすくい面からなる切れ刃によるものと近似できる場合が大部分である。複雑な刃形はともかく、これらの刃形なら速度不連続面によって構成される適当な切削模型を想定すれば、上界接近法に類似のエネルギー解法³⁾⁴⁾によって実際に近い塑性流れの状態と切削抵抗を予測することが可能である。本報告は手始めとして、単一すくい面をもつ砥

粒切れ刃の場合について数種の切削模型を提案し、エネルギー解法の要点を述べるとともに二、三の予備的検討を加えたものである。

2. 切削模型と動的可容性

切れ刃のランダムな位置分布と切削面積の変化、摩耗痕の存在、切れ刃と工作物間の弾塑性的接触剛性などが研削過程を特徴づける要件であることは確かであるが、上述した本研究の目的にとっては必須でない。そこでこれらをすべて無視し、単一すくい面をもつ鋭利切れ刃が一定の切込み深さ $\bar{a}$ で定常的に剛完全塑性材料を切削している場合を想定する。完全塑性体を想定したのは、一般に高速変形過程では材料は完全塑性体的にふるまうことが古くから指摘されているためである⁵⁾。切削の場合

(a) 単一すくい面

(b) 複すくい面

図1 典型的砥粒切れ刃と切削状態

* 原稿受付 昭和52年12月9日。昭和44年度精機学会春季大会学術講演会(昭和44年4月4日)にて発表。

** 正会員 東京工業大学工学部(東京都目黒区大岡山2-12-1)

図2 切削模型 (I) —完全な切りくずが生ずる場合

でも、温度とひずみ速度の効果を含めてのことであろうが、切削速度が大となると加工硬化が減少し⁶⁾、剛完全塑性体を前提とする解析が妥当になるとする報告がある⁷⁾。なお以下の解析ではすくい面が三角形であっても適当な四辺形であっても本質的相違はなく、後者は前者の場合を若干修正して容易に得られるから、以後の記述はすべて三角形すくい面の場合に限ることにする。

2.1 完全な切りくずが生ずる場合 (模型 (I))

図2(a)は断面JEKなるみぞを連続切りくずを生じながら砥粒が削り出していく場合の切削模型(模型(I))である。切りくず生成は切れ刃 $\overline{OA}$ によるせん断面($\triangle OAC$)と切れ刃 $\overline{OB}$ によるせん断面($\triangle OBC$)における単純せん断変形(速度不連続)で行われ、切りくずは剛体として一定方向に流出するものとする。同図の点A, Bは切れ刃と被削材上面との交点であり、四辺形ABGFは砥粒先端Oを含むように考えた矩形である。砥粒すくい面は垂直すくい角 α_n (負角)、傾斜角 i 、切れ刃角 γ, δ によって規定することができる。また図示のようにすくい面内で $\overline{OQ}$ から流出方向まで測った角 η_c を切りくず流出角とよぶ。いま切削速度 V と切りくず速度 V_c を含む平面、例えば同図のEDCIHOなる面をこれに垂直方向からみると、同図(b)のように切削厚さ $\overline{ED}$ 、せん断面 $\overline{OC}$ なる二次元切削と同じ状況になっていることがわかる⁴⁾⁸⁾。またこれと平行な他の平面内の状況も全く同様であり、切削厚さのみが異なるに過ぎない。したがって V と V_c を含む面内で図示のように有効すくい角 α_e 、有効せん断角 ϕ_e を定義すれば、切れ刃の各部で同一の α_e と ϕ_e を持ち、切削厚さのみが異なる二次元切削が集積したものとして全体を考えることができる。ただし平面ひ

図3 切削模型 (II) —不完全切りくずが生ずる場合

ずみ状態の集積ではあっても、全体は平面塑性流れではない。 V と V_c を含む平面内のホドグラフは同図(c)であり、この切削模型の動的可容性は直ちに明らかであろう。切れ刃の傾斜角 i が増大すると、次報で述べるように切りくず流出角 η_c は次第に大となり、同図(a)の流出方向OHは切れ刃 $\overline{OB}$ を横切るようになる。両者が平行になる場合がこの切削模型の成立限界である。

2.2 不完全切りくずが生ずる場合 (模型 (II), (III))

切りくず流出方向が上述の限界を越えると切削状態は図3に示す模型(II)に転化すると考えられる。前図(a)のせん断面 $\triangle OBC$ が図3(a)では切削速度 V に平行な速度不連続面 $\triangle OPC$ に置きかえられているが、切りくず生成機構は前図の場合と全く同様に考えることができる。すなわち図3(a)の斜線を施した面は V と V_c を含む平面の一つであるが、面内の変形は二次元切削的であり、全体は再び位置によって切削厚さのみが異なる二次元切削が集積したものとしてとらえることができる。しかし切れ刃 $\overline{OB}$ は切削に直接関与せず、生成される切削みぞ(断面は $\triangle JEK$)は切れ刃がそのまま転写される前図の場合より大となる。ただしすくい面の受圧部は $\triangle OAL$ であるから、切れ刃 $\overline{OB}$ の位置は後述するすくい面での摩擦仕事の大小に関係し、切削状態の決定に関与する。なおこの切削模型では速度不連続面 $\triangle OPC$ (不連続速度 V_s)は V と V_c を含む平面の一つであり、実用材料の切削では切りくずと母材間の分離がこの平面内の $\overline{OC}$ 付近で生ずるであろうから両者間の摩擦面に相当するものとなる。このため $\triangle OPC$ での実際の変形状態は不安定であり、切りくずの表面もむしれの多い不規則な形状

図4 切削模型〔III〕—不完全切りくずが生ずる場合

となる。不完全切りくずとしたのはこのためである。

図3の模型〔II〕では切れ刃 $\overline{OB}$ は切削に直接関与しなかったが、図4の模型〔III〕に示すように、 $\overline{OB}$ を含む速度不連続面 $\triangle OLC$ を挿入すれば切りくずは切れ刃 $\overline{OBL}$ で折り曲げられ、直接的役割が生ずる。すなわち、すくい面に沿う切りくず速度 V_c は $\triangle OLC$ で不連続速度 V_s' を得て流出速度 V_c' に変化する。 V, V_s, V_c を含む平面は同時に V_s', V_c' をも含み、同図(a)の斜線を施した平面となる。これを紙面に平行に置いたものが同図(b)であり、同図(c)はホドグラフである。このような平面塑性流れの状態が切れ刃 OA に沿って積み重なったものが全体である。

2.3 半生成切りくず壁が生ずる場合 (模型〔IV〕)

切れ刃の傾斜角 i が更に増大すると、図4の V_c' は切削速度 V と一致してしまう。この場合、速度不連続面 $\triangle ONC$ は消失するから切りくずは発生せず、切削されたみぞの側方に高く盛上がる半生成切りくず壁が形成される。図5の模型〔IV〕はこの場合の変形機構を示すものであり、不連続速度 V_s と V_s' は方向が反対で同じ大きさである。またこの場合の切削みぞは砥粒刃形が転写されたものとなる。

2.4 盛上がり壁が生ずる場合 (模型〔V〕)

切れ刃傾斜角 i が模型〔IV〕の場合より更に大きく、垂直すくい角 α_n が著しく負の場合には、工藤ら³⁾が解析した剛体くさびの傾斜押込みの場合と類似になり、低く幅の広い盛上がり壁が切削みぞに沿って形成される。図6の切削模型〔V〕がこの場合であり、模型〔IV〕の速度

図5 切削模型〔IV〕—半生成切りくず壁が生ずる場合

図6 切削模型〔V〕—盛上がり壁が生ずる場合

不連続面 $\triangle OAC$ と $\triangle OLC$ がそれぞれ折れ曲がった2枚の面に転化したものである。すなわち $\triangle OAC \rightarrow \triangle OAM$ と $\triangle MAR$, $\triangle OLC \rightarrow \triangle OLM$ と $\triangle MLR$ である。工藤ら³⁾はくさび押込みの擬似定常塑性流れを利用してこの場合の変形過程を説明したが、既述と同様の定常平面塑性流れによる解釈が再び可能である。まず切削速度 V とすくい面に沿う速度 V_c を含む平面内に入射する要素のうち端面の ef から入射するものを考えると、模型〔IV〕のそれと全く同じ変形過程をたどることがわかる。また ef の延長 fk から入射する要素は同じ平面内で $\triangle MAR$ に沿う不連続速度 V_{ss} を受けるとすれば V_c に平行な速

度 V_{ce} とならなければならない。この速度は ΔMLR で再び不連続速度 $-V_{ss}$ を受けて切削速度 V に復帰する。かくして端面の $\overline{efk}$ から入射する要素はすべて同一平面内で平面ひずみの変形を受けることになる。図6(b)はこの平面を紙面に平行において面内の状況を示したものであり、同図(c)はホドグラフである。この平面に平行な他の平面内の状況はすべて同一であり、同じ状況が積み重なったものとしての全体が動的に可容であることは直ちに明らかであろう。なお同図(a)の ΔMAL は速度不連続面であり、不連続速度は $V_{ce} - V_e$ である。

3. エネルギー解法

前節の切削模型はいずれも動的に可容な不連続速度場から構成されているが、切りくずあるいは盛上がり部の形状はあらかじめ指定されておらず、それ自体も解の一部として求めるべきものであるから上界定理を厳格に適用することはできない。しかし本研究では上界接近法と同様な考え方をとり、それぞれの切削模型について最も内部仕事率(単位時間あたりの内部仕事)が小となる状態が実現するものとする。また同じ砥粒刃形、切削条件について各模型の極小内部仕事率を比較するとき、それが最も小となる模型が実現するとみなすことにする。なお上界接近法によって計算を行う場合、速度不連続面に働く主せん断応力 τ_s と砥粒すくい面の摩擦応力 τ_i (もしくは摩擦力 f_i) が与えられなければならないが、これらを予測することは困難である。そこで上述の各切削模型とは必ずしも対応しないが、ほかに方法がないので、これらの値を同等切削条件の二次元切削から求めることにした。

3.1 完全な切りくずが生ずる場合 (模型 [I])

図2の模型 [I] における内部仕事率 U はせん断面におけるせん断仕事率 U_s とすくい面における摩擦仕事率 U_f よりなる。いま切りくず流出角 η_c が与えられたとすると、有効すくい角 α_e は幾何学的関係から

$$\alpha_e = \sin^{-1}(\sin \alpha_n \cos i \cos \eta_c + \sin \eta_c \sin i) \quad (1)$$

によって定まる。したがって α_e に応じて有効せん断角 ϕ_e が決まるとすれば模型の全形状が定まり、せん断面面積、 V_s 、 V_c が計算できる。平面ひずみ状態ではないが、2.1節に指摘したように V と V_e を含む面内の変形は二次元切削的であるから、 ϕ_e と α_e の関係は同等切削条件の二次元切削におけるものと同一と仮定する。またすくい面は V と V_e を含む面に直交していないが、流出方向を含む単位幅 (例えば図2(a)の $\overline{OH}$ を中心とする単位幅) には対応する切削厚さ (図2(a)の $\overline{ED}$) で単位幅の二次元切削の摩擦力が働くと仮定すれば、すくい面摩擦力 f_i

を計算することができる。結局、同等切削条件における二次元切削データ

$$\phi_e = f(\alpha_e), \quad \tau_s, \quad \beta = h(\alpha_e) \quad (2)$$

を用いれば内部仕事率 U は

$$U = U_s + U_f = \tau_s A V_s + f_i V_c \equiv F(\eta_c, \alpha_n, i, b, \bar{g}, V) \quad (3)$$

となり、切削条件が与えられれば η_c のみの関数として計算できることになる。ただし式(2)の β は平均摩擦角、式(3)の A はせん断面の面積 (図2(a)の $\triangle OAC$ と $\triangle OBC$) である。したがって U を極小にする η_c とそれに対する $\alpha_e, \phi_e, V_s, V_c$ を $-\gamma \leq \eta_c \leq \delta$ の範囲で求めれば、それらが実現する切削状態となるわけである。切削抵抗主分力 F_H は $F_H \cdot V = U_{\min}$ から求めればよく、図2(a)に示す他の分力 F_V, F_T はすくい面の垂直力 N_i を次式で決定し、合成力 $\vec{R}_i = \vec{f}_i + \vec{N}_i$ の V, T 成分として求めればよい。

$$(F_H)_{U-\min} = (f_i, U-\min)_H + (N_i)_H \quad (4)$$

ただし添字 H は切削速度方向の分力を示す。

以上に要約したエネルギー解法は既に報告⁴⁾したものと同じであるから詳細を省略し、切削抵抗の計算式のみを示せば次式となる。式中の η_c, α_e, ϕ_e は $U_{\min}$ に対するものである。

$$\left. \begin{aligned} F_H &= \frac{\tau_s \cos \alpha_e}{\cos(\phi_e - \alpha_e)} \left\{ (A_1 + A_2) \right. \\ &\quad \left. + \frac{b \bar{g} \sin \beta}{2 \cos(\phi_e + \beta - \alpha_e) \cos i \cos \alpha_n} \right\} \\ A_1 &= \frac{\bar{g}^2}{4 \cos^2 \alpha_n} \left[\frac{4 \cos^2 \alpha_e}{\sin^2 \phi_e \cos^2 \eta_c \cos^2 \gamma} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\cos^2 \alpha_e - \sin^2 \alpha_e}{\cos^2 \eta_c} + \frac{1}{\cos^2 \gamma} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2 \cos \alpha_e \sin \alpha_e \cos \phi_e}{\sin \phi_e \cos^2 \eta_c} \right. \\ &\quad \left. - (\tan \eta_c + \tan \gamma)^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{2 \sin i (\tan \eta_c + \tan \gamma)}{\cos \eta_c} \right. \\ &\quad \left. \times \left(\frac{\cos \alpha_e \cos \phi_e}{\sin \phi_e} + \sin \alpha_e \right) \right\}^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$A_2 = (A_1 \text{ において } \gamma \text{ を } -\delta \text{ に代えたもの})$$

$$b = (\tan \gamma + \tan \delta) \cos i \cdot \bar{g} / \cos \alpha_n$$

$$F_V = \frac{-(F_H - f_i \sin \alpha_e) \sin \alpha_n}{\cos \alpha_n \cos i} + f_i \cos \eta_c \cos \alpha_n \quad (6)$$

$$\begin{aligned} F_T &= \frac{(F_H - f_i \sin \alpha_e) \cos \alpha_n \sin i}{\cos \alpha_n \cos i} \\ &\quad - f_i \sin \eta_c \cos i + f_i \cos \eta_c \sin \alpha_n \sin i \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{但し, } f_i = \frac{b\bar{g}\tau_s \sin \beta \cos \alpha_e}{2 \sin \phi_e \cos(\phi_e + \beta - \alpha_e) \cos i \cos \alpha_n}$$

3.2 不完全切りくずが生ずる場合 (模型 [II], [III])

図4の模型 [III] が一般的であり, これについて考える. この模型では入射側のせん断面 $\triangle OAC$ の形状, 位置を固定した状態, すなわちこの面のせん断仕事率とすくい面の摩擦仕事率を固定した状態で V_s と V_c' のなす角 ε を変えて色々の状態をつくることができる. 特に $\varepsilon = \pi/2 - (\phi_e - \alpha_e)$ のとき $V_s' = 0$ であり, 速度不連続面 $\triangle OLC$ は消失して図3の模型 [II] となる. そこで ε により変化する内部仕事率 U , すなわち速度不連続面 $\triangle OLC$ と $\triangle ONC$ でのせん断仕事率を計算すると次式となる.

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \overline{OC}^2 \tau_s V \sin \phi_e + \{ \tan(\phi_e - \alpha_e) - \cot \varepsilon \} \\ &\quad \times \sin \phi_e (\triangle OLC) \tau_s V \\ \text{但し, } \frac{\pi}{2} - (\phi_e - \alpha_e) &\leq \varepsilon < \pi - \phi_e \end{aligned} \right\} (8)$$

$\varepsilon = \pi/2 - (\phi_e - \alpha_e)$ のとき U が最小となるのは明らかであり, 結局模型 [II] のみが生ずる解とみなされる.

模型 [II] は模型 [I] と類似であって, すくい面が $\triangle OAP$ になった場合に相当する. ただし V と V_c を含む面内が完全に二次元切削的なわけではなく, 例えば端面の $\overline{EK}$ から入射する要素は対応するすくい面を持たない. そこで ϕ_e については式 (2) の二次元切削データを利用することにし, すくい面の摩擦係数は $\triangle OAL$ に二次元切削の平均摩擦応力 τ_i が均一分布するとして計算することにした. なお τ_i はすくい角, 切削厚さによりほとんど変化しないことが知られている⁹⁾. また速度不連続面 $\triangle OPC$ のせん断応力は剛塑性体では主せん断応力 τ_s であるが, 実際にも新生破断面同士の摩擦面となるから τ_s としてよいと思われる. 結局, $U = \tau_s (\triangle OAC + \triangle OPC) V_s + \tau_i (\triangle OAL) V_c$ なる内部仕事率を前節と同様に, $\delta < \eta_c < \pi/2$ の範囲で η_c を変化させて計算すればよく, $U_{\min}$ を与える η_c とそれに対する $\alpha_e, \phi_e, V_s, V_c$ が実現する切削状態となる. 切削抵抗の計算も同様であり, $U_{\min}$ に対する η_c, α_e, ϕ_e を用いて次式で与えられる.

$$\left. \begin{aligned} F_H &= \frac{\tau_s \cos \alpha_e}{\cos(\phi_e - \alpha_e)} A_1 + \frac{\tau_s \bar{g}^2 \cos^2 \alpha_e}{2 \cos^2 \alpha_n \sin \phi_e \cos^2 \eta_c} \\ &\quad + \frac{\lambda \bar{g}^2 \tau_i \sin \phi_e \sin(\gamma + \delta)}{2 \cos^2 \alpha_n \cos(\phi_e - \alpha_e) \cos \gamma \cos \delta} \\ \text{但し, } \lambda = \overline{OL} / \overline{OB} &= \frac{\tan \eta_c + \tan \gamma}{\tan \eta_c - \tan \delta} \\ A_1 &\text{は式 (5) のそれである.} \end{aligned} \right\} (9)$$

F_V, F_T はそれぞれ式 (6), 式 (7) から得られ

$$\text{る. 但し, } f_i = \frac{\lambda \bar{g}^2 \tau_i \sin(\gamma + \delta)}{2 \cos^2 \alpha_n \cos \gamma \cos \delta}$$

3.3 半生成切りくず壁が生ずる場合 (模型 [IV])

図5の模型 [IV] における内部仕事率は模型 [II] における $\triangle OPC$ でのせん断仕事率を図5の $\triangle OLC$ でのそれに置きかえれば得られる. 切れ刃傾斜角 i が増大すれば $\triangle OPC$ の面積は著しく大となるから, 同じ速度不連続量 $V_s (V_s')$ を $\triangle OLC$ で受持つ方が内部仕事率が小となり, 模型 [IV] が実現する可能性が生ずるわけである. ϕ_e, τ_i に対し模型 [II] の場合と同様に二次元切削データを用いれば同じ要領で計算を行うことができる. 切削抵抗の計算式は次式である.

$$\left. \begin{aligned} F_H &= \frac{\tau_s \cos \alpha_e}{\cos(\phi_e - \alpha_e)} (A_1 + \lambda A_2) \\ &\quad + \frac{\lambda \bar{g}^2 \tau_i \sin \phi_e \sin(\gamma + \delta)}{2 \cos^2 \alpha_n \cos(\phi_e - \alpha_e) \cos \gamma \cos \delta} \\ \text{但し, } A_1, A_2 &\text{は式 (5) のそれであり, } \lambda \text{ は} \\ &\text{式 (9) のものに同じ.} \\ F_V, F_T &\text{はそれぞれ式 (6), 式 (7) から得られ} \\ \text{る. 但し } f_i &= \frac{\lambda \bar{g}^2 \tau_i \sin(\gamma + \delta)}{2 \cos^2 \alpha_n \cos \gamma \cos \delta} \end{aligned} \right\} (10)$$

3.4 盛上がり壁が生ずる場合 (模型 [V])

図6の模型 [V] における内部仕事率の計算のうち $\triangle MAL$ の下側の領域におけるものは, 図示の点 M の位置が定まれば模型 [IV] におけると全く同様であり, 二次元切削データに基づき, 図示の流出角 η_c を変数として計算できる. これに対し, $\triangle MAL$ の上側領域の内部仕事率 U は点 M の位置に加えて図示の第二有効せん断角 ϕ_{ee} を与えねば決定できないが, ϕ_{ee} は二次元切削データからは求められない. そこで全内部仕事率を η_c, ϕ_{ee} および点 M の位置を指定する変数 $\nu = \overline{OM} / \overline{OC}$ の3変数関数とし, 電子計算機によって数値的に U の極値探索を行った. 数値探索の手法は田川¹⁰⁾の方法によった. U の極小値に対し解を構成する諸量が決定されるのは既述と同様である. 計算に必要な諸式を以下に示す.

全内部仕事率は

$$\begin{aligned} U &= \tau_s (\triangle OAM + \triangle OLM) V_s \\ &\quad + \tau_s (\triangle MAR + \triangle MLR) V_{ss} \\ &\quad + \tau_s (\triangle MAL) (V_{cc} - V_c) + \tau_i (\triangle OAL) V_c \end{aligned} \quad (11)$$

であり,

$$\delta < \eta_c < \frac{\pi}{2}, \quad 0 < \nu < 1, \quad 0 < \phi_{ee} < \frac{\pi}{2} - (\phi_e - \alpha_e) \quad (12)$$

の範囲で $U_{\min}$ を求めればよい. この時の切削抵抗の計算式は, $\triangle MAR, \triangle MLR, \triangle MAL$ の面積をそれぞれ

A_3, A_4, A_5 とおくと次式である。

$$F_H = \frac{\tau_s \cos \alpha_e}{\cos(\phi_e - \alpha_e)} (\nu A_1 + \lambda \nu A_2) + \frac{\tau_s \cos \alpha_e}{\cos(\phi_e + \phi_{ee} - \alpha_e)} (A_3 + A_4) + \frac{\tau_s \sin \phi_{ee} \cos \alpha_e A_5}{\cos(\phi_e + \phi_{ee} - \alpha_e) \cos(\phi_e - \alpha_e)} + \frac{\lambda \bar{g}^2 \tau_i \sin \phi_e \sin(\gamma + \delta)}{2 \cos^2 \alpha_n \cos(\phi_e - \alpha_e) \cos \gamma \cdot \cos \delta} \quad (13)$$

但し、 A_1, A_2 は式 (5) のそれであり、 λ は式 (9) のものに同じ。

F_V, F_T はそれぞれ式 (6), 式 (7) から得られ

$$\text{る。但し } f_i = \frac{\lambda \bar{g}^2 \tau_i \sin(\gamma + \delta)}{2 \cos^2 \alpha_n \cos \gamma \cos \delta}$$

なお、 A_3, A_4, A_5 は線分 $\overline{MA}, \overline{MR}, \overline{ML}, \overline{AR}, \overline{AL}, \overline{LR}$ が与えられれば算出できる。以下に諸量を示す。

$$\overline{OA} = \bar{g} / (\cos \alpha_n \cos \gamma), \quad \overline{OB} = \bar{g} / (\cos \alpha_n \cos \delta)$$

$$\overline{OC} = \bar{g} \cos \alpha_e / (\cos \alpha_n \sin \phi_e \cos \eta_c)$$

$$\overline{AC} = \frac{\bar{g}}{\cos \alpha_n} \left\{ (\tan \gamma + \tan \eta_c)^2 + \frac{\cos^2(\phi_e - \alpha_e)}{\cos^2 \eta_c \sin^2 \phi_e} - 2(\tan \gamma + \tan \eta_c) \frac{\cos(\phi_e - \alpha_e)}{\cos \eta_c \sin \phi_e} \sin i \right\}^{1/2}$$

$\overline{BC} = (\overline{AC})$ において γ を $-\delta$ に置きかえたもの

$$\overline{AP} = \bar{g} (\tan \gamma + \tan \eta_c) / \cos \alpha_n$$

$$\overline{CP} = \frac{\cos(\phi_e - \alpha_e) \overline{OC}}{\cos \alpha_e}$$

$$\overline{CR} = \frac{(1-\nu) \sin \phi_{ee} \overline{OC}}{\sin(\phi_e + \phi_{ee})}$$

さらに、

$$\overline{CR} / \overline{CP} = \frac{(1-\nu) \sin \phi_{ee} \cos \alpha_e}{\sin(\phi_e + \phi_{ee}) \cos(\phi_e - \alpha_e)} = \kappa$$

とおくと、

$$\overline{MA} = \{\nu \overline{AC}^2 + (1-\nu) \overline{OA}^2 - \nu(1-\nu) \overline{OC}^2\}^{1/2}$$

$$\overline{MR} = \frac{(1-\nu) \sin \phi_{ee} \overline{OC}}{\sin(\phi_e + \phi_{ee})}$$

$$\overline{ML} = \{\lambda \nu \overline{BC}^2 + \lambda(1-\nu) \overline{OB}^2 - \nu(1-\nu) \overline{OC}^2\}^{1/2}$$

$$\overline{AR} = \{\kappa \overline{AP}^2 + (1-\kappa) \overline{AC}^2 - \kappa(1-\kappa) \overline{CP}^2\}^{1/2}$$

$$\overline{AL} = \{\overline{OA}^2 + \lambda^2 \overline{OB}^2 - 2\lambda \overline{OA} \overline{OB} \cos(\gamma + \delta)\}^{1/2}$$

$$\overline{PL} = \{\overline{AL}^2 + \overline{AP}^2 - 2 \overline{AL} \overline{AP} \sin \eta_c\}^{1/2}$$

$$\overline{CL} = \{\lambda \overline{BC}^2 + \lambda(1-\nu) \overline{OB}^2 - (\lambda-1) \overline{OC}^2\}^{1/2}$$

$$\overline{LR} = \{\kappa \overline{PL}^2 + (1-\kappa) \overline{CL}^2 - \kappa(1-\kappa) \overline{CP}^2\}^{1/2} \quad (14)$$

工具：超硬 P 20，被削材：S 50 C 炭素鋼（焼鈍），切込み：1.8 mm，送り：0.205 mm/rev，切削速度：150 m/min，乾切削

図 7 二次元切削データ

切れ刃，被削材材質は図 7 に同じ。切込み $\bar{g}=0.4$ mm，切削速度：150 m/min，乾切削の場合

図 8 流出角 η_c による切削動力極小値の発生とその比較

4. 二、三の予備的検討

提案した切削模型とエネルギー解法により切削動力極小の状態が得られ、それらが現実的な解となるかどうか、超硬工具による炭素鋼の二次元切削データを用いて検討してみた。図 7 は二次元切削データであり、実験式として $\phi = \exp(0.594\alpha - 1.109)$ ， $\beta = 0.553\alpha + 0.538$ ， $\tau_s = 60$ kg/mm²， $\tau_i/\tau_s = 0.49$ を得た。ただし角度は電子計算機に用いるためラジアン表示である。また τ_i はすくい面の切りくず接触長さを測定して求めた。

対象とした砥粒すくい面形状は $\gamma = 60^\circ$ ， $\delta = 30^\circ$ ， $\alpha_n = -30^\circ$ ， $i = 30^\circ, 75^\circ$ であり，切削条件は $\bar{g} = 0.4$ mm， $V = 150$ m/min である。図 8 は主分力 F_H の流出角 η_c による変化を示す計算結果である。 $i = 30^\circ$ の場合をみる

と, 模型〔I〕, 〔II〕, 〔IV〕のいずれにも切削動力が極小となる状態が存在するが, 模型〔I〕の極小値が最も低く, 完全切りくずを生ずる切削が実現するであろうことがわかる。これに対し切れ刃傾斜角が $i=75^\circ$ と大なる場合には, 模型〔I〕は成立限界($\eta_c \leq \delta$)内で極小値をもたぬこと, 模型〔IV〕の極小値が最小であって半生成切りくず壁が生ずるであろうことを示しており, 妥当な結果となっている。またこの計算例からもわかるが, i の値が両者の中間で模型〔II〕が実現する場合, 模型〔I〕の成立限界値と模型〔II〕の極小値が接近していることが多い。両模型間の遷移が不安定なことを示すものであり, 次報に述べる実験結果もこれを裏づけている。なお模型〔V〕は図8の諸条件下では意味のある解を持たない。切削動力の小なる場合を求めていくと, 極小値に到達する以前に図6の点Mが点Oに一致して模型〔IV〕となるが, この状態でも ϕ_{ee} を任意に変えうるからである。図8の r , δ のもとでは $\alpha_n \leq -45^\circ$ で解が存在し, 例えば $i=75^\circ$, $\alpha_n = -45^\circ$ の場合, $\eta_c = 81^\circ$, $\nu = 0.12$, $\phi_{ee} = 39^\circ$ となる。模型〔V〕の性格から妥当な結果であると考えられる。

5. 結 論

- (1) 単一すくい面を持つ砥粒切れ刃による切削模型として, 速度不連続面によって構成される4種の動的可容な模型を提案した。これらの切削模型は切りくずや側方への盛上がり生成を説明するが, いずれも平面塑性流れの状態が積み重なったものとして解釈できる。
- (2) 二次元切削の力学的データのみを用いて切削模型の具体的形状, 切削抵抗3分力を求められるエネルギー解法を考案した。この解法の原理は「二次元切削の諸性質による拘束のもとで切削動力が最小となる状態が実現する」とするものであり, これによれば

与えられた切削条件に対していずれの模型が実現するかも判定できる。

- (3) 二, 三の予備的検討により, 上述の切削模型とエネルギー解法が妥当な結果を与えることを示した。

終わりに, 本研究を遂行するに当たり, ご協力いただいた本学大学院生古川恒久君に厚くお礼申し上げる。

文 献

- 1) 例えば, 塩崎 進: 砥粒の研削性能, マシナリー, **20**, 6 (1957) 723.
- 2) 井上 誠, 古川恒久, 白井英治: 切れ刃形状と研削機構(第2報), 昭和52年度精機学会春季大会学術講演会前刷(1977) 135.
- 3) 工藤英明, 田村 清: 金属表面にV形溝を切りくず無しにつける過程について(第1報), 精密機械, **34**, 6 (1968) 400; 同(第2報), **36**, 4 (1970) 256; 同(第3報), **36**, 5 (1970) 318.
- 4) 白井英治, 益子正巳: 三次元切削の基礎的研究(第1報), 日本機械学会論文集, **38**, 316 (1972) 3255; 白井英治, 広田明彦, 益子正巳: 同(第2報), **38**, 316 (1972) 3265.
- 5) 例えば, J. Winlock and R. W. Leiter: Some Factors Affecting the Plastic Deformation of Sheet and Strip Steel and Their Relation to the Deep Drawing Properties, Trans. ASM, **25**, (1937) 163.
- 6) P. L. B. Oxley and M. J. M. Welsh: An Explanation of the Apparent Bridgman Effect in Merchant's Orthogonal Cutting Results, Trans. ASME, Ser. B, **89**, 3, (1967) 549.
- 7) 高田孝次, 白樫高洋, 星 光一, 白井英治: 二次元流れ形切削における工藤のすべり線場解の実現性(その2), 精密機械, **38**, 9 (1972) 726.
- 8) 大越 諄, 吉川弘之, 佐田登志夫: 単一砥粒の研削機構, 精密機械, **25**, 6 (1959) 266.
- 9) 竹山秀彦: 切削における切削速度の影響(第4報), 精密機械, **21**, 10 (1955) 385.
- 10) R. Tagawa: Automatic Design of Automatic Control Systems with the Help of Digital Computer, Proc. IFAC Tokyo Symp. Systems Engg. for Control System Design, IFAC, (1965) 31.