有限要素法を利用した機械構造内の 熱源強さの同定法とその応用*

佐藤和信** 竹内芳美*** 大久保信行† 佐田登志夫††

Estimation of Strength of Heat Sources in Mechanical Structure by Use of
Finite Element Method and its Application

Kazunobu SATO, Yoshimi TAKEUCHI, Nobuyuki OKUBO, Toshio SATA

The way of evaluating the strength of heat sources within mechanical structure quantitatively has not been found out when one analyses the thermal deformation of a machine tool structure or considers its prevention. This paper deals with the method to estimate the strength of heat sources and the temperature distribution of the machine tool easily and accurately only on measurement of the temperature at heat sources or around them by the use of the finite element method. This method is applicable to the case of the presence of several heat sources and not only to the steady state but also to the non-steady state. In this paper we introduce the principle of this method to identify the strength of heat sources, explain the computer program developed on the basis of it and show the results to have confirmed the validity and accuracy of the method experimentally. Moreover the method could be applied to identify the strength of heat sources in regard to some kinds of machine tools with good results.

1. 序 論

機械構造内では、動力の変換とその伝達が行われ、その際、不可避的に動力の損失を伴う。この動力の損失によって機械内部では熱が発生し、それが伝導して機械構造の温度を上昇し、また熱変形を生じる。そしてその熱変形は機械の運動機能の障害を引き起こしたり、あるいは精度機能の低下を招く。特に工作機械のように精度がその主機能である機械では、機械構造の熱変形の防止は、開発、設計段階においても、また運転段階においても技術的課題の一つである。

このような問題の重要性のため、工作機械の熱変形については、これまでもいくつかの実験的研究があり¹⁾²⁾、また運転時の機械構造の温度分布の測定も試みられている。最近ではまた有限要素法を用いて、その構造の熱変形の解析も行われ³⁾⁴⁾、その変形挙動が明らかにされてくるとともに、その防止、あるいは制御の対策も提案されている⁵⁾⁶⁾。ところでこのような機械構造の熱変形を解析し、あるいはその防止の対策を立てるとき、その構

造内にある熱源の強さを定量的に評価する適当な方法が現在ないことが、一つの障害となっている。たとえばモータなどのように電気機械変換が行われる部分での動力損失は、その入力と出力との差から推定できるとしても、その大部分は直接空气中に放熱され、どの程度の熱が機械構造へ伝達されるかを知ることは困難であり、また摩擦部分では、そこに働く荷重の大きさ、摩擦係数を正確に推定することはむずかしく、さらに潤滑油を使用するときはその熱の一部は潤滑油によって運ばれ、他の部分で熱源として作用することもあるからである。

筆者らはこれまで有限要素法による機械構造の熱変形解析の研究を行ってきたが、その過程において構造内の熱源の位置あるいはその周囲の温度を測定するだけでその熱源の強さを推定する方法を見い出した。この方法は熱源の数が複数であっても適用でき、また熱的に定常状態にあるときだけでなく、非定常状態でも適用できる。

この論文では、はじめにこの方法の原理について述べ、次にこの原理に基づく熱源強さ同定の計算機プログラムについて説明し、また実験によってこの方法の有効性、精度を確認した結果を提示する。そして最後にこの方法を応用していくつかの工作機械について、その内部にある熱源強さを同定した結果をあげる。

2. 原 理

2.1 定常状態における熱源強さの同定

* 原稿受付 昭和53年1月13日。昭和47年度精機学会秋季大会学術講演会(昭和47年10月31日)および昭和49年度精機学会春季大会学術講演会(昭和49年4月6日)にて発表。

** 正 会 員 日本航空(株)(東京都大田区羽田空港)

*** 正 会 員 九州工業大学(北九州市戸畑区仙水町1-1)

† 正 会 員 機械技術研究所(東京都杉並区井草4-12-1)

†† 正 会 員 東京大学工学部(東京都文京区本郷7-3-1)

有限要素法を用いて、定常状態における機械構造内の発熱と節点温度との関係を表すと⁷⁾,

$$\{Q\}=[H]\{\phi\} \quad (1)$$

のようになる。ただし、ここで $\{Q\}$ は熱源強さ、 $[H]$ は機械構造の温度剛性マトリクス、 $\{\phi\}$ は節点温度である。系全体の中に存在する熱源の数を有限個であると考え、式(1)を熱源が存在する節点部分と存在しない節点部分とに整理分割すると式(2)のようになる

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ H_2^T & H_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ここで $\{Q_1\}$ 、 $\{\phi_1\}$ は熱源が存在する節点の発熱量と温度であり、 $\{Q_2\}$ 、 $\{\phi_2\}$ は存在しない場合のそれである

式(2)を書き直すと式(3)と式(4)のようになる

$$\{Q_1\}=[H_1]\{\phi_1\}+[H_2]\{\phi_2\} \quad (3)$$

$$\{Q_2\}=[H_2^T]\{\phi_1\}+[H_3]\{\phi_2\} \quad (4)$$

仮定によって熱源が存在しない節点部分の発熱量、すなわち $\{Q_2\}$ は0である。この関係から式(4)を $\{\phi_2\}$ について解くと式(5)のようになる

$$\{\phi_2\}=-[H_3]^{-1}[H_2^T]\{\phi_1\} \quad (5)$$

すなわち熱源が存在する有限個の節点温度 $\{\phi_1\}$ だけを測定すると、式(5)から他の部分のすべての節点温度 $\{\phi_2\}$ を計算することができ、また、この式を式(3)へ代入すると、

$$\{Q_1\}=[H_1]-[H_2][H_3]^{-1}[H_2^T]\{\phi_1\} \quad (6)$$

となり、 $\{\phi_1\}$ だけがわかれば熱源の強さ $\{Q_1\}$ を求めることができる。

2.2 非定常状態における熱源強さの同定

非定常状態における熱源強さと温度の関係は、有限要素法を用いると定常の場合と同様にして、

$$\{Q\}=[H]\{\phi\}+[P]\{\dot{\phi}\} \quad (7)$$

と表される。ここで $[P]$ は熱慣性マトリクスであり、 $\dot{\phi}$ は $d\phi/dt$ を意味する。式(7)を熱源が存在している節点部分と存在しない節点部分とに分解すると、

$$\begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \\ H_2^T & H_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

ここで $[P]$ に関しては集中系で取扱い、対角行列とする。これは、式(9)と式(10)と等価である

$$\{Q_1\}=[H_1]\{\phi_1\}+[H_2]\{\phi_2\}+[P_1]\{\dot{\phi}_1\} \quad (9)$$

$$\{Q_2\}=[H_2^T]\{\phi_1\}+[H_3]\{\phi_2\}+[P_2]\{\dot{\phi}_2\} \quad (10)$$

熱源が存在しない節点部分の発熱量 $\{Q_2\}$ は0であるから、式(10)から、

$$[P_2]\{\dot{\phi}_2\}=-[H_2^T]\{\phi_1\}-[H_3]\{\phi_2\} \quad (11)$$

となり、もし全節点の初期温度が分かれば式(11)から熱源の存在しない節点の温度上昇率 $\{\dot{\phi}_2\}$ が分かり、それ

図1 熱源強さ同定プログラムのフローチャート

から次の時刻のその節点群の温度が分かる。熱源が存在している節点群の温度 $\{\phi_1\}$ は測定しているから、以下同様に $\{\phi_2\}$ 、したがって $\{\dot{\phi}_2\}$ が順次求まってくる

次にこの $\{\dot{\phi}_2\}$ 、測定される熱源の存在する節点温度 $\{\phi_1\}$ 、及びその温度上昇率 $\{\dot{\phi}_1\}$ が分かれば式(9)から、時刻々の熱源の強さ $\{Q_1\}$ を計算できることがわかる。

3. 熱源強さ同定用プログラム

上記の理論に基づいて熱源強さを同定するためのプログラムを作った。このプログラムはサブルーチンの選択によって定常及び非定常状態を解析できる。プログラムのフローチャートを図1に示す。プログラムは大きく三つの部分に分けられ、第一の部分ではデータの読み込みを行う。すなわち、要素の節点番号、座標、熱伝導率、熱伝達率、熱源に関する節点の温度などを入力する。非定常の場合にはさらにシミュレーション時間と熱源が存在している節点の温度上昇率を読み込む。

第二の部分では、温度剛性マトリクスを計算した後、マトリクス、温度ベクトル、発熱量ベクトルを熱源が存在している節点群と存在していない節点群に分割する作業を行う。

第三の部分においては、定常か非定常の場合によって別々のサブルーチンに従って構造全体の温度分布と熱源強さが計算される。なお、定常、非定常状態とも熱源が2か所以上に分かれて存在していても、同時に処理する

ことができる

4. 熱源強さ同定精度の検討

理論及びそれに基づき作成したプログラムの精度をチェックするために, まず図2に示す2次元の正方形モデルを用いて計算及び実験を行った。モデルの大きさは, 一辺が300 mmで厚さは23 mmのアルミ板である。斜線の部分にヒータを封し込めてあり, 下部は一定温度に保つため水で冷却している。計算に用いた要素分割は図中に示したとおりで, その総節点数は32である。斜線で示す熱源まわりの4点の温度をサーミスタ温度計で測定し, その値を入力したところ, 図に示される温度分布, 及び発熱量294.4 cal/minが求められた。この図で, ◆印がサーミスタ温度計の測定位置であり, ()がその測定値である。図から分かるように計算値とよく一致している。計算された発熱量は, ワットメータから求められた286.7 cal/minに対して97.4%という精度で一致することが確認された。

精度のさらに入念な確認も兼ねて図3に示すようなモデルを作成し, 計算と実験を行った。モデルは同じくアルミ製で, 高さ430 mm, 幅270 mm, 厚さ12 mmあり, 下端は一定温度に保つため水で冷却している。このモデルを節点数71, 要素数95で要素分割した。熱源としては, ヘッドカイトフシュ及びコラム内モータを想定し, それぞれの部分にヒータを埋め込んでいる。ヒータに加熱し, 温度が一定に達したとき図3にハッチングで示す部分の節点温度だけを測定し, 入力データとして使用した。この結果, ヘッドカイトフシュ部で270 cal/min, コラム下部で692 cal/minの計962 cal/minの発熱量が計

斜線部 熱源, 熱伝達率 10 kcal/m² h・°C, 熱伝導率 1400 cal/cm・h・°C

図3 シング研削盤2次元モデルの要素分割と熱源強さの同定

算された。ワットメータより測定された値913 cal/minに対し, 5%だけ大きいにすぎない。全体の温度分布も, チェックのため測定した温度と±1.2°C以内の差であった。

5. 工作機械への応用

5.1 定常状態における発熱量の同定

5.1.1 シング研削盤

実際の工作機械への応用として, シング研削盤の発熱量の計算を行った。計算に用いたシング研削盤の要素分割の様子を図4に示す。使用した要素は三角形要素であり, 要素数102, 節点数58である。またこのシング研削盤の大きさは高さ約2 mである。主軸カイトフシュ部とコラム下部のモータを熱源と仮定し, これらの部分の温度(主軸カイトフシュ部7点, モータ4点)を測定し, 入力データとした。計算された温度を図中に無印で示し, サーミスタ温度計で測定した温度を◆印で示す。コラムとヘッド間の部分の温度の計算値が測定値より少し小さくなっているのは, この部分にあるキアを無視して計算したことによると考えられる。

計算された熱原発熱量は, 主軸カイトフシュ部で116 kcal/h, モータ部で140 kcal/hであった。ただし, これらの値はモータなどの発熱量ではなく, モータなどから機械構造へ伝達された熱量である。

5.1.2 立て型フライス盤

シング研削盤に続いて, 立て型フライス盤の熱源強さの

◆ 測定値, 他は計算値, 単位 $^{\circ}\text{C}$, 斜線部 熱源,
発熱量同定値 合計 256 kcal/h

図4 シック研削盤の要素分割と熱源強さの同定

同定を行った このフライス盤は高さが約2mで、その有限要素分割は図5(a)に示され、節点数93で構成されている。発熱源は主軸ヘット部にあると考えられ、モータとフロントヘアリンク部が熱源である

発熱量の同定は、主軸を1860 rpmで無負荷運転したときの定常温度を用いて実施された。主軸ヘット部まわりの測定温度を入力として求められた主軸ヘット部の発熱量は、計255 kcal/hとなった。このときの計算された各点の温度を矢印で、サーミスタ温度計により側定された温度分布を等温線で図5(b)に示す。計算された温度分布は、主軸付近では側定値と良い一致を示すが、コラム下部では、多少計算値の方が低くてている。これは、コラム下部での境界条件の値が大きすぎたと思われるが、全体の傾向からみれば、全くさしつかえないものである

5.1.3 シンクルコラムマニニクセンタ

次にシンクルコラムマニニクセンタの発熱量同定に適用した結果を述べる。この高さ約2mのマニニクセンタは、60節点で要素分割され、図6に斜線で示された箇所、すなわちヘット前壁フロントヘアリンク部、ヘット後壁リアヘアリンク部及び潤滑油かたまるヘット下面部より伝達される熱を熱源に想定している

熱源と仮定したヘット部に黒丸印で示される10点の温度を側定し、入力データとした。計算された温度分布は実線の等温線で示され、◆印で示す側定温度に対してきわめて正確である。熱源の発熱量は、フロントヘアリンク部より201 kcal/h、リアヘアリンク部より93 kcal/h、ヘット下面部より259 kcal/hの合計553 kcal/hと計算

節点数 93, 熱源 ヘット

(a) 要素分割

矢印 計算値, () 測定値, 単位 $^{\circ}\text{C}$

(b) 主軸回転数1860 rpmで無負荷運転したときの熱源強さの同定 (255 kcal/h)

図5 立て型フライス盤の熱源強さの同定

された

以上は主軸回転数が560 rpmの無負荷運転の場合であるが、次に主軸回転数を変化させたときのヘット部の発熱量を計算した結果を図7に示す。この図から理解されるように主軸回転数が速くなるにつれてヘット前壁フロントヘアリンク部の発熱の割合が大きくなり、全体の発熱量も増加する。このように主軸回転数の変化に伴い、どの部分の発熱量がどのように変わるかについても容易に計算できる

5.2 非定常状態における発熱量の同定

はじめに図3に示した2次元モデルの非定常状態にお

●◆ 実測値, 斜線部 熱源, 同定熱量 553 kcal/h, 主軸回転数 560 rpm, 無負荷運転

図6 シングルコラムマシニングセンタの熱源強さの同定

図7 シングルコラムマシニングセンタの熱源強さの同定

ける熱源発熱量を計算した例を示す。これは加えられている熱量は一定であるが、温度分布はまだ定常状態になっていない段階でその発熱量を同定する場合である。

図8(a)に示すグラフは、一定の熱量を加え続けた場合の熱源まわりの点のいくつかの温度測定値である。図中、 N で示される時刻(加熱開始後5 min)での熱源まわりの温度とその変化率を入力として求めた発熱量を図8(b)の E_N に示す。ヘット部で184 cal/min, コラム下部で675 cal/minの計859 cal/minであった。すでに計算されている定常状態(図中の S)での同定発熱量 E_S と比較してみると、その差は約10%であり非定常で同定することも十分可能であることがわかる。

次に実際の工作機械への応用として、図6に示すマシニングセンタに適用した。運転開始後1 hの熱源まわり

	二次元モデル	シングルコラムマシニングセンタ
定常同定値 E_S	962 cal/min	553 kcal/h
非定常同定値 E_N	859 cal/min	543 kcal/h
E_N/E_S	89.3%	98.2%

(b) 定常と非定常状態での同定精度

◀(a) 2次元モデルの温度上昇

図8 定常同定熱源強さと非定常同定熱源強さの比較

の10点の温度とその変化率を使用して計算した結果、発熱量 E_N は、図8(b)に示されるように543 kcal/hと同定された。定常温度分布に基づいて同定した発熱量 E_S は、553 kcal/hであるからその差はわずかに2%である。非定常での同定は発熱体の温度が安定するまで待つ必要がないので、このように温度がなかなか定常になりにくい大型構造物に対して特に有利になる。

6 結 論

有限要素法に基づいた発熱量同定プログラムと実験結果を通して次のような結論が得られた。

- (1) 熱源まわりの少数の点の温度分布の測定により、その構造の全体の温度分布と熱源の発熱量を容易に、しかも精度よく計算することか可能となる。
- (2) 構造中に複数個の熱源が存在する場合でも、それぞれの発熱量を求めることかでき、また構造物が熱的に定常でも非定常でも計算が可能になる。特に非定常での同定は、温度分布が定常になるまで待つ必要がないという利点がある。
- (3) 本手法を工作機械に適用した結果、多種の工作機械からの発熱量が明らかになった。

本研究の一部は、昭和52年度文部省科学研究費補助金によって行われた。また本研究を進めるにあたり、御協力いただいた(株)牧野フライス製作所ならびに(株)セイコー精機、実験に協力された関正治氏に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 吉田嘉太郎 工作機械の熱変形に関する研究(旋盤ベットの熱変形), 日本機械学会論文集, **32**, 237 (1960) 803.
- 2) Y. Yoshida et al Thermal Deformation of a knee-type Vertical Milling Machine, Proc 5th Int. MTDR Conf., (1964)
- 3) 奥島啓式, 垣野義昭, 菊地敏彦 工作機械の熱変形に関する研究(第2報)——内部熱源による非定常熱変形, 精密機械, **38**, 7 (1972) 565
- 4) 竹内芳美, 大久保信行, 佐藤和信, 佐田登志夫 工作機械構造の剛性解析システム(第2報)——熱剛性解析, 精密機械, **43**, 1 (1977) 67
- 5) 奥島啓式, 垣野義昭 精密機器の熱変形——主として工作機械について, 日本機械学会誌, **75**, 645 (1972) 1371.
- 6) 竹内芳美, 大久保信行, 佐田登志夫 温度分布測定による工作機械構造の実時間熱変形制御, 精密機械, **42**, 11 (1976) 1043
- 7) O C ツィエンキーヴィノフほか(吉識監訳) マトリックス有限要素法, 培風館 (1970)