軸付き砥石を用いた内面研削における砥石軸の挙動*

山 本 明** 中 村 示** 三 平 恵 一***

Dynamic Behavior of Spindle Using Mounted Wheel in Internal Grinding

Akira YAMAMOTO, Shimesu NAKAMURA, Keiichi SAMPEI

In the plunge grinding, measurements were done at the displacement amplitude of vibrating wheel spindle, the grinding force, and the roundness of and the loading metal's amount along the wheel surface, and discussion was made on the dynamic behavior of the wheel spindle. The spindle in operation has two surpassed frequencies; corresponding one to the rotary speed of wheel and its double one. The former is caused by unbalanced weight of the spindle and the latter is due to unsymmetrical bending rigidity of the spindle resulting from the existence of screw holes for fastening up the wheel shaft. Consequently, loading metal develops at stationary positions along wheel periphery. In process of time, while the former scarcely undergoes a change in the vibration amplitude, the latter increases in the tangential amplitude almost proportionally to the tangential grinding force. Its proportional coefficient is affected by grinding condition, especially rotary speeds of the wheel and the work.

1. ま え が き

砥石と加工物間の振動（いわゆるびり振動）が研削作業中に誘起すると、加工精度はもとより、加工能率も著しく低下する。そこで、研削時のびり振動に関する研究はこれまでに数多くの人々によって行われているが、円筒外面研削または平面研削に関するものが大部分で、内面研削に対する研究は極めて少ない。

一般に、内面研削では加工上の制約から、砥石径は加工物内径より小さく、しかも、砥石軸が細長く、突出した構造になる。その上に、十分な砥石周速を得るために、砥石軸回転数を数万 rpm 以上にまでも高める必要も起こる。そのために、内面研削作業中のびり振動の挙動は加工系の中で最も剛性の小さい砥石軸系によってほとんど決定されることが多い。さらに、砥石表面の総切れ刃数が少ないために起こる激しい砥石摩耗や目づまりの影響も受けやすい。

Hahn は内面研削用砥石軸の力学的定数を仮定して、砥石軸振動の安定性を理論的に考察している¹⁾。また、形状精度向上のために定圧研削法を提唱している²⁾。

ここでは、軸付き砥石による内面研削時のびり振動を実験的に解析するために、種々の研削条件のもとでプランジ研削を行い、研削中の砥石軸の上下および前後方

向の振動変位を非接触変位計で測定して、砥石軸の振動状態を解析するとともに、研削過程の進行に伴って、これらがどのように変化するかを調べた。さらに、研削抵抗、砥石表面の目づまり量および真円度なども測定し、これらと砥石軸の挙動との関係を求めた。軸付き砥石は小穴の研削に用いられるが、止めねじで固定するため、バランスを工夫しても、軸の剛性が方向で異なるため、特殊な振動挙動をする。本報ではこれらの研究結果について述べる。

2. 実験装置および実験方法

実験は豊田工機製万能研削盤 (RU 28-50 型) に日本精工製内研スピンドル (SA 501 型) を取付けて、単列深みぞ形ラジアル玉軸受 (6202) の内輪 (内径 15 mm, 幅 12 mm) を軸付き砥石 (64 A 100 NVB, 直径約 13 mm, 幅 13 mm) でプランジ研削を行い、研削液としてはソリュブル型のサンライト ED (日本グリース製) の 20 倍溶液を 0.5 l/min の割合で用いた。軸付き砥石を図 1 に示すような砥石軸に 2 本の止めねじ (M5) で固定し、

図 1 砥石軸の形状寸法

* 原稿受付 昭和 53 年 4 月 14 日、昭和 52 年度精機学会関西支部定期学術講演会 (昭和 52 年 6 月 7 日) にて発表。

** 正 会 員 大阪大学基礎工学部 (豊中市待兼山町 1-1)

*** 正 会 員 久保田鉄工 (株) (大阪市浪速区船出町 2-22)

表1 研削条件

No.	主軸 回転数 n (rpm)	切込み量 t ($\mu\text{m}/\text{rev}$)	切込み速度 v (mm/min)	研削 時間 T (s)	砥石軸 回転数 N (rpm)
1	190	0.2	0.038	120	30 800
2	270		0.054	90	
3	380		0.076	60	
4	190	0.4	0.076	60	
5	270		0.108	45	
6	380		0.152	30	
7	190	0.2	0.038	120	27 500
8	270		0.054	90	
9	380		0.076	60	
10	190	0.4	0.076	60	
11	270		0.108	45	
12	380		0.152	30	

$$v = n \cdot t / 1000$$

図2 変位ピックアップの配置図

ロータリーダイヤモンドドレッサ（粒度＃120～150，外径32 mm，回転数15 000 rpm）で形直しとドレッシング（切込み10 μm ，送り75 mm/min）を行い，表1の研削条件で一定時間ずつ，同一研削条件で，砥石表面が摩耗して，光沢が出るようになり，後述の研削抵抗の接線分力の測定結果より，時間とともに，この分力が増加するようになるまで，数回内面プランジ研削を行った。砥石軸回転数は砥石軸駆動モータのプーリ径を変えることにより変化させ，駆動ベルトとしてはスーパーエンドレスベルトを使用した。主軸回転数は無段変速装置を用いて調整し，その回転数は光電式回転計を用いて測定した。

砥石軸の振動変位は図2に示すように，研削抵抗の接線と法線分力方向に非接触変位計（Kaman Sciences社製MULT-VIT KD 2300）を配置し，変位計支持棒で砥石軸送り台上に固定して，砥石軸の2方向の振動変位を検出し，直流増幅器で増幅したものを一旦データレコーダに記録した。そのあと，研削開始時より一定時間（5または10 s）おきのデータをエンドレステープに再録し，自動振動分析装置（明石製作所製AV-1）を用いて，10

図3 研削抵抗値の校正

～5 000 Hz の範囲で周波数分析を行った。

研削抵抗の接線分力 F_t は次のような方法で測定した。すなわち，砥石軸駆動モータの電力を電力測定ユニットで検出し，高感度ペン書きレコーダに記録した。この電力値 P を用いて，次式から接線分力 F_t が求まる。

$$F_t = 6120 \frac{P}{\pi D N} \quad (1)$$

ここで， D, N は砥石の直径および回転数を表す。

法線分力 F_n は砥石軸の切込み方向のたわみを前述の非接触変位計で検出される振動変位の平均値とし，砥石軸の曲げ剛性値を用いて算出した。また，砥石台の強制切込み量は砥石軸送り台に変位計を設置して検出し，砥石軸駆動モータの電力値とともに高感度ペン書きレコーダに記録した。さらに，研削終了後の砥石表面上の目づまり量を目づまり測定装置³⁾により，また砥石表面の真円度を真円度測定器（小坂研究所製EC-1型）で測定し，砥石軸の挙動を考察するための一助とした。

3. 実験結果と考察

3.1 研削抵抗測定値の校正

砥石駆動モータの電力値と砥石軸のたわみから求めた研削抵抗の2分力の測定値を校正するために，八角リング型抵抗線ひずみ計式動力計を上下方向に配置し，その側面（通常の姿勢では上面）に柱状加工物を固定し，本実験装置で内面研削を行うときと同じ要領でプランジ研削を行い，その時の研削抵抗値と，砥石軸駆動モータの電力値および砥石軸のたわみから求まる研削抵抗値とを比較し，これら両方式で得られた測定値間の関係を図3に示す。図より，電力値および軸のたわみから，十分な精度で，しかも簡便に研削抵抗を測定できることがわかる。

3.2 砥石軸の振動波形

F_t および F_n 方向の振動波形と軸中心の振動軌跡（リサージュ図形）の一例を図4に示す。この図は砥石軸回転数 $N=30\,800$ rpm，主軸回転数 $n=380$ rpm，切込み速度 $t=0.2$ $\mu\text{m}/\text{rev}$ におけるもので，図(a)は研削開始

図4 砥石軸の振動波形と軸中心の軌跡

直後 $T=0s$, 図 (b) は研削開始後 $T=20s$ 経過したときのものである。これらの図で, F_n 方向の波形は研削時間が増加してもあまり変化していないのに対し, F_t 方向の波形は研削時間の経過とともにピークの中に第2のピークが次第に発達し, 周波数が2倍になるような形となる。従って, リサージュ図形も当然大きなひずみを持つようになる。この図で, ω は軸の回転方向を, リサージュ図形上の矢印は軸の中心のふれまわり方向を表し, ともに同方向に回転していることが分かる。図の F_t 方向の波形変化については3.4節で考察する。

3.3 砥石軸のつりあいによる軸のたわみ

一般に, 砥石と砥石軸は完全につり合いが取れていないで, いくらかのつりあい (偏心質量) があるものと考えられる。そこで, このような砥石軸が高速回転するとき, 偏心質量によって誘起される遠心力と, これによる軸のたわみについて考えてみる。

いま, 最も簡単なモデルとして, 砥石軸の質量を無視し, 砥石を厚さのない平板状ロータと仮定する。砥石の質量を M , 回転中心より砥石の重心までのベクトル (偏心重心) を e , 回転角速度を ω とすると, 遠心力 P は

$$P = \omega^2 M e \quad (2)$$

で表される。

ここで, 砥石軸の回転数 $N=3\,000\text{ rpm}$, 砥石重量 $W=15\text{ g}$, 偏

重心 $e=0.05\text{ mm}$ の場合, 上式から遠心力 P を求めてみると

$$P = \left(\frac{2\pi N}{60} \right)^2 \frac{W}{g} e = 0.755\text{ kg}$$

が得られる。

他方, 砥石の重心位置に荷重を加えることによって求めた砥石軸の曲げ剛性は $k_s=0.24\text{ kg}/\mu\text{m}$ であったから, この k_s の値が軸の共振点以外では回転中も変化しないと仮定すると, 遠心力による砥石軸のたわみ δ は $\delta = P/k_s = 3.15\text{ }\mu\text{m}$ となる。これから, 砥石軸の回転振幅は $6.3\text{ }\mu\text{m}$ となるが, 実験では, 空転時の振動振幅は約 $10\text{ }\mu\text{m}$ (静止時の軸の振れ幅は $1\text{ }\mu\text{m}$ 以下) であったので, この砥石軸には約 $1.2\text{ g}\cdot\text{mm}$ のつりあいがあるものと推測される。

3.4 砥石軸振動波形の周波数分析

図4 (a) に示すような, 空転時における振動波形の周波数分析結果の一例を図5に示す。図 (a) は F_t 方向の, 図 (b) は F_n 方向の振動についてである。図では振幅を dB 表示してあり, 0 dB は振幅 $16.2\text{ }\mu\text{m}$ に相当する。両図とも, 500 Hz 付近に最も大きなピークが現れているが, この周波数は丁度砥石軸の回転数に一致するから, 軸のつりあいによる強制振動であることがわかる。また, そのピーク値は軸のつりあいによるたわみ振幅にあたる。その他の周波数の大きなピークとしては, 500 Hz の2次, 4次の高調波が見られる程度である。

次に, 研削中の振動波形は図4 (b) に示したように, F_t 方向の振動波形だけが大きく変化することがわかっているのので, 研削中の振動波形の周波数分析はこの F_t 方向のものだけに注目することにする。その結果の一例を

図5 空転中の振動波形の周波数分析結果

図6に示す。図(a)は研削開始後20s, 図(b)は40s後におけるものである。砥石軸の回転数に相当する約500 Hzの所と, その2倍の周波数の所に顕著なピークがあり, 後者がはるかに大きくなる。そして, 砥石軸の回転数に相当するものは, 研削時間には関係なく, ピーク値がほとんど一定であるのに対し, 回転数の2倍に相当する周波数のピーク値は研削時間の増加とともに次第に大きくなっていく。

そこで, このような現象の起こる原因をしらべるために, 研削後の砥石表面の目づまり量と真円度の測定を行った。砥石表面の真円度測定結果の一例は図7のようである。図において, 矢印は軸付き砥石を砥石軸に固定するための止めねじの位置を表しており, この矢印の点を通る直径方向で摩耗量が多く, 砥石表面がこの方向を短径とする楕円形状になっていることがわかる。また, 目づまり量の測定結果では, 砥石表面の長径方向(摩耗の少ない位置)に多く目づまりしていることがわかった。

次に, 砥石表面形状が楕円形に摩耗するのは砥石軸の剛性が方向により変化するためではなかろうかと考え, 砥石軸の静剛性を止めねじを含む直径方向とそれに直角な方向について測定した。その結果, 止めねじを含む方向の静剛性は $k_s=0.24 \text{ kg}/\mu\text{m}$ で, それに直角な方向では $k_s=0.20 \text{ kg}/\mu\text{m}$ であり, 砥石軸は非対称剛性の回転軸であることがわかった。このような非対称剛性軸の高速回転時の挙動はStodolaの研究⁵⁾以来数多くの研究者によって次第に明らかにされており, 回転軸の中心は軸の回転角速度の2倍の速度で円運動する。そのために, 本実験結果のように, 砥石軸の回転周波数の2倍の周波数の所に振幅のピーク値が現れているものと考えられる。

3.5 研削抵抗と振動振幅の関係

前述のように, 研削過程の進行に伴って, 砥石軸の振動波形は F_t 方向のみが大きな変化を示し, また軸の回転数の2倍の周波数成分の振幅(以後この振幅を振幅 A_2 という)だけが変わることがわかったので, 以下では, 振幅 A_2 の変化について考察を進める。

図8は研削時間 T の経過に対する研削抵抗 F_t , F_n および振幅 A_2 の変化の様子を示したもので, いずれも T の増加とともに, 同じような様子で, 単調に増大してい

図6 研削中の振動波形の周波数分析結果

図7 砥石表面の真円度測定結果

る。

そこで, 比較的簡単に, しかも連続的に測定できる研削抵抗 F_t と振幅 A_2 の関係について検討してみる。

研削サイクル数をパラメータとして, 研削抵抗 F_t と振幅 A_2 の関係を示したものが図9である。ここで, 研削サイクル数とはある一つの研削条件のもとで, 一定時

図8 研削抵抗・振幅の時間的変化

図9 研削サイクルをパラメータとした研削抵抗と振幅の関係

間プランジ研削を行った後、一旦研削を中止し、ドレッシングを行わないで、再び同一研削条件で研削を行うという過程を繰り返すときの回数である。研削サイクル数が増加するにつれて、砥粒切れ刃の摩耗と目づまりの増加による研削抵抗の増加も考えられるが、図9に示すように、研削サイクル数にはほとんど関係なく、振幅 A_2 は研削抵抗 F_t にほぼ比例して増加していることがわかる。

次に、 F_t - A_2 関係は研削条件の変化によって、どのような影響を受けるかを調べた結果の一例を図10に示す。

図10 研削条件による F_t - A 間の関係の差異

図(a)は砥石軸回転数 N をパラメータとし、図(b)は主軸回転数 n をパラメータとしたときの A_2 の変化である。図において、研削抵抗 F_t と振幅 A_2 の間に比例関係が成立するとみてよいが、その比例定数 H は研削条件によって変化している。

上の直線関係における比例定数 H と研削条件との関係について調べてみよう。ここで、研削条件としては、砥石径 D 、加工物径 d を一定とすると、砥石軸回転数 N 、主軸回転数 n 、切込み速度 t の三つであるが、研削状態を表す値では、砥粒切込み深さ t_0 と接触長さ L が問題となろう。

砥石車を側フライスにモデル化したときの、内面研削における砥粒切れ刃1個当たりの切込み深さ t_0 と接触長さ L の理論値は次式で表される⁶⁾。

$$t_0 = 2a \frac{v}{V} \sqrt{t \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{d} \right)} \quad (3)$$

$$L = \sqrt{t / \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{d} \right)} + a \frac{v}{V} \quad (4)$$

ここで、 a は砥石の連続切れ刃間隔 (mm)、 v, V は加工物および砥石の周速 (m/min)、 d, D は加工物および砥石の直径 (mm)、 t は加工物1回転当たりの切込み量 (mm/rev) である。

一例として、砥石軸回転数 $N=30800$ rpm のときの種々の研削条件に対する砥粒切込み深さ t_0 と接触長さ L の値を求め、これらと H との関係を求めてみると、図11のようである。図より、 H と t_0 、および H と L の間にはともに比例関係のあることがわかったので、比例定数 H (dB/kg) が、 N 一定のもとでは、 $t_0 (\times 10^{-3} \mu\text{m})$ と $L (\times 10^{-1} \text{mm})$ だけの関数であるとして次式を仮定してみる。

$$H = A + B t_0 + C L \quad (5)$$

図 11 t_0 または L と H の関係

定数 A, B, C の値を実験値より求めると

$$H = 47.3 - 3.10t_0 - 3.81L \quad (6)$$

が得られ、 A は研削条件で余りばらつかず、近似的に式 (5) の成立が認められた。

同様に、砥石軸回転数 $N = 27\,500$ rpm のときは

$$H = 34.0 - 1.82t_0 - 1.25L \quad (7)$$

となり、 N の減少につれ減少することが認められた。

いま、速度比 $K_V = v/V$ 、直径比 $K_R = D/d$ を定義すると (通常よく用いられている値は $K_V = 0.01 \sim 0.07$, $K_R = 0.9 \sim 0.7$ 程度である)、式 (3), (4) から K_V と T_0 および L の関係を $K_R = 0.8$ の場合について求めてみると、図 12 のようになる。図より、実用研削条件範囲では、 L は余り変わらないとみてよいが、 t_0 は大きく変化する。従って、 H は K_V と t_0 によって大きな影響を受けるといえる。

4. 結 論

軸付き砥石を用いた内面研削時の砥石軸挙動を実験的に解析するために、種々の研削条件のもとで内面プランジ研削を行い、砥石軸の 2 方向の振動変位および研削抵抗を測定するとともに、加工物および砥石表面の真円度

図 12 t_0 または L と K_V の関係

および目づまり量を測定し、砥石軸の振動状態をしらべた結果、次のようなことが明らかになった。

- (1) 軸付き砥石をねじで固定する方式では、非対称剛性の回転軸であるので、研削中の砥石軸は回転数の 2 倍の速度でふれ回り運動をする。
- (2) このため、研削抵抗の法線方向の砥石軸の振動変位は研削過程が進行してもほとんど変化しないのに対し、接線方向の振動変位は振幅、波形ともに大きな変化を示す。
- (3) この接線方向の振動は砥石軸回転数に相当する周波数と、その 2 倍の周波数の所に大きな振幅のピークが現れる。この振幅 A_2 は研削過程の進行とともに増大する。その一つの原因は砥石が楕円形に摩耗することにある。
- (4) A_2 は接線分力 F_t にほぼ比例して増加し、その比例定数 H は t_0 と L の増大、および N の減少とともに減少し、研削条件の変化によって、特に n/N と t_0 の影響を強く受ける。

参 考 文 献

- 1) R. S. Hahn: Vibration of Flexible Precision Grinding Spindles, Trans. ASME, Ser. B, (1959) 20.
- 2) R. S. Hahn: Controlled Force Grinding - A New Technique for Precision Internal Grinding, Trans. ASME, Ser. B, 86, (1964) 287.
- 3) 山本 明, 前田良昭: 磁気ヘッドを用いた研削目づまりのインプロセス測定, 精密機械, 37, 4 (1971) 235.
- 4) 三輪修三, 下村 玄: 回転機械のつりあわせ, コロナ社 (1977) 8.
- 5) A. Stodola: Dampf und Gas Turbinen, J. Springer, Berlin, (1922).
- 6) 佐田登志夫: 高効率研削 (II), 大河出版 (1974) 13.