研究

モンテカルロ法による正面研削機構の研究*

竹中規雄** 長尾高明*** 谷 泰弘† 水上陽介†

Study on the Mechanism of the Face Grinding by the Monte Carlo Method

Norio TAKENAKA, Takaaki NAGAO, Yasuhiro TANI, Yōsuke MIZUKAMI

The worn wheel profile has very important effect on the cutting condition in the face grinding. The relation between the profile and the grinding condition can be analyzed by the Monte Carlo Simulation. Thus in this paper, the profile change is obtained by the assumption that an abrasive grain is releasing when an adequate external force is concentrated on it and then the tangential grinding force is calculated of the cup wheel. This Monte Carlo Simulation is a very effective method to treat the mechanism of the stochastic grinding process.

1. 緒 言

正面研削は重研削の一手法として注目され、特にその砥石の減耗は研削抵抗に非常に大きな影響を与えるので問題となっている。カップ砥石による正面研削では研削の進行に伴い砥石作用面の減耗が進展し、有効切れ刃分布が漸次砥石内部へと波及して研削条件を大きく変化させる。砥石作用面の減耗状態についての実験的研究¹⁾はなされているが、研削条件とのかかわりにおいて解析的に考察された研究はほとんど類を見ない。またモンテカルロ法はその確率的特性の故、今まで研削現象を解明するために様々な形²⁾で用いられてきたが、その大半は連続切れ刃間隔等を算出し、研削仕上面粗さの考察に用いられており、特に三次元的な正面研削への適用はなされていない。

そこで本研究では計算機内で三次元的に乱数発生させて得た砥粒点の内からその位置関係より有効切れ刃を検出し、その砥粒にかかる力を単粒正面切削での実験式を用いて算出し、この力の大小により脱落を考慮し（接線分力にて検出を行う）、刻々と変わる減耗状態が研削力に対してどのような変化を生じさせるかを検討する。なお本研究に用いた仮定は次の通りである。

- (1) 砥粒切れ刃は被削材表面に垂直なカップ砥石軸に平行な軸を持つ頂角 2α （一定）の円すい形とする。
- (2) 砥粒切れ刃分布は三次元的に一様分布で、1砥粒当たり1個の砥粒切れ刃の占める平均体積はその砥石に固有な値 W_0 とする。

* 原稿受付 昭和53年9月7日。昭和53年度精機学会春季大会学術講演会（昭和53年3月31日）にて発表。

** 名誉会員 日本大学理工学部（東京都千代田区駿河台3-11）

*** 正会員 東京大学工学部（東京都文京区本郷7-3-1）

† 学生会員 東京大学工学部

- (3) 砥粒切れ刃が接触した部分の被削材はすべて切れ刃の形状通り削り取られ、盛上がり等の変形は考えない。
- (4) 砥粒切れ刃の部分的摩擦、2砥粒以上にまたがる破砕等は考えず、その砥粒にかかる力がある値（結合剤又は砥粒の強度に対応する値で臨界抵抗 F_L と名づける）以上、あるいはその累積がある値（累積臨界抵抗 $F_{TL}^{\dagger\dagger}$ と名づける）以上になった時、脱落が1砥粒単位で生じ、砥粒切れ刃の摩擦による形状変化は考えない。

2. 砥粒同士の相互関係

カップ砥石による正面研削を図1のようにモデル化し、その中の1砥粒切れ刃 $P(x, \theta, z)$ について考える（切れ刃の頂点の座標をもって切れ刃の位置を示す）。ここで、 x は砥石外端より半径方向にとった距離、 θ は図2のように任意に定めた首線OSより反回転方向にとった角度、 z は理想仕上がり面よりの高さである。この任意の砥粒切れ刃 P が切削に関与するか、又関与するならばその砥粒切込み深さはいか程であるかは先行切れ刃との位置関係により決定される。

砥粒切れ刃分布が三次元的に一様分布をなすならば、

図1 正面研削モデル

†† これを設定しないと実際の場合に比べて砥石外周部の形状等で相違を生じる。

図2 砥粒の相互関係

Sを始点とし、砥石内に砥石軸の回転とテーブルの横移動との相対運動によりらせん形体積を形成する連続切れ刃群内に隣在及び先行する砥粒切れ刃との相互関係の上で、Pと同位相(同一条件にある)の砥粒切れ刃 $P'(x, \theta', z)$ をPと同一半径上に見出し得る。すなわち、これら二つの砥粒切れ刃P, P'は砥石軸Oを中心とする同一円周上にあり、そのOをはさんでなす角を砥石外端より砥粒切れ刃P(又はP')の位置まで、すなわち x の距離だけ送られる間の砥石の回転角に相等しくとることができる。そうすれば砥石内の立体SS'T'T'(高さは砥石切込み深さ)内で一様乱数発生させた砥粒点の挙動を考えるためには、これをらせん形の連続切れ刃群の存在する立体SS'U'U'に写像し、この空間内で砥粒間の相互関係を考えればよい。なおこの写像の変換式は次式で与えられる。

$$\theta' = \theta + \frac{x}{C_\omega} \quad (1)$$

ここで、 $C_\omega \equiv v/2\pi N$: 砥石1rad角回転当たりの被削材送り量、 v : 被削材送り速度、 N : 砥石軸回転数である。

ところが、らせん形体積で砥粒の相互関係をつかむのは非常に困難である。そこでSを原点とし、らせんに沿って新しいX軸を定め、これと直角方向にY軸を考える。この等価写像による砥粒切れ刃P''の位置(X, Y, z)は、

$$X = \frac{1}{2}\theta'(D - C_\omega \cdot \theta') \quad (2)$$

$$Y = (C_\omega \cdot \theta' - x) \cos \gamma \quad (3)$$

となる。ここで、

$$\sin \gamma = \frac{dX}{dx} = \frac{C_\omega}{R - C_\omega \cdot \theta'} \quad (4)$$

であるが、一般に送り速度に対し砥石軸回転速度が非常に大きいため、 $R \gg C_\omega$ となり $\cos \gamma \approx 1$ と近似でき、らせんの瞬間中心はほぼ砥石中心に一致する。よって、

図3 砥粒切込み深さ

図4 フローチャート

$$Y \approx C_\omega \cdot \theta' - x \quad (5)$$

と近似できる。

3. 砥粒切込み深さ

任意の砥粒切れ刃Pの砥粒切込み深さは、前節で定めたP''を含むX断面、つまりらせんに垂直な断面にすべての先行切れ刃をらせんに沿って投影することにより得られる図3のような二次元の投影切れ刃分布上で考える。Pを頂点とする頂角 2α の二等辺三角形PQR内に P_3 のように一つでも先行切れ刃が存在すれば、この砥粒切れ刃Pは切削に関与しない無効切れ刃となる。逆に $\triangle PQR$ 内に一つも先行切れ刃を持たないものは有効切れ刃となり、その切込み深さは $\triangle ABC$ (Aは被削材表面を含む平面とPを通る鉛直線との交点、 $\triangle ABC$ はAを頂点とし頂角 2α の二等辺三角形)内に存在する先行切れ刃により決定される。すなわち、砥粒切れ刃Pを通る鉛直線AH上に頂角をはさむ二辺PQ, PRに平行に全砥粒点をシフト(図3で $P_1 \rightarrow H_1$, $P_2 \rightarrow H_2$ 等)し、このシフトされた点 H_i の内、理想仕上がり面からの高さが最小なものと砥粒点Pの位置関係により、有効・無効の判別及び砥粒切込み深さの決定を行う。

4. シミュレーション

図4のフローチャートに沿って説明する。まず計算に必要な種々の計算条件(砥石幅、砥石直径、砥石周速等)を読み込み、粒度・砥材率(砥石全体の体積を1とした時の砥材の体積)より次式⁴⁾を用いて平均砥粒占有体積 W_0 を計算する。

$$W_0 = \frac{45^3 \pi}{6 v_g G^{3.84}} \quad (6)$$

表 1 計 算 条 件

被削材の幅 l	100 mm
主軸回転数 N	1 250 rpm
送り速度 v	4 mm
砥石切込み深さ d	20, 30, 40, 50, 60 μm
被削材	S 45 C
臨界抵抗 F_L	2.0, 3.0, 4.0 kg
カップ砥石	WA 30 I 9 V
	外径 305 mm, 幅 25 mm

上式で、 G : 砥粒の粒度番号, v_g : 砥材率である。次にこの W_0 より今対象となる高さが砥石切込み深さだけの砥石内に含まれる砥粒切れ刃数 N を計算し, $3N$ 個の一樣乱数を発生させ, これを用いて N 個の砥粒点 (x, θ, z) を決定する。この全砥粒切れ刃点に第 2 節で述べたような写像を施した後, 第 3 節に示したように有効・無効切れ刃の判別, 砥粒切込み深さの決定を行う。こうして求めた砥粒切込み深さより, サファイア単粒切れ刃のシミュレーションの計算条件(表 1 参照)と同一の研削条件での下記のような実験式³⁾(逃げ面摩耗・すくい面摩耗等の摩耗がある程度進んだ定常状態での $\alpha=70^\circ$ の実験式)を用いて研削抵抗を定める。

$$f_i(g) = 0.0084g^{1.5}V^{0.25} \quad (7)$$

上式で、 f_i : 研削抵抗接線分力(kg), g : 砥粒切込み深さ(μm), V : 研削速度(m/min)である。この抵抗値が臨界抵抗 F_L 又はその累積が累積臨界抵抗 F_{TL} を超えた時この砥粒点は脱落するとしてその砥粒点を除去し, 砥石 1 回転ごとの有効切れ刃分布, 研削抵抗値等を求めた。ここで累積臨界抵抗を設定したのは, 今回解析的に考慮しなかった砥粒の摩耗による砥石作用面の形状変化及び疲労破壊による砥粒の脱落等を総括的に取扱い, 実際の砥粒の挙動との可能な限りの一致を果たすためである。

こうして計算を繰返し, 脱落数がゼロになった時点で一応定常の減耗状態に達したとして計算を打ち切った。なお計算にあたっては $F_{TL} = k \cdot F_L$ ($k=8$) とし, 先行切れ刃を一つも持たない砥粒切れ刃の抵抗値は衝撃荷重が加わるとして $S(=1.5)$ 倍した。また後で述べる有効研削幅・最大摩耗高さは減耗曲線を砥石半径方向の累積脱落率により数値化することで得られたものである。

5. 減 耗 曲 線

図 5~図 8 は表 1 の計算条件により求めた 1 回転後, 5 回転後, 15 回転後, 30 回転後の砥石半径方向の有効切れ刃分布を示したものである。横軸は砥石外周からの半径方向の距離で砥石幅をとり, 縦軸は理想仕上がり面

図 5 モンテカルロ法による砥石半径方向の有効切れ刃分布 (1)

図 6 モンテカルロ法による砥石半径方向の有効切れ刃分布 (2)

からの高さで砥石切込み深さだけとった。この有効切れ刃分布は実験により求められた砥石作用面の減耗状態¹⁾と定性的に非常に良く一致している。このように即物的に研削現象をとらえることができるのはモンテカルロ法の大きな特徴である。ただ砥石外周部は衝撃の影響が非常に大きい上に砥粒の保持力が他の部分に比較して小さく, 2 砥粒以上にわたる大破砕が実際には生じるようである。この砥石外周部を除けば定常に達した減耗曲線は連続切れ刃の存在するらせん方向ではほぼ直線となる。つまりある有効切れ刃とすぐ次の後続切れ刃との間には少なくとも平均砥粒占有体積 W_0 の空間三角すいが形成されるはずである。ところが, この二つの有効切れ刃間の三角すい体積が大きくなればなる程 1 砥粒の受持つ切込み深さは増加し, この体積が W_0 になった時切込み深さ

図7 モンテカルロ法による砥石半径方向の有効切れ刃分布(3)

図8 モンテカルロ法による砥石半径方向の有効切れ刃分布(4)

は最小となる。そうすれば、減耗曲線はらせん方向で直線近似でき、次式で表される。

$$Z = \Delta - \frac{g_l}{a} X \quad (8)$$

ここで、 Δ : 砥石切込み深さ, g_l : 臨界切込み深さ(臨界抵抗を生じさせる砥粒切込み深さ), $a \equiv 3W_0/g_l^2 \tan \alpha$: 上に述べた理想三角すいの高さである。

これを砥石半径方向に写像すれば、

$$Z = \Delta - \frac{g_l}{2aC_\alpha} x(D-x) \quad (9)$$

となり、定常減耗曲線は砥石中心に軸を持つ非常に大きな放物線となる。また全砥粒切れ刃の切込み深さが g_l 以下であるような減耗状態は、繰返し荷重による砥粒の疲労破壊・砥粒の摩耗しか生じない定常状態と言えよう。

図9 砥石切込み深さと研削抵抗の関係

図10 砥石回転回数による有効切れ刃数の変化

6. シミュレーション結果

サファイア単粒切れ刃の実験式を用いてモンテカルロ法により算出した砥石全体の研削抵抗主分力は図9のように実験値²⁾と非常に良い一致を示している。この計算値と実験値との差異は被削材の材質、砥粒切れ刃を1砥粒当たり1個と仮定したこと(摩耗形態の差異が抵抗に非常に敏感である³⁾ので、目づまり等の影響が考えられる。

6.1 臨界抵抗 F_L の及ぼす影響

図10は全有効切れ刃数の砥石回転数による変化を示したものである。立上がりは急に増加するものの、そのうち飽和し有効切れ刃数はほぼある定常値に落ち着くようである。またその推移は臨界抵抗値にほとんど影響されないことがわかる。この有効切れ刃数の変化は有効研削幅 b (有効に研削に関与している砥石幅、図1参照)によらず、最大摩耗高さ d_w (砥石外周の摩耗高さとはほぼ一致する、図1参照)により決定づけられることが図11と図12との比較により明らかである。砥粒切れ刃分布が三次元的に一様分布であれば、連続切れ刃の存在するら

図 11 砥石回転回数による有効研削幅の変化

図 12 砥石回転回数による最大摩耗高さの変化

せん方向でも X 方向を除いて一様分布となり、そのらせん方向の減耗直線がいかなる傾きを持てようとも砥石最外周の最大摩耗高さが等しい以上らせん方向に垂直な断面への投影面積は等しくなり、その上に存在する有効切れ刃数はほぼ一定となる（砥石の減耗はらせん方向で一様であり、減耗曲線はたえずほぼ直線となっている）。また有効切れ刃数がある定常値に収束するのは図 12 でもわかるように最大摩耗高さがほぼ同一の定常値に収束するためである。最大摩耗高さは砥石切込み深さと臨界切込み深さとの差の値にほぼ収束するが、砥粒切込み深さの 1.5 乗に研削抵抗が比例するので、ここに示されている程度の臨界抵抗の差では臨界切込み深さにさほど大きな差は生じず、最大摩耗高さの収束値はほぼ同一となる。臨界抵抗の差異は図 11、図 13 に示されるように有効研削幅、脱落切れ刃数の変化に大きな影響を及ぼす。脱落切れ刃数は回転当初に極大となり、砥石回転回数の増加とともに次第に減少する。研削開始当初は砥石外周付近のごく少数の砥粒切れ刃のみが研削に関与するので 1 砥粒当たりの切込み深さは大きく、有効切れ刃数は全体としては少ないが、その大半は脱落する。砥石の減耗が進行するにつれて有効切れ刃総数は増加する

図 13 砥石回転回数による脱落切れ刃数の変化

図 14 臨界抵抗による摩耗曲線の相違

が、それに伴い 1 砥粒当たりの切込み深さは減少し、脱落切れ刃数の有効切れ刃数のうちに占める割合は急激に減少する。この有効切れ刃数の増加とその中に占める脱落切れ刃率の減少との兼ね合いにより、脱落切れ刃数が回転当初に極大を示すことになる。

臨界抵抗は減耗曲線の砥石内部への波及速度にも大きな影響を及ぼす。図 14 に砥石 8 回転時の摩耗曲線の様相を示す。この摩耗曲線も研削有効幅・最大摩耗高さ同様累積脱落率によりシミュレーションで得た減耗曲線を数値化したものである。図 15 には研削抵抗主分力の砥石回転回数による変化を示す。図 11 の脱落切れ刃数の変化の様相との相似により非常に大きな研削抵抗を受ける脱落切れ刃の増減が支配的であることがわかる。衝撃的脱落の少ない定常状態では有効切れ刃数の収束に伴い、研削抵抗はある定常値に落ち着くようである。

6.2 砥石切込み深さの及ぼす影響

図 16 に砥石 4 回転時、臨界抵抗 3 kg での摩耗曲線の様相を示す。砥石切込み深さが大きい場合はまだ収束していないので多少異なっているが、収束時の摩耗曲線は臨界抵抗が同一ならばほぼ一定の曲率を示す。これは

図 15 砥石回転回数による研削抵抗の変化(1)

図 16 砥石切込み深さによる摩耗曲線の相違

図 17 砥石回転回数による研削抵抗の変化(2)

式(9)より明らかである。研削有効幅より砥石幅が大きければ、その部分の有効切れ刃は大部分が熱発生源となる。従って収束時の有効研削幅が最適の砥石幅と言える。またこの時1砥粒当たりの研削量は最小となり、この収束時の摩耗曲線こそ正面研削において最適の砥石形状と言えよう。図17には研削抵抗主成分の砥石回転回数による変化を示す。その推移は互いに相似形をなし、

図 18 砥石半径方向の有効切れ刃率

図 19 砥石半径方向の脱落切れ刃率

これは定量的には差異のあるものの有効切れ刃数、特に脱落切れ刃数の変動が砥石切込み深さによらず相似形を示すことを意味している。

6.3 砥石回転回数による影響

図18に砥石半径方向の有効切れ刃率(その区間での全砥粒切れ刃数に対する有効切れ刃数の割合)の、図19には同じく砥石半径方向の脱落切れ刃率(その区間での全砥粒切れ刃数に対する脱落切れ刃数の割合)の砥石1回転時と15回転時におけるものを対比させて示す。回転回数を重ねるにつれ、砥石半径方向に有効切れ刃率・脱落切れ刃率共に平均化している。図20には砥石半径方向の研削抵抗の変化を示す。これは片対数のグラフではあるが、有効切れ刃率の分布と定性的に一致している。有効切れ刃率分布・研削抵抗分布の砥石内部への波及は減耗曲線の進展と非常に深い関係を持っており、摩耗曲線の収束時には研削有効幅の範囲でこれらの分布はらせん方向で完全に平均化されることになる。

7. 結 論

以上により次のことが判明した。

図20 砥石半径方向の研削抵抗の変化

- (1) 正面研削機構を解明する上でモンテカルロ法は非常に有効な手法である。
- (2) この手法によれば摩耗曲線は非常に大きな放物線に収束し、この時1砥粒当たりの砥粒切込み深さが最小となると共に砥石全体の研削抵抗も最小となり、この収束時の減耗曲線こそ最適の砥石形状と言える。
- (3) 収束時には連続切れ刃の存在するらせん方向で有効切れ刃率分布・研削抵抗分布共に平均化される。
- (4) 有効切れ刃数の変化は最大摩耗高さにより、有効研削幅には影響されない。また逆に脱落切れ刃数は有効研削幅と深い関係があり、臨界抵抗の差異はこの有効研削幅の変化にのみ影響する。

8. 結 言

正面研削へのモンテカルロ法の適用の紹介という意味で多少のシミュレーション結果をもとにその有効性を示した。ここに示したものの外にも種々の状態変数(論文中の k, S 等)を変化させシミュレーションを行えば様様の目新しい結果を得ることができよう。砥粒の摩耗・目づまり等の研削現象も何らかの形で数値化することにより考慮することは可能であり、モンテカルロ法は今後確率論的な研削現象を取扱う上で効力を発揮することであろう。

最後に労を惜しまず協力して下さいた久地岡氏に感謝致します。

文 献

- 1) 竹中規雄, 笹谷重康: 正面研削機構に関する研究(第3報), 日本機械学会講演論文集, **720**, 12(1972) 714.
- 2) 吉川弘之, 佐田登志夫: モンテカルロシミュレーションによる研削仕上面あらさ創成の研究, 精密機械, **35**, 4(1969) 241, 等.
- 3) 長尾高明, 谷 泰弘: モンテカルロ法による正面研削機構の研究, 東京大学修士論文(1978) 56, 83.
- 4) 竹中規雄, 笹谷重康: 研削作用に関する研究(第2報), 日本機械学会論文集, **26**, 163(1960) 403.
- 5) 竹中規雄, 笹谷重康: 立軸型研削盤による平面研削機構の研究, 東京大学卒業論文(1970) 155.

情 報

(p. 606 より続く)

② 企業別の研究活動を表す指標として売上高に対する研究費の比率をみると、全産業では1.5%で前年度比0.1%の微増となった。産業別では、製造業1.7%、鉱業、建設業0.5%、運輸・通信、公益事業、林・水産業各0.3%などとなっており、業種別にみると化学工業、医薬品工業が4.8%といぜん全産業の中で最も高く、次いで電気機械工業の通信電子電気計測器工業が3.7%となっている。

③ 製造業について営業利益と研究費との関連をみると、収益性が高く研究コストの低いグループには石油・石炭製品工業、化学工業、食品工業、パルプ工業が含まれ、収益に対して研究コストが特に高いグループには輸送用機械工業、鉄鋼業が入り、その他グループでは総合化学繊維工業、精密機械工業、非鉄金属工業などが入る。

④ 会社における性格別研究費の構成比を全産業で見ると、基礎研究費は全体の5%、応用研究費は20%、開発研究費は75%である。うち基礎研究費の割合が大きい産業は食品工業、化学工業の8%、鉄鋼業の7%などで前年度に引きつづき上位を占めている。応用研究費は化学工業、石油・石炭工業の26%、鉄鋼業の25%が高く、開発研究費では金属製品工業、ゴム製品工業の92%、出版・印刷業の88%などが目立つ。

⑤ 研究費の集中度は全産業の上位5社で全体の15%、上位10社で25%、上位20社で34%を占め、そのうち上位5社の集中度は前年度より1%の減となっている。また上位5社で占める集中度を産業別にみると、鉄鋼業の80%、出版・印刷の70%、石油・石炭製品工業の65%などが高く、低い方では化学工業と金属製品工業の92%、機械工業26%である。

(p. 637 へ続く)