研 究

直動玉軸受の寿命に関する研究 (第1報)*

— 転 動 体 荷 重 —

清水 茂夫** 井 沢 実**

Study on the Fatigue Life of Linear Motion Ball Bearing (1st Report)

— On the Roll Body Loads in Relation to the Basic Load Rating of the Bearing —

Shigeo SHIMIZU, Minoru IZAWA

As the first report, this paper deals with a calculation method of the numbers of stress cycles at the raceway surfaces of the outer sleeve and the shaft, and the equation of the roll body loads. Some points are discussed concerning the calculated results for various shaft strokes. The principal results are as follows:

(1) Applying to the new calculation method, which splits both raceway surfaces into small portions, the numbers of stress cycles of those raceways are counted accurately.

(2) The roll body loads are considerably small in the case of short shaft stroke, but when the ratio between the shaft stroke and the raceway length of outer sleeve (l_s/l) becomes greater than 1, the roll body load of outer sleeve (Q_{co}) has a constant value while the one of shaft (Q_{cs}) has comparatively high increasing ratio.

(3) In the case of linear motion ball bearing, probability of flaking due to rolling contact fatigue on the shaft becomes higher than that of the outer sleeve, because of $Q_{co}/Q_{cs} = 1.25-1.17$. Meanwhile, in the case of ball spline, $Q_{co}/Q_{cs} \approx 1$ for $l_s/l \leq 1$ and $Q_{co}/Q_{cs} = 0.92$ for $l_s/l = 10$, then the probability of flaking on the outer sleeve becomes higher than that of the shaft. And, if the conformity between ball and raceway groove is reduced, the roll body loads decrease extremely. Further, in the case of ball guide way, the roll body loads are nearly equal to those of the linear motion ball bearing.

1. ま え が き

直動玉軸受は、一般の回転用玉軸受と同様に外部荷重 F (kgf) に対して

$$L = \left(\frac{C}{F} \right)^3 \quad (\text{単位は } 50 \text{ km} \approx 2000 \text{ km}) \quad (1)$$

で与えられる寿命 L を基準にして走行寿命の計算がなされている。ここで、 C ：基本動定格荷重 (kgf)。

C の一般式は Lundberg らの寿命理論¹⁾ に準拠してすでに高田²⁾ によって導かれているが、高田は転動体荷重式を導く際に応力繰返し数および応力を受ける長さ、すなわち応力体積の処理にかなり巨視的な考え方を用いているうへ、軸に対する係数 ω と Ω との近似にも疑点があり、さらに C を求める際に軸受内の負荷分布状態を考慮していない。

転動体荷重式と軸受内負荷分布式は寿命理論において最も重要な数値を与えるものであり、これらが整理され

てはじめて基本動定格荷重も明らかにでき、軸受寿命も推定することができるわけである。筆者らは、従来直動玉軸受の負荷分布に関して理論と実験の両面から系統的に究明してきた³⁾。また、寿命試験も昭和51年以来実施継続中である。

そこで本報では、直動玉軸受の寿命に関する研究の第1報として、まず Lundberg らの寿命理論をもとにして、軸受内各玉列の玉の転動状態を解明し、応力体積ならびに応力繰返し数が外筒と軸のそれぞれの軌道面において様々に異なる状態での転動体荷重式を導き、これを用いて種々の軸ストロークにおける軸受外筒ならびに軸に関する転動体荷重値を計算した結果を報告する。また、直動玉軸受の場合と同様な手法でボールスプラインや転がり案内の場合の転動体荷重式も得ることができるので、これらの場合についても算出結果を報告する。

2. 転動体荷重の理論式

2.1 転動体荷重の基礎式と寿命式中の係数

直動玉軸受の転動疲れ寿命が、一般の転がり軸受と同様に接触表面下 z_0 の深さにおける動的最大せん断応力

* 原稿受付 昭和53年12月21日。昭和52年度精機学会秋季大会学術講演会(昭和52年11月15日)にて発表。

** 正 会 員 明治大学工学部(川崎市多摩区生田5158)

振幅 τ_0 によって支配されるものとすれば, 材料の累積残存確率 S と総応力繰返し数 N ならびに玉接触部の応力体積 V などとの間に Lundberg らが Weibull の統計理論を応用して導いた式

$$\ln \frac{1}{S} \propto \tau_0^c N^e z_0^{-h} V \quad (2)$$

が成立する。ただし, 直動玉軸受の場合には 50 km を定格寿命すなわち単位走行距離にとっているから, 片道 l_s (mm) の直線運動ストロークに対する軌道面上のある点を受ける応力繰返し数を u とおくと, その点の総応力繰返し数 N は

$$N = \frac{50u}{l_s} L \quad (\text{単位は } 10^6 \text{ 回}) \quad (3)$$

のように考えることができる。

また, 応力体積 V は軌道面における接触だ円の形状が転動方向に対して外筒と軸では 90° ずれた形状になるため (図 1 参照),

$$\left. \begin{aligned} V_o &\propto (az_0 D_n)_o \\ V_s &\propto (bz_0 D_n)_s \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

で与えられる。ここで, 添字 o, s はそれぞれ外筒と軸の接触を表し, a, b はそれぞれ接触だ円の長短軸半径, D_n は応力を受ける長さを表す。

式 (2), (4) における Hertz 諸量は次式で表せる。

$$\left. \begin{aligned} a &= \mu \sqrt[3]{\frac{3Q}{E_0 \Sigma \rho}}, \quad b = \nu \sqrt[3]{\frac{3Q}{E_0 \Sigma \rho}} \\ \tau_0 &= T \cdot q, \quad z_0 = \zeta \cdot b \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで, μ, ν : a, b に対する助変数, Q : 転動体荷重, $\Sigma \rho$: 接触物体間の曲率和, T, ζ : τ_0, z_0 に対する助変数, $E_0 = m^2 E / (m^2 - 1)$, m, E : ポアソン数, 縦弾性係数, q : $3Q/2\pi ab$ (最大 Hertz 応力)。

式 (3)~(5) を比例式 (2) へ代入し整理すると次式を得る。

$$\frac{Q}{D_a} L^{\frac{3e}{c-h+2}} = A_1 \phi_i D_a^{-\frac{3(3-h)}{c-h+2}} \left[\frac{50}{l_s} \right]^{-\frac{3e}{c-h+2}} \quad (6)$$

$i=o$ あるいは s

ここで,

$$A_1 \propto \left[\ln \frac{1}{S} \frac{\zeta_1^{h-1}}{T_1^c} \right]^{\frac{3}{c-h+2}} \left[\frac{3}{E_0} \right]^{\frac{2e+h-2}{c-h+2}} \quad (7)$$

$$\phi_o = \left[\left(\frac{T}{T_1} \right)^c \left(\frac{\zeta_1}{\zeta} \right)^{h-1} \left(\frac{D_a \Sigma \rho}{\mu^{c-1} \nu^{c+h-1}} \right)^{\frac{3}{c-h+2}} \frac{D_{no} u_o^e}{D_a} \right]^{-\frac{3}{c-h+2}} \quad (8)$$

$$\phi_s = \left[\left(\frac{T}{T_1} \right)^c \left(\frac{\zeta_1}{\zeta} \right)^{h-1} \left(\frac{D_a \Sigma \rho}{\mu^c \nu^{c+h-2}} \right)^{\frac{3}{c-h+2}} \frac{D_{ns} u_s^e}{D_a} \right]^{-\frac{3}{c-h+2}} \quad (9)$$

T_1, ζ_1 : $b/a=1$ すなわち玉と平面の接触における T, ζ 。

Lundberg らが実験より定めた指数値ならびに A_1 は

曲率のとり方

接触だ円の形状

図 1 主平面 1 における曲率と接触だ円

図 2 ω と Ω の関係

それぞれ $c=31/3$, $h=7/3$, $e=10/9$, $A_1=112.2$ (kgf·mm 単位系) であるから, 式 (6) にこれらの諸値を用い, $L=1$ すなわち 50 km 走行時の転動体荷重を Q_c で表すと

$$Q_c = 30.406 \phi_i D_a^{1.8} l_s^{1/3} \quad (10)$$

となる。式 (10) が転動体荷重の基礎式であるが, 次に係数 ϕ_i を求めてみる。まず, 式 (8), (9) 中の $D_a \Sigma \rho$ は図 1 において

$$F_{(b/a)} = \frac{|\rho_{11} - \rho_{21} + \rho_{111} - \rho_{211}|}{\Sigma \rho}, \quad \Sigma \rho = \frac{4}{D_a} \pm \frac{2}{d_m \mp D_a}$$

とおくことにより

$$D_a \Sigma \rho = \frac{4}{1 + F_{(b/a)}} \left\{ 1 + \frac{D_a/d_m}{2(1 \mp D_a/d_m)} (1 \pm 1) \right\} \quad (11)$$

のように関係づけることができる。ここで, 符号は上側が軸, 下側が外筒を表す。

式 (11) を式 (8), (9) へ代入し, D_n と u 以外の項を一括して

$$\omega_o = \{1 + F_{(b/a)}\}^{2.1} \left(\frac{T_1}{T} \right)^{3.1} \left(\frac{\zeta}{\zeta_1} \right)^{0.4} \mu^{2.8} \nu^{3.5} \quad (12)$$

$$\omega_s = \{1 + F_{(b/a)}\}^{2.1} \left(\frac{T_1}{T} \right)^{3.1} \left(\frac{\zeta}{\zeta_1} \right)^{0.4} \mu^{3.1} \nu^{3.2} \quad (13)$$

$$\Omega_i = \frac{1 - F_{(b/a)}}{1 + F_{(b/a)}} \quad (14)$$

とおき, ω と Ω との関係 (b/a) を助変数にして求めると図 2 が得られ, 次の近似式が成立する。

図3 ポールスプラインみぞの場合

$$\omega_o \simeq \Omega_o^{-0.51} = \left(1 + \frac{D_a}{d_m}\right)^{0.51} \quad (15)$$

$$\omega_s \simeq \Omega_s^{-0.70} = \left(1 - \frac{D_a}{d_m}\right)^{-0.70} \quad (16)$$

したがって、式(11)~(16)から

$$\phi_o = 0.0767 \left(1 + \frac{D_a}{d_m}\right)^{0.51} \left(\frac{D_a}{D_{no}}\right)^{0.3} u_o^{-\frac{1}{3}} \quad (17)$$

$$\phi_s = 0.0767 \left(1 - \frac{D_a}{d_m}\right)^{1.4} \left(\frac{D_a}{D_{ns}}\right)^{0.3} u_s^{-\frac{1}{3}} \quad (18)$$

を求められる。ここで、式(17)、(18)の右辺初項定数値は、一般の玉軸受と直動玉軸受との応力を受ける長さの取り方の違いによる補正値すなわち $\pi^{0.3}$ 倍を含めて定めている。

また、最近広く使用されるようになってきた図3に示すポールスプラインの場合には Lundberg らの近似式をそのまま適用することができるから

$$\omega \simeq 1.3\Omega^{-0.41}, \quad \Omega = \frac{2f-1}{2f} \quad (f=0.5175 \sim 0.54) \text{ より}$$

$$\phi_i = 0.0997 \left(\frac{2f-1}{2f}\right)^{-0.41} \left(\frac{D_a}{D_{ni}}\right)^{0.3} u_i^{-\frac{1}{3}} \quad (19)$$

となる。また $f \rightarrow \infty$ すなわち転がり案内の場合には

$$\omega = \Omega = 1, \quad F_{(b/a)} = 0 \text{ より}$$

$$\phi_i = 0.0767 \left(\frac{D_a}{D_{ni}}\right)^{0.3} u_i^{-\frac{1}{3}} \quad (20)$$

となる。

2.2 応力繰返し数と応力を受ける長さ

直動玉軸受における外筒と軸の両軌道面が受ける応力繰返し数は、軸ストローク l_s によって複雑に変化するため、一般の転がり軸受に比べるとかなり複雑なものとなる。筆者らは任意の軸ストロークに対する応力繰返し数を求める方法を考案した。

すなわち、図4に示すように外筒、玉、軸に対する直線座標の原点を軸受左端にとり、外筒と軸はそれぞれ L および N 等分の微小間隔 (例えば $D_a/20$) に刻まれているものとする。

まず、外筒軌道面上のある点 $X(i)$ に着目すると、点

図4 外筒、玉、軸に対する直線座標

図5 軸受外筒の応力繰返し数を求める流れ図

$X(i)$ の応力繰返し数はその点を玉が何個通過するかによって求めることができる。この場合流れ図、図5において点 $X(i)$ 上を最初に通過する玉は jj であり、軸が左方へ l_s 移動すれば玉は $l_s/2$ だけ移動し、最後に点 $X(i)$ を通過する玉の次の玉が jjj となる。ゆえに、外筒の応力繰返し数 $u_o(i)$ は次式で求められる。

$$u_o(i) = jjj - jj \quad (i=1, 2, \dots, L+1) \quad (21)$$

また、軸の場合は軸上のある点 $Z(k)$ が軸受内で玉を何個追い越すかによって定めうる。したがって、流れ図、図6において点 $Z(k)$ が始めから軸受内にある場合と軸受外にある場合とに分けて考え、まず点 $Z(k)$ が軸受内で最初に追い越す玉 jj をみつけ、次に軸の移動とともに点 $Z(k)$ が軸受内を通過するかあるいは軸受内のある位置で停止するかによって最後に追い越した玉 jjj をみつける。これより、軸の応力繰返し数 $u_s(k)$ は次式で求められる。

$$u_s(k) = jjj - jj + 1 \quad (k=1, 2, \dots, N+1) \quad (22)$$

次に、応力を受ける長さ D_n は同一応力繰返し数の軌道部分の微小間隔 (例えば $D_a/20$) を順次に加えていけ

図6 軸の応力繰返し数を求める流れ図

ばよいから、次式のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} D_{no}(u_o) &= \frac{D_a}{20} \times (\text{外筒で発生した同一繰返し数 } u_{o(i)} \text{ の総和}) \\ D_{ns}(u_s) &= \frac{D_a}{20} \times (\text{軸で発生した同一繰返し数 } u_{s(k)} \text{ の総和}) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

ただし、微小な軸ストロークの場合すなわち $l_s < 2\kappa D_a$ (κD_a : 球間ピッチ) の場合には

$$\left. \begin{aligned} u_o &= u_s = 1 \\ D_{no} &= D_{ns} \approx \frac{l_s Z}{2} \quad (Z: 1 \text{ 列中の玉数}) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

のようにしてもよい。

2.3 応力繰返し数が軌道面上の各部で異なる場合の転動体荷重と1列全体としての転動体荷重

直動玉軸受の応力繰返し数は、軌道面のそれぞれの部分で異なるから、寿命もまた各部分に対応して異なってくる。い

ま、式(2)において確率係数を $k_{(u)}$ とすれば、軌道面の各部分が独立に同一寿命 L をもつ確率 $S_{(u)}$ は

$$\ln \frac{1}{S_{(u)}} = k_{(u)} Q^w L^e \quad (25)$$

ここに、 $w = (c - h + 2)/3 = pe = 10/3$ と置くことができる。また、軌道面全体の寿命が L である確率 S は

$$\ln \frac{1}{S} = \sum_{u=\min}^{\max} \ln \frac{1}{S_{(u)}} = Q^w L^e \sum_{u=\min}^{\max} k_{(u)} \quad (26)$$

となり、定格寿命すなわち $L=1$ の場合には $S_{(u)} = 0.9$, $Q \rightarrow Q_c(u)$; $S=0.9$, $Q \rightarrow Q_c$ とすることができるから

$$Q_c = \left\{ \sum_{u=\min}^{\max} Q_c(u)^{-w} \right\}^{-\frac{1}{w}} \quad (27)$$

を求めることができる。

以上の結果より、外筒と軸に対する1列全体としての転動体荷重 Q_{ci} は

$$\begin{aligned} Q_{ci} &= \left[\sum_{u_i=\min}^{\max} Q_{ci}(u_i)^{-w} \right]^{-\frac{1}{w}} \\ &= f_{ci} D_a^{2.1} l_s^{1/3} \left[\sum_{u_i=\min}^{\max} \{D_{ni}(u_i)^{0.3} u_i^{1/3}\}^w \right]^{-\frac{1}{w}} \end{aligned} \quad (28)$$

のように表すことができる。

また、 $l_s < 2\kappa D_a$ の場合には次式を用いてもよい。

$$Q_{ci} = f_{ci} D_a^{2.1} Z^{-0.3} l_s^{1/30} \quad (29)$$

式(28), (29)中の係数はそれぞれ表1に示す。

3. 計算結果と考察

以下の計算では表2に示す呼び径30mmの直動玉軸受の諸元を用いることにする。また、軸受内の球間ピッチには実測値⁴⁾を用いることとする。この場合、 κD_a は軌道面上の玉のポテンシャルが保持器ポケット内の玉より大きい列で軌道面上1か所に必ず発生する球間ピッチであって、玉組込み時に生じる球間すきまに対応する量が現れたものとなる。

まず、軸ストローク73.7mmの場合に対する各軌道面における1ストローク当たりの応力繰返し数を求めた

表1 係数 f_{ci} と $f_{c \cdot i}$ の式

軸受形式	f_{ci} ($l_s \geq 2\kappa D_a$ の場合)	$f_{c \cdot i}$ ($l_s < 2\kappa D_a$ の場合)
直動玉軸受	$f_{c \cdot o} = 2.3322(1 + D_a/d_m)^{0.51}$ $f_{c \cdot s} = 2.3322(1 - D_a/d_m)^{1.40}$	$f_{c \cdot o} = 2.87(1 + D_a/d_m)^{0.51}$ $f_{c \cdot s} = 2.87(1 - D_a/d_m)^{1.40}$
ボールスプライン	$f_{c \cdot o} = f_{c \cdot s} = 3.032 \left(\frac{2f}{2f-1} \right)^{0.41}$	$f_{c \cdot o} = f_{c \cdot s} = 3.73 \left(\frac{2f}{2f-1} \right)^{0.41}$
転がり案内 ($f \rightarrow \infty$)	$f_{c \cdot o} = f_{c \cdot s} = 2.3322$	$f_{c \cdot o} = f_{c \cdot s} = 2.87$

表2 軸受諸元

軸 径	$D=30\text{ mm}$
球 径	$D_a=3.969\text{ mm}$
玉列数	6
軌道面長さ	$l=32.5\text{ mm}$
球間ピッチ	$\kappa D_a=4.215\text{ mm}$
	$\kappa' D_a=6.465\text{ mm}$

一例は図7に示す。同図は軌道面内へ入ってくる玉を順次軸上に展開した状態で表している。これより、外筒の場合には玉並び状態が一定であれば、応力繰返し数は9, 8, 9, 8, …回を交互に繰返すが、軌道面上に $\kappa' D_a$ が現れる列では、その影響を受けて7回の場合も生じることがわかる。一方、軸の場合には、軸ストロークがいくら長くなっても最大応力繰返し数は外筒軌道面上の玉数 Z の偶数、奇数に応じて

偶数の場合: $u_{s\max}=Z/2$

奇数の場合: $u_{s\min}=Z/2+0.5$

を越えて働くことはあり得ない。また、最小応力繰返し数は1であるが、図から明らかなように、直動案内作用に参加する軸範囲であっても圧縮力を一度も受けない軸部分が現れてくることがわかる。

次に、図7の結果に対して応力繰返し数 $u_i(i=o, s)$ と応力を受ける長さ $D_{ni}(u_i)$ ならびにそれらに対応する各部の転動体荷重 $Q_{ci}(u_i)$ の関係を求めた例を図8に示す。これより、 u_i と $D_{ni}(u_i)$ が小さいほどそれらに対応する各部の転動体荷重は大きくなることがわかる。

また、式(8)を用い、軸ストロークに対する外筒と軸の1列全体としての転動体荷重 Q_{ci} を計算すると図9が得られる。これより、総合した Q_{ci} は図8で示した $Q_{ci}(u_i)$ のうちで最も小さい値よりさらに小さくなることがわかる。そして、微小ストローク時の Q_{ci} はかなり低く、 l_s/l すなわち軸ストロークと外筒軌道面長さとの比が1を越えると Q_{cs} の増大率はかなり高くなり、一方、 Q_{co} は一定値をとる傾向を示す。また、球間ピッチの影響として、

図7 各軌道面における1ストローク当たりの応力繰返し数

図8 応力繰返し数と応力を受ける長さならびに各部の転動体荷重の関係

図9 軸ストロークと基本動定格荷重に対する1列全体としての転動体荷重の関係 (直動玉軸受の場合)

図10 D_a/d_m と Q_{co}/Q_{cs} との関係

$f=0.51\sim 0.55$: ボールスプライン, $f=\infty$: 転がり案内

図11 ボールスプラインや転がり案内の場合における l_s/l と Q_{et} との関係

$\kappa' D_a$ の現れる列 1, 2, 3 は列 4, 5, 6 より Q_{et} が高いこと, また軸よりも外筒側の転動体荷重がはるかに高いことがわかる。

いま, 微小ストローク時, すなわち $l_s < 2\kappa D_a$ の場合における Q_{co}/Q_{cs} を D_a/d_m の関係で表すと図10を得る。ここで, 斜線部は市販軸受の寸法範囲を示す。これより, 外筒は軸に比べて25%も転動体荷重が大きく, したがって直動玉軸受の転動疲れ剥離現象は理論上からいえば軌道面から生起する確率が高いといえる。

また, ボールスプラインや転がり案内の場合における l_s/l と Q_{et} との関係は図11に示す。この場合は l_s/l が1を越えると軸転動体荷重が外筒転動体荷重をかなり上回

り, この傾向は玉と軌道みぞの形状一致性が高いほど顕著になる。一方, 形状一致性が低下すると転動体荷重は極端に低減し, $f \rightarrow \infty$ すなわち転がり案内の場合になるとほとんど直動玉軸受の場合と差異がなくなってくる。

4. む す び

直動玉軸受の寿命理論に関する第1報として, 軸受外筒ならびに軸軌道面における応力繰返し数の計算法を考案し, ボールスプラインや転がり案内も包含した転動体荷重の一般式を導き, 軸ストロークに対する計算値に検討を加えた。

結果を要約すると次のようである。

- (1) 軸受外筒ならびに軸軌道面を微細に分割してその応力繰返し数を計算する方法を用いると, 外筒の場合は玉通過数を, 軸の場合は玉追越し数を算出することによって各部の応力繰返し数を正確に把握できることがわかった。
- (2) ある軸ストロークにおける軌道面各部の転動体荷重は応力繰返し数と応力を受ける長さが小さいほど大きくなる。しかし, 1列全体としての転動体荷重は微小ストローク時ではかなり小さく, 軸ストロークと外筒軌道面長さとの比 l_s/l が1以上になると外筒側の転動体荷重 Q_{co} は一定値をとるようになり, 軸側の転動体荷重 Q_{cs} は増大率がかなり高くなることがわかった。
- (3) 市販の直動玉軸受では, 一般に $Q_{co}/Q_{cs}=1.25$ となっていて, 転動疲れ剥離は軸側から生起する確率が高いと考えられる。一方, ボールスプラインでは $l_s/l \leq 1$ の場合 $Q_{co}/Q_{cs}=1$ であるが, $l_s/l=10$ になると $Q_{co}/Q_{cs} \approx 0.92$ となり, 外筒から疲れ剥離が生起する確率が高くなると考えられる。また, ボールスプラインの玉と軌道みぞとの形状一致性が低下すると転動体荷重は極端に低減し, さらに転がり案内になると直動玉軸受の転動体荷重にはほぼ等しくなることがわかった。

参 考 文 献

- 1) G. Lundberg & A. Palmgren: Dynamic Capacity of Rolling Bearings, IVA Handler, 196, (1947).
- 2) 高田浩年: リニヤーボールベアリングの負荷容量, NSK Bearing J., 625 (1970) 1.
- 3) 例えば, 清水茂夫, 井沢 実: 直動球軸受の負荷分布に関する研究 (第5報), 精密機械, 45, 2 (1979) 154.
- 4) 井沢 実, 清水茂夫: 直動球軸受の負荷分布に関する研究, 昭和53年度精機学会春季大会学術講演会前刷 (1978) 113.