超音波振動切削における工具振動特性*

田中芳雄** 井戸 守** 大前誠蔵*** 水谷勝己†

Characteristics of Tool Vibration in Ultrasonic Vibration Cutting

Yoshio TANAKA, Mamoru IDO, Seizo OMAE, Katsumi MIZUTANI

Characteristics of vibration has been analyzed with a model of lumped system for a tool used in ultrasonic vibration cutting. The analysis shows that the amplitude of the tool vibration during cutting declines not always constantly but catastrophically with increase of cutting force at some conditions because of existing unstable phenomena in the vibration. For lower cutting speed the catastrophic attenuation of the vibration is more drastically, but higher amplitude is maintained before then. The analysis is applicable enough by taking into account the fact that the cutting force changes in practice depending upon the cutting phenomena at each condition.

Key words: ultrasonic vibration cutting, tool vibration, lumped system, amplitude attenuation, cutting force, cutting phenomena, cutting condition.

1. 緒 言

超音波振動切削は切削抵抗の低下, 仕上面粗さの向上などに有効であることが報告されている¹⁾。効果的な超音波振動切削を行うためには, 切削中に安定した工具振幅を得ることが必要となる。ところが, 超音波振動工具は, 機械的 Q を高くし, 無負荷時に大きな共振振幅を得るように設計されているため, 切削中の負荷の程度によっては, 振動振幅が大幅に減衰し, 振動切削の効果が発揮されない可能性が存在する。

超音波加工工具の負荷状態での挙動については超音波穴あけ加工²⁾, 超音波ハンマリング³⁾などの場合の研究がある。これらは, 振動方向への工作物の送りが非常に遅く, 定荷重条件を満足させながら加工を行う場合であり, 超音波振動切削のように定速度で工作物が送られる場合についてはいまだ解析されていない。

そこで本研究では, 超音波振動切削工具の設計, 加工条件の設定に寄与することを目的として, 切削時の工具振動特性を, 集中定数系の工具振動モデルを用いて解析した。また, 実験でその妥当性を確かめた。

2. 工具振動特性の解析

2.1 モデルの設定

以下に用いる記号の説明を表1に示す。

* 原稿受付 昭和54年2月13日。精機学会昭和52年度関西地方定期学術講演会(昭和52年6月7日)にて発表。

** 正会員 大阪府立大学工学部(堺市百舌鳥梅町4丁804)

*** 正会員 三菱電機(株)(伊丹市瑞原4丁1)

† 正会員 大阪府立工業技術研究所(大阪市西区江ノ子島2-1-53)

超音波振動工具の振動は厳密には分布定数系モデルを用いて解析しなければならない。しかし, 一般的な超音波工具形状であり, 本研究で対象とした図1(a)で示される工具の無負荷時周波数特性, 図1(b)によると, 実測曲線と集中定数系近似した場合では, $0.994 < \omega/\omega_t < 1.006$ の範囲ではよい一致が得られている。(ただしこの場合, 臨界減衰係数0.0020, 機械的 Q 250であるとし

表1 記号の説明

記号	説 明
t	時間
m_t	工具の等価質量
c_t	工具の等価粘性減衰係数
c_c	工具の臨界減衰係数
c_t/c_c	工具の減衰比
k_t	工具の等価剛性
ω_t	工具の共振周波数
$x, \dot{x}, \ddot{x}$	工具の変位, 速度, 加速度
F	励振子の振幅
ω	励振力の周波数
t_0	励振力の位相時間
f	切削中の瞬間切削抵抗
f'	切削中の平均切削抵抗
T	工具振動周期
t_1	1周期中の非切削時間
V	切削速度
A_{f_0}	工具の無負荷時共振振幅
A	工具の切削中の振幅
A/A_{f_0}	振幅比
$f/(k_t A_{f_0})$	切削抵抗比
$V/(A_{f_0} \omega_t)$	切削速度比
ω/ω_t	周波数比
$(T-t_1)/T$	切削時間比
Γ	Laplace 積分路

(a) 工具形状 (材質: 軟鋼)

(b) 周波数特性 ($\omega_t = 2\pi \times 21053 \text{ rad/s}$)

図1 超音波振動工具

図2 超音波振動切削中における工具, 被削材の運動

た.)

したがって, 実用上意味のある共振点近傍の周波数範囲では集中定数系として取扱える. 次に, 振動工具に加わる外力を考える. 切削方向と同方向に超音波を付加したときの振動1周期中の工具, 被削材の運動は概念的には図2で表される⁴⁾. このとき, 被削材を剛塑性体と仮定し, 瞬間切削抵抗は切削中一定であるとする. すなわち, 切削終了点Aと開始点B間はゼロで, Bと終了点C間は一一定である.

以上のように設定することにより工具振動, 切削中の切削抵抗モデルは図3(a), (b)⁴⁾に示すものとなる.

2.2 解 析

(a) 工具振動系

(b) 切削抵抗

図3 超音波振動切削モデル

図3から工具の運動方程式は式(1)で表される.

$$m_t \ddot{x} + c_t \dot{x} + k_t x = F e^{j(\omega t + \omega_t t_c)}$$

$$-f \sum_{n=1}^{\infty} [u(t - (n-1)T - t_1) - u(t - nT)] \quad (1)$$

$$u(t) = 1 \quad (t \geq 0)$$

$$= 0 \quad (t < 0)$$

式(2)のLaplace変換対を用い式(1)を解き, 定常切削中の工具振動変位を求める.

$$\left. \begin{aligned} \tilde{x}(s) &= \int_0^{\infty} e^{-st} x(t) dt \\ x(t) &= \frac{1}{2\pi j} \int_{\Gamma} e^{st} \tilde{x}(s) ds \\ j &= \sqrt{-1} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式(1)のLaplace変換形は式(3)となる.

$$\tilde{x}(s) = \frac{\omega_t^2}{s^2 + 2\frac{c_t}{c_e} \omega_t s + \omega_t^2} \times \left(\frac{e^{j\omega t_0}}{s - j\omega} \cdot \frac{F}{k_t} - \frac{e^{(T-t_1)s} - 1}{s} \cdot \frac{e^{-Ts}}{1 - e^{-Ts}} \cdot \frac{f}{k_t} \right) \quad (3)$$

式(3)の一部は次の部分分数に変換できる.

$$\begin{aligned} & \frac{e^{(T-t_1)s} - 1}{s} \cdot \frac{e^{-Ts}}{1 - e^{-Ts}} \\ &= \frac{e^{(T-t_1)s} - 1}{Ts^2} e^{-Ts} + \frac{e^{(T-t_1)s} - 1}{T} e^{-Ts} \sum_{p=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{j p \omega} \cdot \frac{1}{s - j p \omega} \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{j p \omega} \cdot \frac{1}{s + j p \omega} \right\} \end{aligned}$$

図4 Laplace 積分路

式(3)において、 $t \rightarrow \infty$ で $x(t)$ が収束するためには式(2)の積分路 Γ は図4に示すものでなければならない。このとき、極としては $s = jp\omega$ ($p = -\infty, \dots, -1, 0, +1, \dots, +\infty$) を考えれば十分である。

留数定理から $x(t)$ は式(4)となる。

Real[$x(t)$]

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_t^2}\right)^2 + \left(2\frac{c_t}{c_c} \frac{\omega}{\omega_t}\right)^2}} \cdot \frac{F}{k_t} \cos(\omega t + \omega t_0 - \varphi_1) - \left[\frac{T - t_1}{T} \cdot \frac{f}{k_t} + \frac{f}{k_t} \sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - q^2 \frac{\omega^2}{\omega_t^2}\right)^2 + \left(2\frac{c_t}{c_c} \frac{q\omega}{\omega_t}\right)^2}} \times \frac{1}{\pi q} \left\{ \sin(q\omega t + 2\pi \frac{T - t_1}{T} q - \varphi_q) - \sin(q\omega t - \varphi_q) \right\} \right] \quad (4)$$

$$\varphi_q = \tan^{-1} \frac{2\frac{c_t}{c_c} \frac{q\omega}{\omega_t}}{1 - q^2 \frac{\omega^2}{\omega_t^2}} \quad 0 \leq \varphi_q \leq \pi$$

$$q = 1, 2, \dots$$

式(4)の境界条件は、 $t = nT$ における被削材速度と工具先端の振動速度の一致および振動1周期中の被削材と工具の移動距離の一致から、式(5)、(6)となる。

$$\text{Real}[\dot{x}(t)]_{t=nT} = -V \quad (5)$$

$$\text{Real}[x(nT + t_1) - x(nT)]_{n \gg 1} = -Vt_1 \quad (6)$$

式(4)を式(5)、(6)に代入することにより式(7)、(8)が得られる。

$$A_1 \frac{F}{k_t A_{f_0}} \sin \omega t_0 + B_1 \frac{F}{k_t A_{f_0}} \cos \omega t_0 = \frac{f}{k_t A_{f_0}} C_{q1} - \frac{V}{A_{f_0} \omega} \quad (7)$$

$$A_2 \frac{F}{k_t A_{f_0}} \sin \omega t_0 + B_2 \frac{F}{k_t A_{f_0}} \cos \omega t_0$$

$$= \frac{f}{k_t A_{f_0}} C_{q2} - \frac{V}{A_{f_0} \omega} 2\pi \frac{t_1}{T} \quad (8)$$

式(7)、(8)における未定義の係数は以下の通りである。

$$A_1 = \frac{-\cos \varphi_1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_t^2}\right)^2 + \left(2\frac{c_t}{c_c} \frac{\omega}{\omega_t}\right)^2}}$$

$$B_1 = \frac{\sin \varphi_1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_t^2}\right)^2 + \left(2\frac{c_t}{c_c} \frac{\omega}{\omega_t}\right)^2}}$$

$$C_{q1} = \sum_{q=1}^q \frac{1}{\sqrt{\left(1 - q^2 \frac{\omega^2}{\omega_t^2}\right)^2 + \left(2\frac{c_t}{c_c} \frac{q\omega}{\omega_t}\right)^2}} \times \frac{1}{\pi} \left\{ \cos\left(2\pi \frac{T - t_1}{T} q - \varphi_q\right) - \cos \varphi_q \right\}$$

$$A_2 = \frac{-\sin(\omega t_1 - \varphi_1) - \sin \varphi_1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_t^2}\right)^2 + \left(2\frac{c_t}{c_c} \frac{\omega}{\omega_t}\right)^2}}$$

$$B_2 = \frac{\cos(\omega t_1 - \varphi_1) - \cos \varphi_1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_t^2}\right)^2 + \left(2\frac{c_t}{c_c} \frac{\omega}{\omega_t}\right)^2}}$$

$$C_{q2} = \sum_{q=1}^q \frac{1}{\sqrt{\left(1 - q^2 \frac{\omega^2}{\omega_t^2}\right)^2 + \left(2\frac{c_t}{c_c} \frac{q\omega}{\omega_t}\right)^2}} \times \frac{1}{\pi q} \left\{ \sin\left(q\omega t_1 + 2\pi \frac{T - t_1}{T} q - \varphi_q\right) - \sin\left(2\pi \frac{T - t_1}{T} q - \varphi_q\right) - \sin(q\omega t_1 - \varphi_q) - \sin \varphi_q \right\}$$

式(7)、(8)から式(4)の未定係数 t_0, t_1 を求めるわけであるが、これらの式は非線形で、簡単には求められない。そこで、陰に含まれる変数 t_0, t_1 のうち t_1 を設定条件とし、本来は設定条件であり陽に現れている $f/(k_t A_{f_0})$ を変数とみなす。このように問題を定めることにより、 $\sin^2 \omega t_0 + \cos^2 \omega t_0 = 1$ の関係を用いて ωt_0 を消去し、 $f/(k_t A_{f_0})$ を2次方程式の正根として求めることができる。この結果、 $f/(k_t A_{f_0})$ は式(9)に示すものとなり、その正根を式(4)に代入することにより定常状態における工具振動変位の解析解が得られる。

$$\frac{f}{k_t A_{f_0}} = \frac{\beta \frac{V}{A_{f_0} \omega} \pm \sqrt{(\beta^2 - \alpha \gamma) \left(\frac{V}{A_{f_0} \omega} \right)^2 + \alpha \delta \left(\frac{F}{k_t A_{f_0}} \right)^2}}{\alpha} \quad (9)$$

$$\alpha = (B_2 C_{q1} - B_1 C_{q2})^2 + (A_1 C_{q2} - A_2 C_{q1})^2$$

$$\beta = (B_2 C_{q1} - B_1 C_{q2}) \left(B_2 - B_1 2\pi \frac{t_1}{T} \right)$$

図5 振幅減衰特性(解析解)

$$\begin{aligned}
 & + (A_1 C_{q2} - A_2 C_{q1}) \left(A_1 2\pi \frac{t_1}{T} - A_2 \right) \\
 \gamma = & \left(B_2 - B_1 2\pi \frac{t_1}{T} \right)^2 + \left(A_1 2\pi \frac{t_1}{T} - A_2 \right)^2 \\
 \delta = & (A_1 B_2 - B_1 A_2)^2
 \end{aligned}$$

2.3 解析結果

図5に振幅減衰特性を, 振幅比 A/A_f と切削抵抗比 $f/(k_t A_f)$ の無次元因子の関係で示す(無次元因子のうち $f/(k_t A_f)$ は, A_f が励振力に比例して増減するので, 物理的には加工力に対する励振力の比に関係する量である). 定速切削であることを考慮し切削速度比 $V/(A_f \omega_t)$ ごとに表示する. (a), (b), (c) はそれぞれ $V/(A_f \omega_t)$ が 0.04, 0.12, 0.20 の場合である. また, 一般に用いられる周波数自動追尾範囲を考慮し $0.9970 \leq \omega/\omega_t \leq 1.0030$ の範囲を取扱う. これらの計算で式(4)の級数項は3項まで取れば十分であることが判明したので $q=3$ とした.

図5(a), (b)を見ると, $V/(A_f \omega_t)$, ω/ω_t の値により, 同一の $f/(k_t A_f)$ に対し A/A_f が2~3点存在する領域がある. すなわちこの領域で跳躍現象を示し, 系は不安定となる. そこで $f/(k_t A_f)$ を三つの領域に分け, それぞれ, 不安定域までの安定減衰域, 不安定域, 不安定域

を過ぎた完全減衰域と呼ぶことにし, 各々の域について A/A_f の減衰特性を考える. 図5(c)では不安定域は存在しない.

安定減衰域

各図の包絡線(周波数自動追尾を行った時の振幅特性と考えられる⁵⁾)で示される A/A_f は, この域と不安定域との境界で $V/(A_f \omega_t) = 0.04$ のとき 13%, 0.12 では 44%, 不安定域の存在しない 0.20 の場合は収束値に達するまでに約 78% 減衰する. すなわち, A/A_f は $V/(A_f \omega_t)$ が小さいとき $f/(k_t A_f)$ の増加に対してゆるやかに減衰し, $V/(A_f \omega_t)$ が大きくなると急激に減衰する. また安定減衰域の範囲は $V/(A_f \omega_t)$ が小さいほど広い.

不安定域

図6に安定域と不安定域を示す. $V/(A_f \omega_t)$ 一定の2本の曲線で囲まれる部分が不安定域で, その左側の部分は安定減衰域, 右側は完全減衰域である. 同図から, $V/(A_f \omega_t)$ が小さくなると不安定域は広がるが, これは切削時間比が小さくなり, それだけ衝突現象が振動を支配し, 系の非線形性が增大するためである. しかし, 安定に加工できる $f/(k_t A_f)$ の領域は $V/(A_f \omega_t)$ が大きいものより大きくなる.

図6 安定域と不安定域

完全減衰域

この域では、 A/A_f は周波数比によらず $V/(A_f \omega_t)$ によって決まる一定値に収束減衰する。

以上の結果から、切削時の工具振動の特徴は、 $f/(k_t A_f)$ の増加に対し、 A/A_f の減少は必ずしも滑らかでなく、条件によっては不安定域が存在するために振幅跳躍減衰現象が生じることである。したがって、加工条件の設定、振動工具の設計にはこの現象を十分考慮する必要がある。

3. 切 削 実 験

前章の解析の妥当性を実際の切削中における振幅減衰の状況、不安定現象の存在の有無から検討するために切削実験を行った。

切削方式は2次元切削、工具形状は図1(a)に示すもので、その先端部はすくい角 20° 、逃げ角 8° の超硬チップ、被削材は厚さ1mm、長さ50mmの純アルミニウム圧延板である。実験装置を図7に示す。

1: 被削材, 2: 弾性リング, 3: 振動工具, 4: 加速度ピックアップ

図7 実験装置

(a) $V/(A_f \omega_t) = 0.04$, $f = 25.7 \text{ kg}$ (b) $V/(A_f \omega_t) = 0.20$, $f = 18.1 \text{ kg}$
 $k_t = 276.5 \text{ kg}/\mu\text{m}$, $c_t/c_0 = 0.0020$

図8 振幅減衰特性(実験値と解析値の比較)

$f/(k_t A_f)$ を変化させるためには f または A_f を変化させればよい。このうち f は切削条件によって変化するので(詳しくは後述する)、ここでは $A_f \leq 25 \mu\text{m}$ の範囲で A_f を変化させ、切込みを一定量 0.15 mm とした。 A_f および A は工具に貼りつけた加速度ピックアップの出力から*

リングに貼りつけた半導体ひずみゲージのひずみから測定した。工具の等価剛性 k_t は、その先端部を微小量 Δm 除去し、共振周波数変化 $\Delta \omega$ を測定し、次式から求めた⁵⁾。図1(a)の工具は $k_t = 276.5 \text{ kg}/\mu\text{m}$ である。

$$k_t = -\frac{1}{2} \omega_t^3 \left(\frac{\Delta \omega}{\Delta m} \right)^{-1}$$

図8(a), (b)に振幅減衰特性を実験結果と解析解の比較で示す。ここで、解析解における $\omega/\omega_t = 1.0000$ の実線および $\omega/\omega_t = 1.0025$ の破線の導出にあたっては f を慣用切削の値に等しい

* 加速度波形が極端に正弦波からずれない限り、これを正弦波とみなし、直ちに変位振幅を校正値によって求めることができる。

図9 主分力の測定例

とした。この場合、実験結果は解析から予想されたものと傾向においてほぼ一致したものが得られている。すなわち、 $V/(A_{f0}\omega_t)$ が小さい場合 ($=0.04$) には、跳躍減衰現象が生じる A_f 。以上では加工中の振幅の減少は少なく、一度跳躍現象が生じると振幅はほぼ完全に減衰する。この状態は安定減衰域と完全減衰域に近い不安定域での切削中の平均切削抵抗主分力測定例、図9によっても認められる。同図において、安定減衰域の主分力はほぼ一定であるが不安定域のそれはわずかな切削現象の変動により大きく変化し、値も大きくなっている。また一方、 $V/(A_{f0}\omega_t)$ が大きい場合 ($=0.20$) には跳躍現象が生じておらず、 A_{f0} の減少とともに切削中の振幅は漸次減少する。

しかし実際には、超音波振動切削を行うと切削現象 (せん断角、すくい面の摩擦その他) が変化するため f の値が変わる。このため実験結果には定量的には解析結果と若干の差が存在する。そこで、平均切削抵抗 f' の測定を行い、切削中に測定した振幅を用いて図2の切削時間比 $(T-t_1)/T$ を求め、力積の関係 $f'T = f(T-t_1)$ から瞬間切削抵抗 f を算出した。そしてこの f を解析解に適用し、切削中の振幅を導出した。図中の切削現象を考慮した解析値がこれに相当する。この修正値と実験値は $V/(A_{f0}\omega_t) = 0.20, \omega/\omega_t = 1.0025$ においてまだ若干の差があるもののほぼよい一致を示していると考えてよい。た

だ、安定な切削中の振幅を得る設定共振振幅の下限は、実験において安定減衰域との境界である不安定域の上限とならず、むしろ完全減衰域との境界である下限に近くなっていることに注目する必要がある。これは、本解析では考慮していない工具逃げ面などの摩擦等によって非切削時にも若干の定常的負荷が生じ、衝突現象をやわらげ不安定性を緩和するような現象が存在するためと考えられる。

以上、解析で考慮し得なかった因子もあるが、超音波振動工具の振動特性は先の解析によって十分に表現されると言えるであろう。

4. 結 言

- (1) 切削抵抗が作用する場合の工具振動特性は今回行った集中定数系モデルを用いた解析により十分記述できる。
- (2) 振幅の減少は負荷の増加に対し必ずしも滑らかでなく、振幅跳躍減衰現象の存在する切削条件がある。すなわち、切削速度比、周波数比の値いかんによっては振幅減衰の不安定域が存在する。
- (3) 実用上重要な安定減衰域での振動振幅は、切削速度比が小さいとき、切削抵抗比の増加に対してゆるやかに減衰するが、この抵抗比がある値以上になると跳躍減衰現象が生じる。一方、切削速度比が大きくなると振幅は急速に減衰するが、切削速度比がある値以上では跳躍減衰現象は生じない。

おわりに、本研究に御協力をいただきました大阪府立工業技術研究所谷先盛彦氏ならびに大阪府立大学工学部大学院生吉田清宏氏に厚くお礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 隈部淳一郎, 益子正巳: 超音波振動切削に関する研究(第1報), 日本機械学会論文集, **24**, 138 (1958) 109.
- 2) 例えば, 西村源六郎, 久岡基良: 超音波機械加工論, 精密機械, **35**, 10 (1969) 649.
- 3) Y. Tanaka, M. Ido & M. Moriguchi: Theoretical Analysis of Plastic Deformation on Metal Surface Induced by Ultrasonic Hammering, Bull. JSPE, **9**, 3, (1975) 67.
- 4) 隈部淳一郎, 安田和昭, 谷口 修: 振動切削の動的解析(第1報), 精密機械, **35**, 8 (1969) 528.
- 5) Y. Tanaka, M. Ido, Y. Umeki & S. Honda: Plastic Deformation on Metal Surface Induced by Ultrasonic Hammering, Bull. JSPE, **9**, 4, (1975) 99.