単純化モデルを用いた相対運動接合部の 等価ばね剛性と減衰係数の同定*

吉 村 允 孝** 近 藤 敏 郎*** 小 杉 健 一***

Identification of Equivalent Spring Stiffnesses
and Damping Coefficients in Sliding Joints
by Simplified Slide Models

Masataka YOSHIMURA, Toshiro KONDO
and Kenichi KOSUGI

A method has been developed for identifying the equivalent spring stiffnesses and damping coefficients between contact surfaces of sliding joints which could be generally applied for the analysis of static rigidity, vibrational characteristics and feed drive performance at the design stage of machine tools or general machines. The results obtained by the method are described. The method uses the impulse excitation on measurement models which are set-up so that the effects of uncertain factors such as clamping parts and driving units can be

excluded from the measured values, and the heretofore unattainable values of the joint interface itself can be extracted by the described computer simulation of measurement models. The equivalent spring stiffnesses and damping coefficients in both the shear and normal directions at the interface are identified for parameters of sliding velocity and mean contact pressure. The results obtained from the models having contact surfaces of turcite and steel clarify and determine the effects of the sliding velocity and magnitude of the mean contact pressure which are very different in the shear and normal directions of the interface respectively.

Key words: machine joint, joint dynamics, identification method, sliding velocity, spring stiffness, damping coefficient, mean contact pressure, impulse excitation, slide model, computer aided design.

1. 緒 論

工作機械や一般の機械構造の静剛性および振動特性または駆動系の動作特性を解析する場合、案内面やボルト結合部など部材と部材との接合部の特性を明らかにすることが、部材や要素の特性の解明とともに必要不可欠である。しかしながら、現在においても、それらの接合部の特性が不明であることが、電子計算機などを用いて設計段階で機械の特性を把握する上の最も大きな障害となっている。これは実際の現象と一致する接合部特性を純粋な理論解析のみから得ることが困難であることに起因していると考えられている。

そのため、これまでに測定に基づき接合部特性を解明すべく多くの研究¹⁾がなされてきており、しゅう動中の案内面の振動特性の研究²⁾³⁾も行われ、種々の解明がなされつつある。しかし、案内面の測定は、ほとんどの場合実際の案内面構造をとりだしたものをを用いており、駆動系や他の付属物をもつ実際構造の複雑さのために、得られた測定値から設計段階に適用しうる汎用性のある結

果を導きだすことが難しいのが現状であると思われる。

本論文は、前報⁴⁾を発展させ、相対しゅう動運動している接合部接触面間の等価ばね剛性と等価減衰係数を、案内面を極度に単純化した実験モデルを用いて同定する方法を提唱し、それより得られた結果について述べている。ここで得られた接合部特性値が一般の設計に適用⁵⁾しうするためには、まず測定結果に着目している接合部以外の影響ができるだけ入らないよう実験モデルを設定すること、次にその実験モデルだけにあてはまる特性値ではなく、汎用性のあるデータとして結果を求めることが重要である。そこで、この方法では、これを実現するために、実験モデルが空中に浮いている（境界条件が自由な）状態を作りだし、インパルス加振実験と実験モデルの計算機シミュレーションおよび直接探索法を用いて、接合面に垂直方向とせん断方向の等価ばね剛性と等価減衰係数を単位接触面積当たりの値として、相対しゅう動運動速度と平均接触面圧のパラメータのもとに同定している。

本論文で示す同定値は、力や加速度などの測定信号の処理から同定計算までのすべての流れを一貫してミニコンピュータ (OKITAC System 50/Model 40) を用いて求めたものであるが、以下に述べる同定方法は種々の手段を用いて実施できる。

* 原稿受付 昭和55年8月21日。昭和55年度精機学会関西地方定期学術講演会(昭和55年7月11日)にて発表。

** 正 会 員 京都大学工学部(京都市左京区吉田本町)

*** 京都大学工学部

図1 実験モデル

ブロック	H (mm)	面圧 (kg/cm ²)
A, A'	25.0	0.2
B	76.0	0.38
C	138.5	0.56

図2 ブロックの形状

2. 実験モデルと測定方法

2.1 実験モデル

図1は使用した実験モデルを示しており、ブロックをひもで引張りビーム上を滑らせ、ビームとブロック間に相対しゅう動運動を発生させている。そしてこのモデルの各固有モードにおけるモード形のノード点（その固有モード形において常に振動振幅が0となる位置）でワイヤロープを用いて空中に実験モデルを吊し、境界条件が自由な振動系を実現している。実験モデルの長手方向の揺動運動防止用および駆動用のひもはモデル系の剛性（接合部の剛性も含む）に比して十分に無視しうるものを使用している。

ブロックは図2に示すようにマスタブロックとサブブロックから成り、サブブロックを取り換えることでマスタブロックとビームとの接触面での平均接触面圧を0.2

kg/cm², 0.38 kg/cm², 0.56 kg/cm²と3種類実現できるようにしている。ビームとブロックの材質は共にS55Cで、ビームには熱処理を施してある。そして、ブロックの接触面に厚さ1 mmのターカイトB (W. S. Shanban社製) が貼ってあるもの（以後、図2中の表に示すように面圧の大ききの順にA, B, Cと呼ぶ）と、比較のために、平均接触面圧が0.2 kg/cm²の場合について、接触面材質がS55Cのままのもの（A'と呼ぶ）とを用意した。ビーム、ブロック共に接触面は研削仕上げされており、表面粗さは $R_{\max} \leq 1.5 \mu\text{m}$ である。また、4節で示す結果はすべて接触面に潤滑剤としてバクトラ No. 2（モービル石油製、粘度は40°Cで68 cSt）を塗って行ったものである。

この実験モデルの長手軸方向にビームとブロック間の相対しゅう動運動を発生させるために、各ブロックの重心位置にひもをかけ、回転数を一定にするための制御回路をもつ小型モータによりそのひもを巻き取ってブロックをしゅう動面と平行に引張った。このひもの剛性はモデル系の剛性に比してはるかに小さいことより、駆動系の剛性やモータの強制振動など、駆動部がモデル系の振動特性に及ぼす影響を無視しうる。

2.2 測定方法

本実験では、ビームとブロック間の相対しゅう動運動時のある瞬間における振動特性を測定しなければならない。そのための測定法として、ブロックがビーム上の定位置を通過する瞬時にインパルス力をハンマによって加えるインパルス加振法を用いた。図1に示すようにビームの下面にロードセルを固定し、上面のブロックのしゅう動運動の妨げにならない適当な位置に加速度ピックアップを置き、そしてブロックがしゅう動運動をしてビームの中央を通過するとき、ハンマによりロードセルに加えられたインパルス力と加速度ピックアップで検出される加速度信号を測定する。この力と加速度のそれぞれの信号はA-Dコンバータを通してミニコンピュータに送られ、高速フーリエ変換 (FFT) が行われ、そして加速度を変位に変換して、変位/力のリセプタンス周波数応答が得られる。また、測定の補助としてフーリエ解析器を並用し一定の大きさのインパルス加振力と加振力の周波数成分の監視を行っている。

図3の実線は1次モード（1次の固有振動数は110 Hz付近）のモード形のノード点で実験モデルを吊した場合のリセプタンス周波数応答の測定例で、1次の固有モードの特性に対する実験モデルの支持部（この場合、ワイ

図3 1次と2次モードのノード点で吊した場合の
リセプタンス周波数応答の測定例

ヤロップ等)の影響がほとんどなく、1次モードに対する減衰が小さいために1次の固有振動数付近のリセプタンス応答のピークが鋭く上がっている。点線は2次モード(2次の固有振動数は310 Hz付近)のモード形のノード点で実験モデルを吊した場合の測定例で、1次モードのリセプタンス周波数応答と比べて2次モードのリセプタンス応答のピークが鋭くなり、1次モードのピークは少しゆるやかになっている。

このように実験モデルを吊す位置は測定結果に大きな影響をもっており、固有振動数や減衰比など各固有モード次数の特性値を求めるときは、その固有モードのモード形のノード点に実験セドルを吊しかえて測定を行った。

図4はこうして得られた各固有モード付近のリセプタンス周波数応答を複素平面上にベクトル軌跡としてプロットしたものであり、プロット点の一つの円上になっているかどうかは測定値の信頼性を判断する上での一つの尺度となる。以下のすべての固有振動数と減衰比の測定値は、まずこのベクトル軌跡をミニコンピュータの計算の流れ上で描いて求めており、等価減衰比はバンド幅法によって計算される。

3. 等価ばね剛性および等価減衰係数の同定法

実験モデル系全体の振動特性の測定値から着目する接合部等価ばね剛性 k と等価減衰係数 c を抽出するために、実験モデルの計算機シミュレーションを測定と併用する。

3.1 実験モデルの計算機シミュレーション

図5が実験モデルの計算機シミュレーション

(a) 1次モード

(b) 2次モード

図4 リセプタンス周波数応答のベクトル軌跡測定例

ジョンのための数学モデルを示している。ビームは多数のはり要素で、ブロックは剛体要素でモデル化されており、●と○は数学モデル上の節点、そのうち○は加振点および接触面での節点を表している。接触結合部は1方向(接触面のせん断方向)と2方向(接触面に垂直方向)のそれぞれにばねとダンパの並列要素でモデル化し、図に描かれているように5組の接触面節点間に分布させた。

ビームだけの数学モデルの計算機シミュレーションより得られた固有振動数は、ビームだけをワイヤロップに吊して行った測定より得られた固有振動数と、800 Hz程

図5 計算機シミュレーションのための数学モデル

度までの着目する振動数範囲において, 十分に一致しており, ビームの数学モデルへの置き換えは妥当であり, またブロックの1次の固有振動数は数千から数万 Hz であり, 着目する振動数がそれよりはるかに低いことより剛体要素としてのモデル化で十分である. したがって図5の数学モデルのうちビームとブロックは既知の値でモデル化されており, 接触結合部のばね要素および粘性ダンパ要素の値のみが未知であるとして行うことができる.

接触結合部要素の値を探索するための繰返し計算において, ビームとブロックは探索過程で同一であるゆえ, 計算時間と計算の記憶容量の短縮のために前もってビームとブロックそれぞれ単体の振動特性を計算しておき, 図5中の○で示した節点間に関する伝達関数のみを用いて接触結合部要素と合成し, 実験モデル系全体のリセパタンス周波数応答の計算を行っている.

3.2 同定法

ある実験条件のもとで各固有モードの固有振動数と等価減衰比の測定値が得られた後, それらの値に数学モデルの計算機シミュレーションより得られた各値が一致するように, 接触結合部の未知の特性値である等価ばね剛性と等価粘性減衰係数の値を探索する.

特性値の探索には, 多変数決定のための直接探索法の一つであり Nelder と Mead が開発したシンプレックス法⁶⁾を用いた. ここで, 求めたい特性値はせん断方向および垂直方向の等価ばね剛性および等価粘性減衰係数の4つであり, これらを変数として $x_i, i=1\sim 4$ と置く. この変数の1組の値を4次元空間における1点の座標であると見なしベクトル $\mathbf{x}$ で表す. この1組の初期変数値と各変数の変化率 $\alpha_i, i=1\sim 4$ から5つの座標点を得られ, シンプレックスと呼ばれる幾何学的な図形を形成する.

いま同定すべき未知変数の数は4つであるから, 評価するのに必要な測定値は4つである. すなわち, 二つの固有モードにおける固有振動数と等価減衰比の測定値とそれぞれのシミュレーション値との一致の評価により, 未知変数を求め得る. そこで, 二つの固有モードとして1次モードと2次モードを選び, 次に示す評価関数値 $f(\mathbf{x})$ を与え, この値が最小となるように変数 $\mathbf{x}$ を探索する.

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^2 \left(1 - \frac{\omega_i'}{\omega_i}\right)^2 + \frac{1}{10} \sum_{i=1}^2 \left(1 - \frac{\zeta_i'}{\zeta_i}\right)^2 \quad (1)$$

ここに ω_i, ω_i' は i 次固有モードの固有振動数の測定値およびシミュレーション値, ζ_i, ζ_i' は i 次固有モードの等価減衰比の測定値およびシミュレーション値である. 式(1)の右辺の二つの項のうち固有振動数の方に重みをつけているのは, 固有振動数は等価減衰比に比べてより重要な特性であり, また未知変数の変化に対する変動が等価減

衰より小さいためである.

探索過程では, シンプレックスを形成する5つの点のそれぞれにおいて式(1)の評価関数値を計算し, その値が最も大きい点 $\mathbf{x}_h$ を選び, 残りの点で張られる超平面に関する鏡像点 $\mathbf{x}_r$ を得る. $\mathbf{x}_r$ 点での評価値によっては $\mathbf{x}_h$ と $\mathbf{x}_r$ を通る直線上で $\mathbf{x}_r$ の方向に拡張したり, $\mathbf{x}_h$ と $\mathbf{x}_r$ の中点と $\mathbf{x}_h$ の間の点に収縮したりして新たな点を得ることもある. こうして得られた点を $\mathbf{x}_h$ と置き換えて新たなシンプレックスが作られ, 同様の手順を繰り返すことによってシンプレックスが最小点へ向かって移動していき収束する.

同定値探索計算の収束条件として, ここでは次式を用いた.

$$\left\{ \sum_{i=1}^5 \left(f(\mathbf{x}_i) - \frac{1}{5} \sum_{j=1}^5 f(\mathbf{x}_j) \right)^2 \right\}^{1/2} \leq \varepsilon \quad (2)$$

ここに ε はあらかじめ決めた小さな数で $\varepsilon=10^{-5}$ とし, 式(2)を満たした時点で探索が完了したとみなす.

4. 結 果

4.1 測定結果

インパルス加振実験により得られた実験モデル系の1次, 2次, 3次の固有振動数および等価減衰比を, ビームとブロック間の相対しゅう動運動速度をパラメータとして, 各固有モードごとに図6, 図7, 図8に示す. ここでブロック A' (ブロックの接触面が S55C のまま) については, 静止時と 1500 mm/min 以上の比較的速い速度における値のみプロットしているが, これは遅い速度ではビームとブロックの接触面間に発生するスティックスリップのために一定速度の相対しゅう動運動が得られなかったためである. なお, プロットした値はすべて3回の測定値の平均であり, 3回の測定値間のばらつきは固有振動数で 0.1% 以内, 等価減衰比で 5% 以内であった.

固有振動数および等価減衰比の測定値は実験モデル系全体の見かけの値であるから, 異なったブロック A, B, C を用いた場合のそれらの値を比較しても無意味である⁴⁾. しかし, それぞれのブロックについて別個に相対しゅう動運動速度に対する測定値の変化の挙動を考察することができる. これより, 各固有モード, 各ブロックとも相対しゅう動運動速度に対する固有振動数の変化は小さく, これに対して等価減衰比は固有モード次数の違いによって大きく異なった挙動を示し, 2次モードで相対しゅう動運動速度に対する変化が大きいことがわかる. なお, ビームのみの一体物の等価減衰比の測定値は 0.0004 であり, 図6, 図7, 図8に示す等価減衰比はそれよりもずっと大きい値である.

図 6 1 次モードの固有振動数と等価減衰比の測定値

図 8 3 次モードの固有振動数と等価減衰比の測定値

図 7 2 次モードの固有振動数と等価減衰比の測定値

図 9 各固有モードにおけるモード形の計算値

図 9 は各固有モードの振動モード形の計算値を示しており、ビームおよびブロックの中心軸の振動変位姿態を描いている。これより、1 次モードおよび 3 次モードではブロックとビーム間の主たる相対振動方向は接触面に垂直方向（2 方向）であるのに対し、2 次モードでは 2 方向より接触面のせん断方向（1 方向）の相対振動成分が大きいことがわかる。この違いによって、2 次モードの測定値の相対しゅう動運動速度に対する挙動が、他の固有モードと異なったものになっていると考えられる。

4.2 同定結果

以上のようにして得られた固有振動数と等価減衰比の

測定値から, 3 節で述べた同定法により, 接触面間の等価ばね剛性と等価粘性減衰係数を同定する.

接触部にターカイトを貼っているブロックでは, 接触結合部垂直方向のばね剛性と減衰係数にターカイト材料層の影響が入っていると考えられ, 汎用性のある接触結合部特性値を同定するにはターカイト層のばね剛性と減衰係数を除いてやる必要がある. 3 節の方法で得られた接触結合部垂直方向のばね剛性は, ターカイト層のばねと接触面間自身のばねが直列につながれ合成された値として得られていると見なせる. これを K として, 接触面間の等価ばね剛性を K_a , ターカイト層のばね剛性を K_b とすると, これらの間には次の式 (3) の簡単な関係が成り立つ.

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_a} + \frac{1}{K_b} \quad (3)$$

ここで行った実験における接触面圧程度においてターカイト層の剛性 K_b は面圧の大きさに対し一定であるとしてよいから, この K_b と 3 節の方法により得られた K の値より着目する接触面間の同定値 K_a を求めることができる.

ターカイト層のばね剛性 K_b を求めるために, 平均接触面圧が 0.2 kg/cm^2 であるブロック A と A' の実験モデルから得られた結果を利用する. 相対しゅう動運動速度が 3000 mm/min と高速の場合には接触面間は流体潤滑の状態に近くなり, 接触表面の相違による接触面間の剛性値の差が小さくなると考えられる. よってブロック A' (ブロックの接触面は S55C のままのもの) を用いた実験モデルから得られた垂直方向のばね剛性は式 (3) の K_a に相当し, ブロック A (ブロックの接触面にターカイトを貼っているもの) から得られた垂直方向のばね剛性は K に相当するとみなせる. これより式 (3) を用いて K_b を求めると 1 cm^2 当たり 12825 kg/mm となる. これはターカイトの物性値として示されている変形率を, 本実験モデルのターカイト層の厚さに換算して得られるばね剛性値 12727 kg/mm とよく一致しており, この K_b の値をターカイト層のばね剛性とする. 垂直方向の減衰値についても同様のことが成り立ち, 測定より得られた 1 cm^2 当たりの粘性減衰係数値 $5.823 \text{ kg}\cdot\text{s/mm}$ をターカイト層の値とする.

3 節の方法で得られた同定値のうち垂直方向の値は式 (3) を用いて換算した後, 単位接触面積当たりの等価ばね剛性と等価粘性減衰係数を相対しゅう動運動速度に対してプロットしたのが図 10 および図 11 である.

これより, 接触面に垂直方向の等価ばね剛性と等価粘性減衰係数の値は静止時 ($V=0$ の時) としゅう動運動時における差が小さく, 相対しゅう動運動速度および平均

図 10 単位接触面積当たりの等価ばね剛性の同定値

図 11 単位接触面積当たりの等価粘性減衰係数の同定値

接触面圧の変化に対する変動も小さいことがわかる.

一方, 接触面のせん断方向の値は静止時としゅう動運

動時で大きく異なる。平均接触面圧が 0.2 kg/cm^2 と小さい場合、等価ばね剛性および等価粘性減衰係数は相対しゅう動運動速度とともにしだいに大きくなるが、平均接触面圧が $0.38, 0.56 \text{ kg/cm}^2$ と少し大きい場合、静止時からしゅう動運動時に移ると急激に減少し、相対しゅう動運動速度に対しては一定もしくは漸増するのがみられる。また、平均接触面圧が $0.2, 0.38, 0.56 \text{ kg/cm}^2$ と大きくなるにつれて、しゅう動時の等価ばね剛性および等価粘性減衰係数が小さくなるのがわかる。

なお、図1においてブロックを引張るのに用いたひものばね剛性は最大 0.003 kg/mm 程度であるが、同定された接触結合部せん断方向の 1 cm^2 当たりの等価ばね剛性は最小でも 0.22 kg/mm で、接触面全体としては 7.48 kg/mm となり、駆動用ひもの同定値に対する影響は無視しうると判断できる。

5. 結 論

本研究により次のことが得られた。

- (1) 案内面を単純化した実験モデルにおけるインパルス加振実験と実験モデルの計算機シミュレーションを用いた本論文で提唱する方法により、しゅう動運動をしている接合部接触面間の等価ばね剛性と等価減衰係数を同定できる。
- (2) この同定法により、接触結合面に垂直方向とせん断方向の特性値を分離して同時に求められ、相対しゅう動運動速度や平均接触面圧に対する影響を評価できる。
- (3) 接合部特性値の正確な同定には、実験モデルの支

持方法、モデルの単純化が重要な要因である。

- (4) 鋼鉄などの金属材料とターカイトなどの高分子材料を貼った接触面間の等価ばね剛性および等価減衰係数を、高分子材料層のばね剛性と減衰係数を除いて求めることができる。
- (5) ターカイト-鋼鉄との接触面間の等価ばね剛性および等価粘性減衰係数のうち、接触面に垂直方向の値は静止時としゅう動運動時における差異が小さく、相対しゅう動運動速度および平均接触面圧に対する変動も少ない。一方、接触面のせん断方向の等価ばね剛性と等価粘性減衰係数は静止時としゅう動運動時において大きく変化し、平均接触面圧に対する影響も大きい。

文 献

- 1) 例えば、堤 正臣、伊東 諒、益子正巳：工作機械のボルト結合部の動的挙動、精密機械、**43**, 5 (1977) 567.
- 2) R. Bell & M. Burdekin: The Influence of Slideway Materials and Lubricants on the Dynamic Characteristics of Plain Slideways, IME, C 79/71.
- 3) 東本曉美ほか：工作機械テーブル案内面の減衰能の測定方法、精密機械、**41**, 12 (1975) 1134.
- 4) 吉村允孝、深野 明：工作機械結合部のばね剛性と減衰係数の同定——単純化モデルにおける測定と計算機シミュレーションによる一手法、精密機械、**45**, 12 (1979) 1418.
- 5) M. Yoshimura: Computer-aided Design Improvement of Machine Tool Structure Incorporating Joint Dynamics Data, Ann. CIRP, **28**, 1, (1979) 241.
- 6) J. A. Nelder & R. Mead: A Simplex Method for Function Minimization, Computer J., **7**, (1965) 308.

精密工学系大学院(含学部)の研究テーマの調査結果

頭書の D は博士課程を、M は修士課程を、B は学士課程を、テーマのあとの括弧中の人名は指導教官名を示す。

中央大学

- M 双曲型直交異方性有孔板の応力集中に関する研究
 B 弾性床土上の積層はりの圧縮座屈に関する研究
 B 積層はりの曲げ剛性に関する研究
 B 溝付きゴム板の圧縮剛性に関する研究
 B タイヤの回転剛性に関する研究
 B バイアス二層積層 FRP 有孔板の応力集中に関する研究 (赤坂 隆)
- M レーザによる金属表面処理に関する研究
 B レーザによる金属表面焼入れに関する研究
 B レーザによる木質材料の切断に関する研究
 B レーザによる複合材料の加工
 B レーザ応用技術に関する文献調査 (川澄博通)
 M 時計用ステップモータの研究 (小滝富雄)

- M 公害振動の研究
 M 防振機構に関する研究 (小林直大)
 B 工作機械の振動・騒音
 B 機械の固体摩擦減衰
 B 硬さの電気的計測
 B 油圧機器の振動・騒音 (高橋浩一)
 B 精密移動台
 B ねじり地動計
 B ねじり振動発生機
 B 低周波振動機械加工
 M 可変空隙型変換器の直線性の改善 (古川英一)
 D 鋼球の転動による波状板の成形
 M 金属波状板の精密加工
 M 鋼球の転動による薄板とのトライボロジー
 M 精密爆発成形に関する研究
 M ステンレスパイプの精密曲げ加工
 M 衝撃負荷の材料に及ぼす特性
 M スパイラル型ブルドン管の特性
 B 精密引抜きに関する研究 (古川 浩)
 D 歯車の回転振動についての計算機シミュレーション
 M ステップモータの連続回転における乱調解析 (武藤英一)