びびり安定限界の時系列予測法 (第2報)*

—適用限界について—

三好 由記博** 中 沢 弘**

Time Series Forecasts of Chatter Stability
Limits (2nd Report)
—On the Applicability—

Yukihiro MIYOSHI and Hiromu NAKAZAWA

This paper deals with applicabilities and some problems of a foundational chatter forecasting method by which an onset of chatter is predicted when a forecasted future acceleration variance series reaches a predefined level and an improved forecasting method is reported. It is revealed theoretically that indications of chatter are interpreted as changes of frequency components and then are grasped more reasonably by the mean square frequency and experimentally that the indications always appear in sound signals but not always in acceleration signals and a realistic onset of chatter can be defined as the point that the sound mean

square frequency decreases to 0.83 of its maximum. It becomes clear both experimentally and theoretically that the levels of the mean square frequencies and variances at the realistic onset of chatter change along specific curves corresponding to cutting conditions and consequently applications of the foundational method are confined to a narrow range of cutting conditions. A new forecasting method widely applicable can be made by using the ratios of changes of the mean square frequencies and a permissible length of the lead time for exact forecasting is almost the same as that of chatter indication which is 0.22-1.15 s experimentally.

Key words: applicability, chatter forecasting, acceleration variance, chatter indication, sound signal, realistic chatter, forecasting method widely applicable.

1. 緒 言

工作機械のびびり振動の発生点は名目上の同一加工条件においても正確な再現性が期待できず、また加工条件の組合せはほぼ無限に存在するため、あらかじめ正確にびびり振動の発生点を求めておくことは難しい。NC工作機械等においてびびり振動を発生させることなく加工能率を向上させるためには、その時点の加工状態を反映している個々の加工中の信号からびびり振動の発生を逐次予測していくことが理想的である。

本研究は旋盤を例にとり、旋削中に検出した信号を時系列解析することによりびびり振動の発生をびびり振動が発生する前にインプロセスで予測する手法を開発しようとするものであり、前報¹⁾においては、旋削中の加速度信号の分散を時系列解析することによりびびり振動の発生をある程度まで予測できることを報告した。

本報においては、種々の加工条件での旋削中の信号を理論的、実験的に調べ、前報の基本的手法の適用限界と、より適用性の高い手法とを検討する。

2. 基本的手法と適用限界および問題点

びびり振動の発生をインプロセスで予測するために前報で提案した基本的手法は図1に示すものである。(1)前処理：生の加速度信号 $\ddot{y}_t$ を分散時系列 v_t に変換してびびり振動発生の特徴候（以下、特徴候と呼ぶ）を明確に示す時系列を構成する。

$$v_t = \frac{1}{D} \int_{t-D}^t \ddot{y}_t^2 dt \quad (1)$$

Fig.1 Foundational forecasting procedure

* 原稿受付 昭和56年1月21日。昭和53年度精機学会春季大会学術講演会(昭和53年4月1日)にて発表。

** 正会員 早稲田大学理工学部(東京都新宿区大久保3-4-1)

(2) 時系列解析および予測; Durbin の式²⁾, 赤池の FPE 法³⁾等を使用し, 分散時系列 v_i に自己回帰次数 p , 差分次数 d の自己回帰モデル $AR(p, d)$ をあてはめ, 将来の値 $\hat{v}_i(j)$ を予測する. (3) びりり振動発生点の予測; あらかじめ予備実験で設定したびりり振動発生点での分散時系列のレベル (以下, 設定レベルと呼ぶ) に予測値 $\hat{v}_i(j)$ が達すればその時点をびりり振動発生点と予測する.

本報においては, 図1の手法に対する以下の各適用限界あるいは問題点を理論的, 実験的に検討するとともに手法の改良を図る. すなわち (1) のステージにおいて, 種々の切削条件でびりり振動発生の特徴が現れるか, その特徴は再生型びりり振動の特徴として妥当なものであるか, その特徴はびりり振動発生よりどの程度早く現れるか, (3) のステージにおいて, びりり振動の発生を予測判断するにあたり, 基準となる真のびりり開始点はどのように定義すればよいか, 設定レベルがどの程度広い加工条件に対して一定のまま使用できるか, である.

3. 理論的検討

3.1 特徴の理論的検討

びりり振動発生の特徴を周波数領域において理論的に検討して特徴の内容を明らかにするとともに, 適用限界および問題点の幾つかについて検討を加える.

本研究で扱う信号は切削中の加速度と騒音であるが, 騒音信号と切削中の振動速度, 加速度との関係が明確でないため, 以下の解析では基本的手法に対応して加速度信号を取り上げる.

振動系を背分力方向に被削材が振動する1自由度線形振動系と仮定して再生びりりを考える. 被削材の背分力方向の振動変位, 等価質量, 減衰係数, ばね定数, 回転速度, 回転周期をそれぞれ y, m, c, k, Ω, T とし, ペネトレーション係数を K , カッティングスティフネスを k_c , 重なり係数を μ , 被削材材質や硬さの不均一性などに起因する力の変動を $k_c z_i$ とすると, 系の運動方程式は式(2)のように表すことができる⁴⁾⁵⁾.

$$m\ddot{y}_i + c\dot{y}_i + ky_i = -k_c(y_i - \mu y_{i-T}) - \frac{K}{\Omega}\dot{y}_i + k_c z_i \quad (2)$$

式(2)の振動系の安定限界は超越方程式

$$D(s) = ms^2 + cs + k + k_c(1 - \mu e^{-Ts}) + \frac{K}{\Omega}s \quad (3)$$

において $D(j\omega) = 0$ を満足する条件として与えられ, また系の加速度の伝達関数 $G(s)$ は次のように与えられる.

$$G(s) = \frac{s^2 y_s}{z_s} = \frac{s^2 k_c}{D(s)} \quad (4)$$

Fig.2 Gains and phases of acceleration responses

式(4)の $G(s)$ のゲインと位相を幾つかの k_c について計算すると図2のようになる. 式(2)の各定数を図2に示すものと仮定し, $D(j\omega) = 0$ を Newton-Raphson 法により数値解析すると安定限界は $k_c = 0.84$ MN/m $\{0.856 \times 10^5 \text{ kgf/m}\}$, びりり振動数は 324 Hz となる. 一方, 周波数伝達関数 $G(f)$ を有する系の加速度応答 $\ddot{y}_i$ のパワースペクトル $P_o(f)$ は入力 z_i のパワースペクトル $P_i(f)$ を使って $P_o(f) = |G(f)|^2 \cdot P_i(f)$ と表され⁶⁾, 以下で z_i を $P_i(f) = A$ (一定) となるホワイトノイズと仮定すれば, $P_o(f)$ は

$$P_o(f) = A \cdot |G(f)|^2 \quad (5)$$

となる. 図2は切削幅が段階的に増加した場合の加速度の伝達関数の理論値であり, 安定の度合いが強い領域から系が安定限界に近づくにつれてびりり振動数付近のゲインすなわちそれに対応したパワースペクトルの増加がそれ以外の振動数の領域に比べて大きくなり, これがびりり振動発生の特徴となる. このような刻々の周波数成分の変化を時間軸で表現するには2乗平均振動数 $f_m^2(t)$

$$f_m^2(t) = \frac{\int f^2 P_o(f) df}{\int P_o(f) df} = \frac{E\left[\left(\frac{d}{dt} \ddot{y}_i\right)^2\right]}{E[\ddot{y}_i^2]} \quad (6)$$

が便利であり, 式(5)を代入して加速度応答の分散 v_i と2乗平均振動数 $f_m^2(t)$ の理論値が次のように求まる.

$$v_i = A \int |G(f)|^2 df \quad (7)$$

Fig. 3 Theoretical acceleration variances and mean square frequencies

$$f_m^2(t) = \frac{\int f^2 |G(f)|^2 df}{\int |G(f)|^2 df} \quad (8)$$

図2と同じ条件で $D(j\omega)=0$ を Newton-Raphson 法により数値計算すると再生びり振動の安定限界線図が図3(a)のように求まり, 安定限界線図上のいくつかの回転数について, $A=1 \text{ m}^2/\text{s}$ とし, 周波数帯域を $0 \leq f \leq 5000 \text{ Hz}$ として, 更に安定限界でのカッティングスティフネス k_m あるいはばね定数 k_c に対する比を横軸にとって, 理論的な分散時系列と2乗平均振動数を式(7), (8)より計算すると図3(b), (c)になる. 図3(b)は k_c すなわち切削幅 w が段階的に増加した場合に, 図3(c)は k が

段階的に減少した場合にそれぞれ対応しており, カッティングスティフネスが増加していく場合, ばね定数が減少する場合のいずれの場合も, 系が安定限界に達する前に分散時系列の増加および2乗平均振動数の減少という形でびり振動発生の徴候が現れ, 分散時系列, 2乗平均振動数のいずれを前処理として用いてもびり振動の発生を予測できることがわかる. なお図2での考察より明らかなように, 周波数成分が変化していくという再生型びり振動の徴候を表現するには2乗平均振動数の方が妥当である.

図3(c)で現れる波打ちは後の実際の演算では式(6)の期待値 $E[\ ]$ を時間平均で求めるため現れない.

3.2 信号のレベルの理論的検討

カッティングスティフネス k_c が増加していく場合を例にとり, 加速度信号の分散時系列と2乗平均振動数の回転数に対するレベルの変化の傾向を理論的に検討する. 実際の加工において被削材から判定するびり振動の発生点は経験的に安定限界に達していない点であると考えられ, 具体的には実験で調べるほかない. ここでは k_c が仮に $k_c=0.8k_m$ になった時点の k_c と分散時系列と2乗平均振動数のレベルを図3(a)の安定限界線図に対応して計算すると図4になる. 図4より各ローブ上での回転数の増加に対して分散時系列は増加し2乗平均振動数は減少する傾向にあるが, この傾向はローブの次数が異なれば別々の曲線上に現れ, ローブの幅が高々 $10 \sim 30 \text{ rpm}$ であ

るため, 実際の加工においては分散時系列, 2乗平均振動数ともに回転数の変化に対して複雑に変化するものと考えられる. よって理論的には図1の基本的手法は前処理を2乗平均振動数に置き換えた場合も含めてあまり広い加工条件では使用できないことがわかる.

なお速度応答 α に関する理論的検討も図3, 図4と同様な傾向を示した.

4. 実験方法

図5の実験装置により旋削実験を行い, 理論的に検討した事項の確認と理論では評価できなかった要因の検討を行う. 切削中の信号は, バイト下部先端の圧電型加速度ピックアップにより加速度を, 切削点上方 300 mm の

Fig. 4 Relations between the theoretical variables

マイクロフォンにより騒音をそれぞれ検出する。

実験条件を表1に示す。被削材は (a) S45C でテーパ (9/50) 付き円板, (b) S45C でテーパなしの円板, (c) FC20 でテーパ付き円板, (d) FC20 でテーパなしの円板, (e) S45C で丸棒の5種類を用い, (a), (c) ではテーパ部分を外周切削し, (b), (d) ではバイト切れ刃の中央部で円板の角を切削してそれぞれ切削幅すなわちカッティングスティフネスが増加する場合を実現し, (e) では逆引き切削を行ってばね定数が減少していく場合を実現した。なお各前処理における演算の積分時間はすべて

Fig. 5 Experimental setup

Table 1 Experimental conditions

Item	Experimental condition		
	Workpiece	FC20 Discoid	S45C Round bar
Workpiece	S45C Discoid	FC20 Discoid	S45C Round bar
	Tapered	Tapered	Constant
Cutting speed v	80 - 200 m/min		
Feed f	0.05 - 0.3 mm/rev		
Overhang L	70 - 150 mm		Constant
Tool	Right-cut type, side-cutting-edge angle 45° , Rake angle 0°		Left-cut type
Tip	P10(JIS), Nose radius 0.4 mm		

0.5 s とする。

5. 実験結果

5.1 微候の確認

びり振動発生の際候を実験的に確認する。図6は、S45C材、FC20材で切削幅が徐々に増加する場合、S45C材でばね定数が徐々に減少する場合について、騒音、加速度の分散時系列、2乗平均振動数を、被削材より判定したびり開始点付近について計算したものである。3章の理論的検討より、いずれの場合も微候が見れるはずであるが、本実験では主とし

Fig. 6 Examples of mean square frequencies and variance time series

Fig. 7 Definition of realistic onset of chatter by using the mean square frequencies

Fig. 8 Relation between the variables at the realistic onsets of chatter

て被削材がびびるのに対して加速度はバイトの影響をより強く受けるためその2乗平均振動数には徴候が現れない。また同じ理由で図6(c)にみるように加速度の分散も自励振動特有の発散的な増加を示さず、丸棒の場合には増加傾向さえ示さない。それに対して騒音信号の場

合には被削材の種類にかかわらず、分散時系列、2乗平均振動数ともに理論で検討したのと同様な徴候が現れており、その他のすべての実験についても同様であるため、騒音を用いればびびり振動発生点の徴候の有無に関して適用限界はないと考えられる。したがって本システムでは信号として騒音を用いるべきであると結論される。

5.2 びびり振動発生点の現実的定義

びびり振動の発生点を予測する手法を検討するためにはその発生点を客観的に定義しておく必要があるが、理論的な安定限界を実際に信号上で確認することは困難である。一方、前節までの検討より2乗平均振動数は振動系がどの程度安定限界に接近したかを示す有効な尺度である。そこで本研究では騒音の2乗平均振動数を用いてびびり振動発生点の現実的な定義を行う。騒音の2乗平均振動数の最大値あるいは定常値を mf_m^2 、被削材のびびりマークより判定したびびり開始点における値を cf_m^2 として、その比 cf_m^2/mf_m^2 をテーパ付き円板および丸棒の場合について調べると図7(b)のようにいずれの場合も0.8程度の値となり、全データの平均は $cf_m^2/mf_m^2=0.83$ となった。またその場合のびびり開始点の表面粗さは図7(a)より $7\mu\text{m}$ 程度である。本研究では以下 $cf_m^2/mf_m^2=0.83$ となる点を現実的なびびり振動発生点として用いる。

5.3 びびり振動発生点での各変数の値

$cf_m^2/mf_m^2=0.83$ となる現実的なびびり振動発生点での切削幅 $w_{\min}$ 、騒音の分散時系列、騒音の2乗平均振動数 cf_m^2 、加速度の分散時系列の各レベルをまとめると図8になる。騒音の分散時系列と $w_{\min}$ 、 cf_m^2 の関係は、びびり振動発生点の定義が多少異なるものの、図4で理論的に検討したものとほぼ同様な傾向を示している。ただし騒音の分散時系列と $w_{\min}$ の関係では、テーパがある場合とない場合、すなわち切れ刃のノーズ部分の切削への関与の有無により別々な傾向曲線となり、同一切削幅に対してはテーパ付きの方が騒音のレベルが高い。また騒音の分散時系列と cf_m^2 の関係においては被削材材種の違いにより信号の周波数成分が異なるために傾向曲線も別々なものとなり、S45Cに比べてFC20の方が騒音の分散時系列、2乗平均振動数ともにレベルが高い。いずれにしろ、切削条件の違いにより騒音の分散時系列、2乗平均振動数ともにレベルが大きく変化して、図1の基本的手法は前処理を2乗平均振動数に変えた場合も含めて広範な切削条件には適用できないことが実験的にも確認される。

加速度と騒音の分散時系列のレベルは、S45C材の円板ではほぼ比例する傾向にあるが、FC20ではかなり変

Fig. 9 Lengths of indications of the chatter vibrations
動がある. S45C 材の丸棒では, 5.1 節と同じ理由により騒音の分散時系列の増加に対して加速度が変化せず, 本システムに加速度信号を利用するとびびり振動を検出できない事例があることが確認される.

5.4 びびり振動発生点の微候の長さ

現実的なびびり振動発生限界の定義にならって, 騒音の 2 乗平均振動数 f_m^2 がその最大値または定常値 $m f_m^2$ をとる時点から, 現実的なびびり振動発生点 $f_m^2 = 0.83 m f_m^2$ までの時間をびびり振動発生点の微候の長さとして定義すると, その値は各実験条件に対して図 9 のようになる. 図 9 より微候の長さの切削条件に対する変化には特別な傾向はなく最小 0.22 s から最大 1.15 s の間であることがわかる. これにより最終的なインプロセスシステムでは, 演算速度の目標を 0.1 s 程度にすべきであることがわかる.

なお図 3 の理論的な 2 乗平均振動数で最大値とか定常値が現れなかったのは, 入力信号 z_i のパワースペクトルを周波数, 時間に対して一定の値であると仮定したこ

Fig. 10 Improved forecasting procedure

とによるものと考えられる.

6. 手法の改良

分散時系列とか 2 乗平均振動数のレベルの変化に影響を受けない予測手法を 5.2 節の現実的なびびり振動発生点の定義にならって作成する. すなわち, 騒音の 2 乗平均振動数に現れる微候から将来の値を予測して, 予測した 2 乗平均振動数が $0.83 m f_m^2$ になる点をびびり開始点とする考え方であるが, 後に述べる理由により下降する予測値を意味ありとする時系列予測手法は誤動作の可能性が大きいため, ここでは更に 2 乗平均振動数 $f_m^2(t)$ の逆数 $G_m^2(t) = 1/f_m^2(t)$ を前処理として用いる方法も検討して, 以下では $G_m^2(t)$ の場合で手法を説明する. 改良された予測手法は図 10 に示すものであり, (1) のステージでは生の騒音信号を 2 乗平均振動数の逆数 $G_m^2(t)$ に変換するとともに, $G_m^2(t)$ の最小値 $m G_m^2$ を, 図 9 を参考に現時点より過去 1 s 間で捜して, 常に更新していく. (3) のステージでは将来の値 $G_m^2(t+j)$ の予測値 $\hat{G}_{m,t}^2(j)$ が $m G_m^2 / 0.83$ に達した時点とびびり振動発生点と予測判断する. 図 10 の手法は, 2 乗平均振動数の逆数 $G_m^2(t)$ の値そのものではなく変化の大きさを使って予測を行うため, 設定レベルのための予備実験が不要であり, レベル変化の影響を受けることなく広範な切削条件に対して適用しうるものである. $f_m^2(t)$ を使った予測手法は, 図 10 において $G_m^2(t)$ を $f_m^2(t)$ に, 最小値 $m G_m^2$ を最大値 $m f_m^2$ に, 予測値 $\hat{G}_{m,t}^2(j)$ を $\hat{f}_{m,t}^2(j)$ に, $m G_m^2 / 0.83$ を $0.83 m f_m^2$ にそれぞれ置き換え, 不等号を逆にすることにより得られる.

Fig. 11 Examples of forecastings

図 10 の改良された予測手法を使った予測の例を図 11 に示す。図 11 は騒音の分散時系列と真の現実的なびり振動発生点でのレベルを使って図 1 の基本的手法により予測を行った場合と、 $f_m^2(t)$ を使って予測を行った場合と、図 10 の手法で予測を行った場合である。このシミュレーションに使用した実験での徴候の長さは図 9 より 0.3 s であり、図 11 より明らかなように現実的なびり開始点の 0.3 s ぐらい前からびり振動の発生がほぼ正確に予測されている。したがって予測のリードタイムが徴候の長さよりやや短いぐらいまでなら十分な予測精度を期待できることがわかる。また同じく図 11 より明らかなように、 $f_m^2(t)$ を使った場合には、 $f_m^2(t)$ が定常自己回帰過程で差分次数=0 と推定されると、びり振動発生点の徴候がなくてもその予測値が 0 に収束するためびり振動の発生を判断してしまう。このような誤動作は図 10 のように逆数 $G_m^2(t)$ を用いるか、あるいは強制的に差分次数=0 の場合を無視するかにより回避される。

7. 結 論

加速度信号の分散のレベルを使ってびり振動の発生を予測するという基本的手法の適用限界、問題点を理論的、あるいは旋盤を用いて実験的に調べて、更に新しい改良手法を検討した結果以下の結論が得られた。

- (1) びり振動発生点の徴候は旋削中の騒音には常に現れるが、加速度信号では現れない場合もある。
- (2) びり振動発生点の徴候を把握するための信号の前処理としては 2 乗平均振動数が妥当である。
- (3) 現実的なびり振動発生点は $7 \mu\text{m}$ 程度の表面粗さに対応して、騒音の 2 乗平均振動数がその最大値の 83% まで減少した点として定義される。
- (4) 現実的なびり振動発生点における分散時系列、2 乗平均振動数とともに切削条件の変化により複雑に変化して、分散時系列、2 乗平均振動数のレベルをそのまま使用する予測手法はあまり広い切削条件には適用できない。
- (5) 2 乗平均振動数あるいはその逆数の変化の大きさを使った予測手法により、レベルの変化の影響を受けず適用範囲の広い手法が可能である。
- (6) びり振動発生点の徴候の長さは今回の実験では、0.22~1.15 s であり、予測のリードタイムを徴候の長さよりやや短い程度にすれば十分な予測が行える。

参 考 文 献

- 1) 三好由記博, 中沢 弘: びり安定限界の時系列予測法 (第 1 報), 精密機械, **44**, 9 (1978) 1071.
- 2) G. E. P. Box & G. M. Jenkins: Time Series Analysis, Forecasting and Control, Holden Day, San Francisco, (1970).
- 3) H. Akaike: Fitting Autoregressive Models for Prediction, Ann. Inst. Stats. Math., **21**, (1969) 243.
- 4) S. A. Tobias: Schwingungen an Werkzeugmaschinen, Carl Hanser Verlag, München, (1961).
- 5) H. E. Merritt: Theory of Self-excited Machine-tool Chatter, Contribution to Machine-tool Chatter, Research - 1, Trans. ASME, J. Engg. Ind., **87**, 4, (1965) 447.
- 6) J. S. Bendat & A. G. Piersol: Random Data, Analysis and Measurement Procedures, Wiley-Interscience, New York, N. Y., (1971).
- 7) 三好由記博: 2 乗平均振動数の計算とその応用, 精密機械, **45**, 11 (1979) 1321.