研究

直動玉軸受の寿命に関する研究 (第2報)*

—基本動定格荷重—

清水 茂夫** 井 沢 実**

Study on the Fatigue Life of Linear Motion
Ball Bearing (2nd Report)
—On Basic Dynamic Load Rating—

Shigeo SHIMIZU and Minoru IZAWA

In this paper, we present a general view on the basic dynamic load rating of a linear motion ball bearing, considering both the fluctuation of load distribution in the bearing during the time of the shaft movement and various positions of eccentric radial load. As an example, we offer calculations, under various working conditions, of the basic dynamic load rating of the bearing of six ball rows and examine the results. The followings are the summary of the results: (1) When the load is applied counter gravitationwise on the outer sleeve of the bearing, the ratios of the basic dynamic

load rating of two cases—one is the case when the load is positioned on the mid-line of two ball rows and the other is the case of the load positioned on one ball row—are 1.1 when the eccentricity factor of working load is zero, and 1.16 when it is 1.5. And, the differences affect obviously the traveling life of bearing. However, when the applied loads work gravitationwise, the difference is negligible. (2) It can be said that the basic dynamic load rating decreases remarkably in accordance with the increase of load eccentricity factor, and that it tends to increase in accordance with the increase of shaft stroke.

Key words: fatigue life, linear motion ball bearing, basic dynamic load rating, load distribution fluctuation, shaft movement, eccentric radial load, working condition, shaft stroke.

1. ま え が き

直動玉軸受を使用する場合、その寿命計算上必要とされる基本動定格荷重の算出根拠は、現在まだ十分に明確な状態にされていない。筆者らは、前報¹⁾で転動体荷重値を求めるための基礎式を明らかにしたが、さらにこれを軸受内負荷分布式と関連させて基本動定格荷重式を求めなければならない。一般に、直動玉軸受内の各玉列中の玉は軸受運転中に複雑な挙動²⁾³⁾を示す。したがって、軸受内負荷分布は荷重偏心率がゼロであっても玉通過に起因するかなりの変動を生じ、

ある程度の片当たり様相を呈する。そのうえ、同一荷重偏心率状態であっても、外荷重の作用方向や玉列配置状態によって影響を受ける。

本報では、このような複雑な直動玉軸受内負荷分布の変動状態を考慮して荷重偏心率を包含

した基本動定格荷重算出の一般式をたて、種々の軸受使用条件下における基本動定格荷重値を計算し、検討を加えた結果について述べる。

2. 基本動定格荷重の一般式

2.1 軸受内負荷分布の導入

図1に示すように外荷重 F は軸受外筒上中心より L_x の位置において玉列1とのなす角 γ_0 で作用するとし、軸受内における軸部分の変形は無視できるものとする。各玉列の玉並び状態³⁾は、玉列1, 2, 3では玉組込み時の

() 内数字は呼び径 30 mm の直動玉軸受諸元を示す

図1 軸受内部構造と各玉列の玉並び状態ならびに負荷分布状態

* 原稿受付 昭和54年11月30日。昭和52年度精機学会秋季大会学術講演会(昭和52年11月15日)にて発表。

** 正会員 明治大学工学部 (川崎市多摩区生田 5158)

図2 外筒と軸中心点の相互接近量

球間すきまに相当する比較的大きな球間ピッチ $\kappa'D_a$ (D_a : 球径) が軸上の1か所に必ず現れ, 玉列4, 5, 6には現れない. このような場合における軸受外筒の中心点座標 O_0 は次式で表すことができる.

$$\left. \begin{aligned} y &= \theta_z x + \delta_y \\ z &= \theta_y x + \delta_z \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで, $\theta_z, \delta_y: \theta_y, \delta_z$ はそれぞれ x - y 面; x - z 面内における軸受中央中心点 O' の回転移動量 (モーメントと同一方向を正にとる) と直線移動量を表す.

上式は任意の x 座標に対し, 図2のように表すことができる. これより, 玉列 j の玉に分布する負荷 P_{xj} は次のように求めることができる.

$$\left. \begin{aligned} P_{xj} &= C_b \delta_\phi \cos\{\gamma_0 + (j-1)r - \phi\} - \lambda^{3/2} \\ \delta_\phi &= \sqrt{y^2 + z^2} = \sqrt{(\theta_z x + \delta_y)^2 + (\theta_y x + \delta_z)^2} \\ \phi &= \tan^{-1} \frac{\theta_y x + \delta_z}{\theta_z x + \delta_y} \quad \left(y > 0: -\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2} \right) \\ \phi &= \tan^{-1} \frac{\theta_y x + \delta_z}{\theta_z x + \delta_y} + \pi \quad \left(y < 0: \frac{\pi}{2} < \phi < \frac{3\pi}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで, C_b : Hertz 定数 (外筒と玉, 玉と軸の形状, 材質から定まる定数), λ : 軸受半径すきま (予圧状態の場合は負値をとる).

次に, 座標原点 O における力とモーメントのつりあい条件式より次式が得られる.

$$F_y = Z_{jk} P_{\max k} [J_y]_k = F \quad (3)$$

$$M_z = Z_{jk} P_{\max k} \frac{l'}{2} [J_{mz}]_k = FL_x \quad (4)$$

$$F_z = Z_{jk} P_{\max k} [J_z]_k = 0 \quad (5)$$

$$M_y = Z_{jk} P_{\max k} \frac{l'}{2} [J_{my}]_k = 0 \quad (6)$$

$$[J_y]_k = \sum_{j=1}^{N_r} \sum_{x=-l/2}^{l/2} \frac{P_{xjk}}{Z_{jk} P_{\max k}} \cos\{\gamma_0 + (j-1)r\} \quad (7)$$

$$[J_{mz}]_k = \sum_{j=1}^{N_r} \sum_{x=-l/2}^{l/2} \frac{P_{xjk}}{Z_{jk} P_{\max k}} \cos\{\gamma_0 + (j-1)r\} \frac{2x}{l'} \quad (8)$$

$$[J_z]_k = \sum_{j=1}^{N_r} \sum_{x=-l/2}^{l/2} \frac{P_{xjk}}{Z_{jk} P_{\max k}} \sin\{\gamma_0 + (j-1)r\} \quad (9)$$

$$[J_{my}]_k = \sum_{j=1}^{N_r} \sum_{x=-l/2}^{l/2} \frac{P_{xjk}}{Z_{jk} P_{\max k}} \sin\{\gamma_0 + (j-1)r\} \frac{2x}{l'} \quad (10)$$

ここで, k : 負荷分布状態 (I) あるいは (II) を表す記号 (図3参照), Z_{jk} : 負荷分布状態 k に対する玉列 j 中の有効玉数, $P_{\max k}$: 負荷分布状態 k に対する軸受内最大分布負荷, l' : 玉が外筒軌道面上にすぎまなく, しかも最も多く並んだ状態の玉数 Z に対応する長さ. これは $(Z-1)D_a$ に等しい, N_r : 玉列数.

以上の式 (3)~(10) に式 (2) を代入し, 未知数 $\theta_z, \delta_y; \theta_y, \delta_z$ について解くと軸受内各玉列のそれぞれの玉に分布する負荷が求められる.

また, 図1に示したように外荷重 F は軸受中心より L_x の距離に作用しているから, L_x と $l'/2$ の比をとって e とし, 荷重偏心率と呼ぶ. すなわち, e に対して次式が成立する.

$$e = \frac{2L_x}{l'} = \frac{2L_x}{(Z-1)D_a} = \frac{[J_{mz}]_k}{[J_y]_k} \quad (11)$$

このような e は, 例えば図1中に示した軸受諸元数値の場合で $L_x = 4D_a$ の場合には, $Z = 9$ であるから $l' = 8D_a$ $\therefore e = 1$ となる.

次に, 式 (3), (7) において各玉列のラジアル荷重方向分力すなわち外荷重方向分力を書くと次のようになる.

$$F_j = Z_{jk} P_{\max k} [J_{yj}]_k \quad (12)$$

$$[J_{yj}]_k = \sum_{x=-l/2}^{l/2} \frac{P_{xjk}}{Z_{jk} P_{\max k}} \cos\{\gamma_0 + (j-1)r\} \quad (13)$$

2.2 各玉列における等価荷重と平均転動体荷重

直動玉軸受が往復直線運動を行う軸の案内用に使われる場合, 外筒軌道面ならびに軸上のある点は軸受内の負荷分布変動に伴って周期的に変動する圧縮力を受ける. したがって, 直動玉軸受の寿命式をたてるうえから, その等価荷重を求める必要を生じる.

いま, 各玉列における等価荷重を F_{ej} とおくと, 転がり軸受で使用されている変動荷重に対する等価荷重式⁴⁾から

$$F_{ej} = Z_{j1} P_{\max 1} [J_j] \quad (14)$$

ここで,

$$[J_j] = \frac{1}{3} \left\{ \left[\frac{1}{Z_{j1}} \sum_{x=-l/2}^{l/2} \left(\frac{P_{xj1}}{P_{\max 1}} \right)^3 \right]^{1/3} + 2 \frac{P_{\max 11}}{P_{\max 1}} \frac{Z_{j11}}{Z_{j1}} \left[\frac{1}{Z_{j11}} \sum_{x=-l/2}^{l/2} \left(\frac{P_{xj11}}{P_{\max 11}} \right)^3 \right]^{1/3} \right\}$$

が求められる. また, 各玉列の平均転動体荷重は式 (14) を Z_{j1} で除して求められる. これは, 前報の式 (27)~(29) で示した外筒と軸に対する転動体荷重 Q_{eo} ならびに Q_{es} に等

置ることができるから、玉列 j における転動体荷重式として次の関係式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} Q_{coj} &= \left\{ \sum_{u_o=\min}^{\max} Q_{co}^{-w}(u_o) \right\}_i^{-\frac{1}{w}} = P_{\max I}[J_j] \\ Q_{csj} &= \left\{ \sum_{u_s=\min}^{\max} Q_{cs}^{-w}(u_s) \right\}_j^{-\frac{1}{w}} = P_{\max I}[J_j] \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ここで、 $w: p=3, e=10/9$ より、 $w=pe=10/3, u_o, u_s$: それぞれ外筒ならびに軸軌道面が受ける応力繰返し数。

2.3 各玉列の基本動定格荷重と軸受全体としての基本動定格荷重

直動玉軸受の各玉列における転動疲れ破損はそれぞれが独立事象と考えられる。したがって、一つの軸受中に配置された各玉列はそれぞれが独立して機能し、それらが総合されて1個の軸受を構成するものと考え得る。それゆえ、式(12)のラジアル荷重方向分力は $k=1$ の状態を基準にとって外筒ならびに軸に対する基本動定格荷重 C_{oj} と C_{sj} に等置することができる。この場合、 $P_{\max I}$ は式(15)より

$$\left. \begin{aligned} \text{外筒側: } P_{\max I} &= \frac{Q_{coj}}{[J_j]} \\ \text{軸側: } P_{\max I} &= \frac{Q_{csj}}{[J_j]} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

であるから、

$$\begin{aligned} C &= \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{x=-l/2}^{l/2} \frac{P_{xfI}}{Z_{jI} P_{\max I}} \cos\{\gamma_0 + (j-1)\gamma\} \\ &\times \left\{ \frac{1}{3} \left[\frac{1}{Z_{jI}} \sum_{x=-l/2}^{l/2} \left(\frac{P_{xfI}}{P_{\max I}} \right)^3 \right]^{1/3} + 2 \frac{P_{\max II}}{P_{\max I}} \frac{Z_{jII}}{Z_{jI}} \left\{ \frac{1}{Z_{jI}} \sum_{x=-l/2}^{l/2} \left(\frac{P_{xfII}}{P_{\max II}} \right)^3 \right\}^{1/3} \right\}^w \left\{ \frac{1}{Z_{jI} (Q_{coj}^{-w} + Q_{csj}^{-w})} - \frac{1}{w} \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

が求められる。ただし、転動体荷重 Q_{coj} と Q_{csj} には前報の式(28)あるいは(29)が用いられる。

3. 計算結果と考察

以下の計算は呼び径 30 mm、玉列数 6 の直動玉軸受について、図1中に示した軸受諸元数値を用い、軸受すきま λ がゼロの場合に対して行った。

3.1 軸受内負荷分布と任意の玉列 j における基本動定格荷重の関係

まず、式(2)~(6)を用い、荷重偏心率 $e=1$ 、軸ストローク $l_s=73.7$ mm の場合について、負荷分布の変動状態を求めた結果の一例は図3に示す。この場合、ラジアル荷重 F は玉列3の真下から $\gamma_0=60^\circ$ すなわち6列玉中心荷重状態で、 $L_s=4D_a$ の位置において反重力方向、すなわち上方に向かって作用しているから、(図4(a)参照)、

$$\left. \begin{aligned} C_{oj} &= Z_{jI} Q_{coj} \frac{[J_{yjI}]^1}{[J_j]} \\ C_{sj} &= Z_{jI} Q_{csj} \frac{[J_{yjI}]^1}{[J_j]} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

となる。

以上より、任意の玉列 j に対する基本動定格荷重 C_j は確率の乗積計算に従って

$$C_j = [C_{oj}^{-w} + C_{sj}^{-w}]^{-\frac{1}{w}} \quad (18)$$

となる。

次に、直動玉軸受全体としての基本動定格荷重 C を導く。まず、各玉列の寿命 L_j と軸受全体としての寿命 L との間には

$$\left(\frac{1}{L} \right)^e = \sum_{j=1}^{N_f} \left(\frac{1}{L_j} \right)^e \quad (19)$$

の関係⁵⁾ が成り立つから、寿命式 $L=(C/F)^p$ と $L_j=(C_j/F_j)^p$ の関係を代入して整理すると次式が得られる。

$$C = F \left\{ \sum_{j=1}^{N_f} \left(\frac{F_j}{C_j} \right)^w \right\}^{-\frac{1}{w}} \quad (20)$$

上式へ式(3)、(12)の関係を代入すると、軸受全体としての基本動定格荷重 C は

$$C = [J_y]_I \left\{ \sum_{j=1}^{N_f} \left(\frac{[J_{yjI}]^1}{C_j} \right)^w \right\}^{-\frac{1}{w}} \quad (21)$$

のように求められる。さらに、上式へ式(7)、(13)、(18)の関係をを用いると

負荷分布状態 (I) の場合においてさえも各玉に働く負荷は片当たり様相を呈している。そして、軸が左方へ移動し玉が公転していった、 $\kappa'D_a$ の球間ピッチが右端部に現れた場合、すなわち負荷分布状態が (II) へと移行していった場合には、片当たり様相はさらに顕著なものとなる。ことがわかる。

このような、荷重偏心率の大きい条件下において、軸受内の玉列配置状態および荷重作用方向を変化して、式(18)より任意玉列 j における基本動定格荷重 C_j の相対関係を求めると、図4が得られる。ここで、玉列 j の外筒ならびに軸に関する転動体荷重値には、表1に示すような前報の図9で求めた結果を使用した。また、図中破線は外荷重 F に対向する側の玉列における C_j の関係を示している。これより、荷重 F の作用点直下に配置された玉列で球間ピッチ $\kappa'D_a$ が現れない玉列ほど C_j は大

図 3 軸受内負荷分布の変動状態 (6 列玉中心荷重状態で $e=1$ の場合) 円上の数字は C_j/C_0 , C_j/C_0 を表す図 4 外荷重作用方向と玉列 j における基本動定格荷重 C_j の相対関係 ($e=1$, $l_s=73.7\text{ mm}$ の場合)表 1 Q_{oof} , Q_{osf} の値 (kgf)

玉列 j	外筒側: Q_{oof}	軸側: Q_{osf}
1, 2, 3	32.71	26.79
4, 5, 6	31.95	26.13

 $l_s=73.7\text{ mm}$ の場合

きくなり, 一方転動体荷重の小さい玉列で, しかも玉に分布する負荷が小さいうに不均一な玉列ほど C_j は小さくなるのがわかる。また, このような荷重偏心率の大きい条件下では, 外筒中心線を境にした上下の各玉列における C_j は, 軸受内負荷分布状態に対応してそれぞれ正負の符号をもつようになることはもちろんである。

図5 負荷領域にある玉列数が2と3の場合における支持角と基本動定格荷重比の関係

表2 6列以外の直動玉軸受の C/C_1

荷重状態	玉列数	φ (度)	C/C_1
(A) 玉中心荷重	5	72	1.086
	4	90	1
	3	120	1
(B) 玉振分け荷重	5	36	1.314
	4	45	1.149
	3	60	0.812

3.2 荷重偏心率と基本動定格荷重の関係

直動玉軸受にラジアル荷重が作用した場合であって各玉列中の各玉の分布荷重が均一であり、しかも各玉列における応力繰返し数がそれぞれ等しい場合について式(2)から計算した軸受全体の基本動定格荷重 C と1玉列の基本動定格荷重 C_1 との比に対する玉列数ならびに支持角 φ の関係は図5に示す。これより玉列数が6の場合であって、玉中心荷重状態 ($\varphi = \gamma = 60^\circ$) の場合と玉振分け荷重状態 ($\varphi = \gamma/2 = 30^\circ$) の場合における動定格荷重比は $(1.41 - 1.33)/1.41 = 0.057$ で約6%程度の差異のあることがわかる。この6%の差異は寿命計算式 $L = (C/F)^3$ の関係から、軸受寿命に換算すると19%の差異になってくる。

また、同図で φ を変化して玉列数が6以外の直動玉軸受の場合における C/C_1 を求めると、表2の結果が得られる。これより、玉列数が3の直動玉軸受だけは、玉振分け荷重状態よりも玉中心荷重状態で使用した方が寿命の増大上有利であることがわかる。

次に、前項で述べたような一般的な玉並び状態を示す実際の直動玉軸受について、式(11)、(23)を用いその基本動

図6 荷重偏心率と基本動定格荷重の関係

図7 軸ストロークと基本動定格荷重の関係

定格荷重 C を荷重偏心率 e 、玉列配置状態ならびに荷重作用方向の関係で調べてみる。

まず、図6は軸ストローク $l_s = 73.7$ mm の場合における e と C の関係を求めた結果を示す。これより、 e が増大すれば C は急激に減少するが、これは e の大きい条件下では図3に示すように軸受内の各玉列における負荷分布状態が著しい片当たり状態となるためである。また、玉列配置状態と荷重作用方向との関係では、破線で示した玉振分け荷重状態 ($\gamma = 30^\circ$) の場合と実線で示した玉中心荷重状態 ($\gamma = 60^\circ$, $F < 0$) の場合の基本動定格荷重 C の比は、 $e = 0$ と $e = 1.5$ においてそれぞれ1.1および1.16となり、軸受に荷重偏心率 $e = 0$ の状態でラジアル荷重が作用し、しかも軸受内各玉列の玉並び状態がすべて均一と考えた図5の場合に比べると、計算される寿命値にはかなり大きな差異を生じることがわかる。他方、玉中心荷重状態においても一点鎖線で示した $F > 0$ の場合の C は、玉振分け荷重状態の場合とほぼ等しい値となることもわかる。

また、軸ストロークと外筒軌道面長さの比 l_s/l に対す

る基本動定格荷重 C の関係を、荷重偏心率 e をパラメータにして求めた結果は図 7 に示す。図 7 中には、荷重作用方向に対する玉列配置状態や荷重作用方向の関係もそれぞれ実線、破線、一点鎖線で示している。これより l_e/l が 1 以上になると、 C の増加率は軸転動体荷重 Q_{es} の増大に伴う影響を受けてやや増大する。したがって、同一軸受が同じ荷重条件で使用される場合であっても、軸ストロークが長ければ長いほどその走行寿命距離は伸長することとなるのである。また、荷重に対する軸受の取付法としては、その他の使用条件が同一ならば玉振分け荷重状態となるよう取付けて使用するのが寿命増大上最も有利であることもわかる。

4. む す び

直動玉軸受内における負荷分布の変動状態を考慮しながら任意の玉列に関する基本動定格荷重式を導き、軸受全体としての基本動定格荷重を求める一般式をたて、一例として玉列数 6 の直動玉軸受について荷重偏心率や軸ストロークが定格荷重にどの程度影響するか検討を加えた。結果を要約すると次の通りである。

- (1) 各玉列の基本動定格荷重は荷重作用点直下に配置された玉列で玉並び状態の均一な玉列ほど大きくなり、転動体荷重値が小さく、しかも玉に分布する負

荷の小さい玉列ほど小さくなる。

- (2) 玉振分け荷重状態と玉中心荷重状態の両配置状態における基本動定格荷重比は、荷重偏心率がゼロの場合であって各玉列の軸方向負荷分布が均一な理想的状態においては 1.06 であるが、実際の軸受ではこの値はさらに増大する。その結果、軸受寿命に換算すると実際の軸受では両配置状態で 30~56% もの差異を生じる。しかし、実際の軸受に働く荷重の作用方向が重力の作用方向の場合には、両配置状態における寿命値の差異は 8% 以下とかなり小さい。
- (3) 基本動定格荷重 C は、荷重偏心率が増大すれば極端に減少する。また、軸ストロークが増大するに従って C は徐々に増大する傾向を示す。

参 考 文 献

- 1) 清水茂夫, 井沢 実: 直動玉軸受の寿命に関する研究(第 1 報), 精密機械, 45, 8 (1979) 981.
- 2) 井沢 実, 佐々木邦政: 直動玉軸受の玉の挙動に関する研究, 精密機械, 41, 7 (1975) 731.
- 3) 井沢 実, 清水茂夫: 直動球軸受の負荷分布に関する研究, 昭和 53 年度精機学会春季大会学術講演会前刷 (1978) 113.
- 4) 曾田範宗: 軸受, 岩波全書 (1968) 142.
- 5) G. Lundberg & A. Palmgren: Dynamic Capacity of Rolling Bearings, IVA Handlinger, 196, (1947) 46.

情 報

(p. 276 より続く)

開発課題を 1990 年までに達成するためには、セラミックを利用することが省エネルギー、省資源技術開発の重要な前提条件であることを認識した具体的な開発テーマの設定が必要である。セラミックヒートエンジンの開発、セラミック治工具、これを利用した機械・装置の開発など多くのテーマが考えられるが、実施に当たっては、学際的、技術的な研究者を動員した国家プロジェクトとして、重要テーマに絞って重点的に行うことが必要である。そして、これらの成果が積極的に実用部品として利用されるようなデモンストレーション効果の期待できるテーマを選定するよう心掛けねばならないとしている。

技術開発体制とその運用については、例えば、ファインセラミックを材料としたヒートエンジンを開発する場合、ファインセラミックの材質的な各種の問題を解決しながら、その特性を生かしたヒートエンジンを開発することが本来の目的ではあるが、材質の改善がネックに乗り上げた場合、えてして他の代替材料を使ってエンジンの完成を目指しがちである。エンジン自体の開発が目的であった場合にはこの考え方は正しいが、セラミック材料を使用したヒートエンジンの開発が目的であるな

らば、あくまでセラミック材料の改善に努力を注ぐべきで、これをなし遂げることによって初めて多くの他の機械装置への波及効果が期待されるのであると警告している。

同協会ではファインセラミックは将来、工業としてわが国産業構造においてキー的役割を果たしつつ重要な位置づけを占めると考えられるとし、そのためには、① 国公立試験研究機関におけるファインセラミックに関する試験、研究開発の拡充、強化、② ファインセラミックに関するナショナルプロジェクトなどの検討、調査を実施するため、産、官、学からなる総合委員会の設置、③ ファインセラミックの技術情報の拡大を図るため国立試験所へのデータバンクの設置などによる関連分野への情報の提供、交流の促進などに、特に力を入れる必要があるとしている。

なお、この提言は同協会のファインセラミックテクノロジーアセスメント委員会(委員長・東京工業大学学長、斉藤進六氏)においてまとめられたものである。

(服部 敏夫)