回転-往復動型のすり合わせラッピング における非放物面形状の変化過程*

田 中 国 弘** 田 中 芳 雄*** 井 戸 守***

Surface Generation Process in the Rotation/
Reciprocation Lapping

Kunihiro TANAKA, Yoshio TANAKA
and Mamoru IDO

The surface generation process is investigated in the rotation/reciprocation lapping by treating surfaces of upper and lower workpieces as those of the fourth order of revolution. The treatment is shown to be valid to express some surface undulations which are inherently caused in the process. Simulated and experimental results indicate that the changes in surface shapes of upper and lower work-

pieces, expressed by trajectories in a four dimensional space, are constructed by combined flows determined by two different vector fields which are assigned to each of their territories. Further, fundamental properties found in treating surfaces as those of second order of revolution are revealed not to be disturbed by an introduction of the fourth order components into the initial surfaces.

Key words: lapping characteristics, lapping process simulation, surface generation process, rotation/reciprocation lapping, undulate surface, linear vector field.

1. 緒 言

前報¹⁾においては、レンズ加工等に使用されている回転運動に往復運動を組合わせた回転-往復動型のすり合わせラッピングで生成される上、下試料の表面形状を回転放物面で近似し、すり合わせ過程における形状変化を追究した。しかしながら、ラッピング中に試料表面形状はいわゆる中だるみ外だれを示すものも現れ、これらを含めて形状変化過程を追究するためには少なくともより高次項の形状成分を導入する必要がある。

そこで本報では、まず4次項を導入して考えることにし、表面形状を回転4次曲面で近似してその形状生成過程を追究した。ラッピング方式は前報と同様回転-往復動型で、上試料が強制駆動によって回転(強制回転)する場合と下試料から受ける摩擦によって回転(自由回転)する場合をシミュレーションにより、後者の場合を実験により調べた。これらのラッピング方式における非放物面形状の変化過程を、往復動型のすり合わせラッピングの場合に行った非放物面形状の変化過程の解析²⁾を参考にしながら考察した。

2. シミュレーションの概要

回転-往復動型のラッピングにおける形状生成過程の

シミュレーションでは、強制回転、自由回転の場合に共通してまず次の仮定を設けた。

- (1) 上、下試料の初期の表面形状は基本形状として回転4次曲面を想定し、それに正規乱数を加えたものを与える。
- (2) 砥粒位置および砥粒径はそれぞれ一様乱数および正規乱数で与える。また各砥粒の負担荷重は各々の砥粒のくい込み量に比例する。さらに砥粒は剛体とし、破碎かつ摩耗はしない。
- (3) 各砥粒の切削量は、上試料の中心に加える集中荷重に対して力学的平衡が成立するときの砥粒のくい込み量と、それぞれの作用砥粒位置におけるラッピング速度の大きさとの積に比例する。

次に上試料が自由回転する場合、以下の仮定を設けた。

- (4) ある時刻から次の時刻に至るまでの上試料の回転角速度の増分は、その時刻において下試料から受ける摩擦力による回転モーメントに比例する。ここ到下試料から受ける摩擦力は各砥粒のくい込み量に比例した大きさであり、それらの作用砥粒位置でのラッピング速度の方向に作用する。

以上のシミュレーション仮定を基にして、前報¹⁾と同じく力学的平衡条件を満足する作用砥粒群およびそれらのくい込み量を繰返し計算により決定し、作用砥粒位置におけるラッピング速度を幾何学的な関係式を用いて求め仮定(3)を用いて表面の除去を行った。

一方、表面形状は一定ラップ時間ごとに回転4次曲面 $z = 4ar^4 + 2ar^2 + c$ (r : ラップ面を極座標表示したとき

* 原稿受付 昭和55年3月15日。昭和54年度精機学会秋季大会学術講演会(昭和54年10月11日)にて発表。

** 学生会員 大阪府立大学大学院(堺市百舌鳥梅町4丁804)

*** 正 会 員 大阪府立大学工学部

の動径, z : 形状高さ) で近似すると同時に回転放物面 $z = ar^2 + c'$ でも近似した。そして前者に対しては2次と4次項の係数 ${}^2a, {}^4a$ を、後者に対しては2次項の係数 a を形状の代表値とした。従来と同じく一定ラップ時間ごとに算出した係数からその変化過程を追跡した。ただしシミュレーションにおいては、計算時間および容量の制約より生じる形状の近似誤差の拡大を防ぐために、表面形状を回転4次曲面で近似した直後算出した係数 ${}^2a, {}^4a$ および定数項 c を用いて新たに表面形状を回転4次曲面に改定し、次のラッピングのための初期形状とした。

3. 実験方法

実験は、前報¹⁾と同じく、上試料が下試料から受ける摩擦により自由に回転する構造の回転-往復動型の装置を用いて行い、かつ同じすり合わせ条件を採用した。ただし上試料保持具を持ち上げ上、下試料間に新しいラップ液を入れる一定ラップ時間間隔を5 min にした。一方、表面形状は一定ラップ時間ごとに小坂式 SE-3 型万能形状測定機で測定し、シミュレーションの場合と同じく回転4次曲面および回転放物面で近似して2次と4次項の係数および2次項の係数を求めた。

4. 結果および考察

上、下試料の表面形状を回転4次曲面および回転放物面で近似した際、下試料に対して添字 '1' を、上試料に対して添字 '2' を付けて2面の形状高さ $Z = (z_1, z_2)^T$ (肩の T は転置を意味し、以下でも同じ記号を用いて示す) を表すと、各近似曲面に対して次のように書くことができる。

(i) 回転4次曲面近似の場合

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^4a_1 \\ {}^4a_2 \end{pmatrix} r^4 + \begin{pmatrix} {}^2a_1 \\ {}^2a_2 \end{pmatrix} r^2 + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

(ii) 回転放物面近似の場合

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} r^2 + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

前報¹⁾では、式(2)の形状高さ Z と2次項の係数の関係よりベクトル $a = (a_1, a_2)^T$ を定め、上、下試料の表面形状の代表値とした。また a は2次元線形空間の点、つまり (a_1, a_2) 面上の点として表すことができ、その変化を追跡することにより表面形状の変化過程を追究した。そこで回転4次曲面近似の場合には式(1)の関係から、 Z を規定する2次および4次項の係数列を各成分とするベクトルをそれぞれ ${}^2a = ({}^2a_1, {}^2a_2)^T$ および ${}^4a = ({}^4a_1, {}^4a_2)^T$ と定める。ここに 2a と 4a は物理的な意味から独立なベクトルとして扱える。これらのベクトルによって Z の変化は $({}^2a_1, {}^2a_2)$ 面および $({}^4a_1, {}^4a_2)$ 面上のそれ

ぞれの点として表される。一方、式(1)からわかるように 2a と 4a の各成分間の次元が異なるため、これらと同じ割合で形状高さに寄与させるために試料寸法により決まる換算係数 e を 4a に掛けることにする。こうして ${}^2a, e^4a$ は各々の2次元線形空間の元であるので、全体としての上、下試料の表面形状は4次元線形空間の点と考えられる。この点に対応するベクトルを $\varphi = ({}^2a_1, {}^2a_2, e^4a_1, e^4a_2)^T$ と定める。ここで同一の表面形状を同時に二つの曲面で近似しているので、各近似曲面に対して定義した φ と a の各成分間に次の関係が存在する。

$${}^2a_i + e^4a_i = a_i, \quad i=1, 2 \quad (3)$$

あるいはベクトル ${}^2a, {}^4a$ を用いて上式を表せば、

$${}^2a + e^4a = a \quad (3')$$

さて図1(a), (b)は上試料が強制回転する場合(往復動回数と下試料回転数の比 N_2/N_1 を1/2にし、上、下試料の回転数の比 N_2/N_1 を1/3にした場合)の表面形状の変化で、シミュレーション結果の内の2例を示したものである。それぞれの図において一つの初期形状に対する φ および a の変化を以下のような座標系を定め、同一面上に表している。すなわち φ を 2a と e^4a に分けて取扱い、1軸(下試料に関する係数 ${}^2a_1, {}^4a_1$ および a_1 を示す軸)と2軸(上試料に関する係数 ${}^2a_2, {}^4a_2$ および a_2 を示す軸)とを座標軸に持つ(1, 2)系で考える。ここで ${}^2a, e^4a$ および a の初期値は図1(a)においてそれぞれの点 ${}^2P_0, {}^4P_0$ および P_0 で示し、図1(b)ではそれぞれの点 ${}^2Q_0, {}^4Q_0$ および Q_0 で表している。また一定ラップ時間ごとの ${}^2a, e^4a$ および a で表される点を連ねて軌跡を作り形状変化を示している。それらの変化の進行方向は各初期値を示す点から発する矢印で表している。さらに ${}^2a, e^4a$ および a の変化に対応する点はそれぞれ●, ○および○印で示している。以上のように(1, 2)面上に φ および a の変化を同時に表現することにより、次のことがわかる。

まず図1(a)に示す φ および a の初期値の位置関係から推察できるように、点 4P_0 は原点近傍にあり、この図に示した表面形状の変化は初期形状(の基本形状)を回転放物面で与えた場合である。しかしながらラップ時間が経過するにつれて e^4a はほぼ1軸の負の向きに増加することがわかる。これは初期形状がたとえ回転放物面である場合でも上、下試料の表面形状に4次成分(4次項の係数)が発生し非放物面形状になることを表している。またこれらの形状の組合せにおいては、下試料に対する4次成分 4a_1 の大きさは上試料における4次成分 4a_2 の大きさの増加以上に増すことがわかる。このように表面形状に4次成分が大きく発生するにもかかわらず回転放物面近似したときの a の変化には、前報¹⁾で明ら

(a)

(b)

図1 シミュレーション結果(表面形状の変化)

かにしたように往復動型の場合の形状変化過程を支配していた形状変化特性³⁾が存在している。すなわち図中に示す -45° の傾きを持つ2点鎖線(以後準安定線と呼ぶ)に向かって指数関数的に漸近するという特性IIと、この直線に平行な方向にほぼ一定の速さで変化が進行するという特性Iが認められる。一方 $\mathbf{a}$ の変化を示す軌跡上の点Pに対応する φ の点は(1,2)面上に示す点 2P と点 4P であり、式(3)'の関係を保ちながら φ と $\mathbf{a}$ とが変化している。このことを踏まえて φ の変化を観察してみると、 $\mathbf{a}$ の変化が準安定線に漸近する(上, 下2面の形状が互いにならおうとする傾向)につれて $e^4\mathbf{a}$ の絶対値が大きくなるが、さらに準安定線に漸近するとその絶対値が小さくなり $e^4\mathbf{a}$ で表される点は原点付近に向かって近づく傾向が認められる。このときの $^2\mathbf{a}$ は式(3)'を満足するように一度 $\mathbf{a}$ の軌跡から離れるように変化するが、 $e^4\mathbf{a}$ の絶対値の減少に伴って $\mathbf{a}$ の変化に沿う傾向がある。

次に図1(b)に示す表面形状の変化について調べる。この図は $^2\mathbf{a}$ と $\mathbf{a}$ の初期値を(1,2)面の第3象限に取

り、先の場合と同じく表面の初期形状(の基本形状)を回転放物面で与えたときの φ および $\mathbf{a}$ の変化を表したものである。この場合の $\mathbf{a}$ の変化は同じく前述した二つの基本特性に支配されているが、 φ の変化は次の点で異なった傾向を持っているのがわかる。すなわち $e^4\mathbf{a}$ は $\mathbf{a}$ が準安定線に漸近するにつれて今度は原点近傍からほぼ2軸の負の向きに増大し、 $^2\mathbf{a}$ は準安定線を越えて大きくふくらむような変化をする。しかしその後の $e^4\mathbf{a}$ は先の場合と同じく、また原点付近に向かって変化するのがわかる。

以上のように φ と $\mathbf{a}$ を同一面上に表現して φ の変化を $\mathbf{a}$ の変化に関連させて調べてみると、その変化は往復動型の場合の φ の変化²⁾とほぼ同じ傾向を持っているのが認められる。そこで往復動型の場合における非放物面形状の変化過程を解析するのに用い、また回転放物面近似したときの $\mathbf{a}$ の変化過程を議論するために採用した座標系を今回の解析においても導入する。この座標系は、図1(b)に示すように特性IIの作用する方向(準安定線に垂直な方向)に $\bar{1}$ 軸を、特性Iの作用する方向(準安定線に平行な方向)に $\bar{2}$ 軸を座標軸に持つ $(\bar{1}, \bar{2})$ 系である。これに $^2\mathbf{a}$, $e^4\mathbf{a}$ および $\mathbf{a}$ を次のように座標変換する。

$$^2\bar{\mathbf{a}} = A_1^2 \mathbf{a}, \quad ^4\bar{\mathbf{a}} = A_1 e^4 \mathbf{a}, \quad \bar{\mathbf{a}} = A_1 \mathbf{a} \quad (4)$$

ここに、

$$^2\bar{\mathbf{a}} = (^2\bar{a}_1, ^2\bar{a}_2)^T, \quad ^4\bar{\mathbf{a}} = (^4\bar{a}_1, ^4\bar{a}_2)^T, \quad \bar{\mathbf{a}} = (\bar{a}_1, \bar{a}_2)^T$$

$$A_1: \text{座標変換行列}, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

したがって φ は次のように座標変換されることになる。

$$\begin{aligned} \bar{\varphi} &= A\varphi, \quad \bar{\varphi} = (^2\bar{a}_1, ^2\bar{a}_2, ^4\bar{a}_1, ^4\bar{a}_2)^T \\ A &= \begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで新しい座標系で φ の変化の傾向をとらえてみると、図1(a)と(b)における φ の変化は次の二つの場合の変化の典型的な例であることがわかる。すなわち、

(1) 図1(a)の場合は $\mathbf{a}$ の初期値 $(a_{10}, a_{20})^T$ が $\bar{a}_{10} = (a_{10} + a_{20})/\sqrt{2} > \bar{d}$ を満たし、その点から準安定線に漸近するときの φ の変化である。これを正の漸近という。ここに準安定線は $\bar{a}_1 = \bar{d}$ で表され、 $\bar{d}$ は形状 a_1, a_2 が互いにぴったりならい合った状態($a_1^* + a_2^* = \sqrt{2}\bar{a}_1^* = 0$)からのずれ量を表す。

(2) 図1(b)の場合は $\bar{a}_{10} < \bar{d}$ となる点を初期値に持つときの φ の変化である。これを負の漸近という。

さらに上記の場合のほかには次のような φ の変化が存在する。

(3) $\mathbf{a}$ の初期値が $\bar{a}_{10} = \bar{d}$ を満たし、特性Iに支配され

 図2 シミュレーション結果(強制回転の場合の φ の変化)

て変化する(特性IIの効果がない)場合の φ の変化である。

このように φ の変化を α の変化から見て分類し、座標変換後の φ の変化を考察することにした。

図2(a), (b)は上試料が強制回転する場合(前述したように $N_2/N_1=1/2$, $N_3/N_1=1/3$ とした場合)のシミュレーション結果の φ の変化を示したものである。ここで φ は往復動型の場合と同じく $(2\bar{a}_1, 4\bar{a}_1)$ 面および $(\bar{a}_1, 4\bar{a}_2)$ 面上の点として表現し、一定ラップ時間ごとに示す点を連ねた軌跡として各面上にその変化を表している。ここで φ の初期値は両面上の同じ文字で示した点に対応する。例えば点Pで表す φ の初期値は、 $(2\bar{a}_1, 4\bar{a}_1)$ 面上では $2\bar{a}_1$ 軸上にあり $(\bar{a}_1, 4\bar{a}_2)$ 面上で見たときは $\bar{a}_1$ 軸上にある4次元空間の点になっている。一方座標変換後も式(3)の関係が保たれており、 φ および $\bar{a}$ の各成分の間に次式が成立する。

$$2\bar{a}_i + 4\bar{a}_i = \bar{a}_i, \quad i=1, 2 \quad (6)$$

また前報¹⁾において、 $\bar{a}_2 = \bar{v}t + \bar{a}_{20}$ ($\bar{v}$: 特性Iに起因する定速度成分, t : ラップ時間, $\bar{a}_{20}$: $\bar{a}$ の初期値($\bar{a}_{10}$, $\bar{a}_{20}$)^Tの第2成分)で十分近似できた。その結果 $2\bar{a}_2$ のラップ時間に対する変化率 $d^2\bar{a}_2/dt = -d^4\bar{a}_2/dt + \bar{v}$ となるので $2\bar{a}_2$ に関するグラフを省略した。

さて図2(a)に示す2点鎖線は $2\bar{a}_1 + 4\bar{a}_1 = \bar{a}_1 = \bar{d}$ で表現される直線であり、 $\bar{a}$ の変化が準安定線($\bar{a}_1 = \bar{d}$)に沿って進行する場合(上記の(3)の場合)の $(2\bar{a}_1, 4\bar{a}_1)$ 面上における φ の変化を示すものである(点 S_1, S_2 からの変化)。このときの φ の変化を図2(b)に示す($\bar{a}_1, 4\bar{a}_2$)面上で見れば、ほぼ $4\bar{a}_2$ 軸(正確には直線 $\bar{a}_1 = \bar{d}$)に沿った変化である。したがって(3)の場合の φ は二つの面上とともに直線的に原点付近に向かって減衰し、その後はほぼ原点近傍に落ち着くことがわかる。また正および負の漸近に対する φ の変化は、 $(2\bar{a}_1, 4\bar{a}_1)$ および $(\bar{a}_1, 4\bar{a}_2)$ 面上の $\bar{a}_1 = \bar{d}$ に相当する直線を境にして、これらの面上とともに異なった傾向を持っていることが認められる。ここで図1に示した φ の変化を座標変換した後の φ の変化は、初期値PとQの変化にそれぞれ対応している。この二つの φ の変化を比較すると、 $(2\bar{a}_1, 4\bar{a}_1)$ 面上ではともに $4\bar{a}_1$ は負の方向に大きくなってから原点付近に向かって減少するが、 $(\bar{a}_1, 4\bar{a}_2)$ 面上においては $4\bar{a}_2$ の増大する向きが正と負になっていることがわかる。この違いが図1に示す(1, 2)面上の $e^4\alpha$ の変化に現れていたのである。一方、正および負の漸近における φ の変化はともに線形ベクトル場の流れに似ていることが認められる⁴⁾。ただし流れの向きから明かなように正および負の漸近では φ の変化を規定する線形ベクトル場は異なる。

図3(a), (b)は上試料が自由回転する場合(比 $N_2/N_1=1/2$ とし、上試料の支持点に摩擦が存在し、その大きさ M_0 と下試料から受ける摩擦力による回転モーメントの最大値 $M_{\max}$ との比を約0.15とした場合)のシミュレーション結果であり、強制回転の場合と同じく $(2\bar{a}_1, 4\bar{a}_1)$ および $(\bar{a}_1, 4\bar{a}_2)$ 面に分けて φ の変化を示したものである。この図から自由回転の場合でも φ の変化は強制回転の場合における変化と良く似た傾向を持っており、線形ベクトル場の流れに近いことがわかる。ここで上、下試料の断面形状の変化から φ の変化の物理的意味を検討する。

図4(a)と(b)はそれぞれ図3に示す初期値PおよびQからの φ の変化を一定ラップ時間(各初期値から2点間隔)ごとの断面形状を示したものである。ここに断面形状としての動径方向の各分点(試料直径 $=50 \cdot \Delta R$, ΔR : 単位長さ)上の形状高さ(●印で示す点)は、直径の方向の長さに対して2.5倍して描いている。またその

図3 シミュレーション結果(自由回転の場合の $\bar{\varphi}$ の変化)

(a) 点P(図3)からの断面形状の変化(正の漸近)

(b) 点Q(図3)からの断面形状の変化(負の漸近)

図4 上, 下試料の断面形状の変化

表1 表面形状を回転4次曲面および回転放物面近似して求めた各々の係数の値

a) 点P(図3)からの変化に対する各係数の値(正の漸近)

番号	$2a=(2a_1, 2a_2)^T$	$4a=(4a_1, 4a_2)^T$	$a=(a_1, a_2)^T$
(1)	(13.1, -14.1)	(8.8, 36.9)	(35.1, 77.8)
(2)	(27.2, -1.9)	(-1.6, 28.7)	(23.2, 69.9)
(3)	(36.4, 9.5)	(-9.8, 21.3)	(12.0, 62.7)
(4)	(42.8, 16.8)	(-16.5, 16.1)	(1.5, 56.9)
(5)	(41.8, 18.5)	(-19.9, 13.4)	(-7.8, 51.9)
(6)	(36.5, 18.2)	(-21.1, 11.8)	(-16.2, 47.8)

b) 点Q(図3)からの変化に対する各係数の値(負の漸近)

番号	$2a=(2a_1, 2a_2)^T$	$4a=(4a_1, 4a_2)^T$	$a=(a_1, a_2)^T$
(1)	(-41.0, -40.4)	(0.3, 0.1)	(-40.2, -40.0)
(2)	(-17.2, 16.4)	(-6.1, -16.7)	(-32.4, -25.4)
(3)	(-5.8, 44.6)	(-8.6, -23.7)	(-27.4, -14.5)
(4)	(-5.2, 50.6)	(-7.9, -22.5)	(-24.8, -5.7)
(5)	(-9.1, 47.2)	(-5.6, -18.3)	(-23.0, 1.5)
(6)	(-11.5, 40.2)	(-4.3, -13.0)	(-22.1, 7.6)

 $2a_i: \times 10^{-4} \cdot 1/\Delta R$, $4a_i: \times 10^{-7} \cdot 1/\Delta R^3$, $a_i: \times 10^{-4} \cdot 1/\Delta R$, $i=1, 2$

変化の順番は(1), (2), (3), ...の数字で示している。さらに表面形状を回転4次曲面近似して求めた2次および4次項の係数から各々の断面形状の近似曲線を算出し、それらを実線で表している。このとき用いた各係数は表1に示す通りであり、また同時に表面形状を回転放物面近似したときの2次項の係数をも示している。さて正の漸近に対する断面形状の推移を示す図4(a)と表1a)から次のことがわかる。すなわち表面の初期形状(番号(1))を上、下試料ともに回転4次曲面(表1a)参照)で与えた凹同志の形状を組合わせてすり合わせるとき、ラップ時間の経過につれ下試料の形状は負の4次成分を含むようになる。これは上、下試料の形状が互いにならない合おうとすることにより、突出した部分(2面の形状が当たる試料端部)が除去されるためである。また上試料中心に加える集中荷重点の往復運動による移動があるので、下試料端部の除去が促進されるためである。これに対して上試料の形状は、試料端部が削られるとともに荷重点の移動により中央部も削られ、4次成分の減少を伴いながら全面で除去され変化していると推察できる。さらにラップ時間が経過した後の2面の断面形状(番号(6))は、いずれも非放物面形状であるが、初期の状態に比べてかなりならない合っているのが認められる。これは表面形状を回転放物面近似して表現した a の変化が準安定線にかなり漸近したことを意味している。一方、負の漸近の場合の図4(b)と表1b)から、回転放物面($4a_0=0$)で初期形状を与えた凸同志の組合わせにおいてラップ時間の経過とともに正の漸近の場合とは異なり上試料の形状

の方に負の4次成分が発生してくるのが認められる。すなわち、負の漸近では上、下2面の中央部から当たることによりその部分が削られ、また荷重点の移動により上試料は中央部で、下試料は端部で両面ともにはかの部分(上試料の端部、下試料の中央部)よりも多く除去される。そのため上、下試料の除去形態は形状が互いにならない合う過程で正の漸近と異なり、負の4次成分が生じるのは上試料になると考えられる。

したがって形状が互いにならない合う過程での ϕ の変化は、($2\bar{a}_1, 4\bar{a}_1$)面でその面上に示す2点鎖線に対してほぼ対称になり、($\bar{a}_1, 4\bar{a}_2$)面ではほぼその面の原点に対して対称になると推察できる。

図5(a), (b)は、下試料から受ける摩擦により上試料が自由回転する場合の実験結果であり、シミュレーション結果を示す際使用した二つの面に ϕ の変化を表したものである。ただし変化の進行方向はデータ点に付記した時間的順序を示す数字0, 1, 2, ...が増大する方向となっている。また同一の記号(例えば●印)を使って ϕ の変化を両面に示している。この図から、シミュレーション結果(自由回転の場合)は ϕ の変化の傾向を良く表しているのがわかる。ただ往復動型の場合²⁾にも観察されたように、①印で示す ϕ の軌跡が($2\bar{a}_1, 4\bar{a}_1$)面で脈動している。この脈動はシミュレーション結果に認められないのは、一定ラップ時間ごとに表面形状を回転4次曲面に改定しているためである。実際には6以上の高次項の形状成分が表面に発生するが、シミュレーションではこの成分の影響をなるべく少なくして議論を単純化している。より詳細にはこの高次項の形状成分による影響を考えなければならないが、図5から明らかに回転4次曲面近似で大略の形状変化過程を把握することができる。

5. 結 言

回転-往復動型のすり合わせラッピングで生成される上、下同一試料の表面形状を回転4次曲面で近似して表し、その変化過程をシミュレーションと実験の両面から追究した。回転4次曲面近似したときの2面の表面形状は4次元空間の点になる。これをまず便宜上4次成分と2次成分に分け、それらの変化を同一面上に表すと同時に回転放物面近似した場合の形状変化もこの面上に重ね合わせて描き、4次および2次成分の変化を調べた。その結果、回転4次曲面近似の場合の形状変化過程を統一的に解析するのに適切な座標系を選定することができた。すなわちこの面上で両近似の場合とも同一の座標変換を行い、新しい座標系を用いて両者の形状変化過程を互いに関連させながら追究した。ただしこの変換は回転

図5 実験結果 ($\bar{\varphi}$ の変化)

放物面近似の場合, その変化過程に存在する二つの基本特性の作用方向に座標軸を一致させるものである。

上試料が強制回転する場合と自由回転する場合のシミュレーション結果および後者の場合の実験結果から以下のことが明らかになった。

(1) シミュレーション結果において強制回転と自由回

転のいずれの場合も, 形状生成過程は良く似た傾向を示し, 線形ベクトル場の流れに近い。

(2) シミュレーション結果における一定ラップ時間ごとの上, 下試料の断面形状の変化から, 2面の形状の組が凹凹志と凸凸志の場合で互いに形状がならい合う過程での除去形態が異なり, その結果形状生成過程は二つの線形ベクトル場によって規定される。

(3) 自由回転の場合のシミュレーション結果は, 実験結果における形状生成過程を良く表しており, 回転4次曲面近似することにより非放物面形状の変化過程の傾向を把握することができる。

終わりにあたり, 本研究は一部昭和54年度文部省科学研究費補助金の援助を受けて行ったことを付記する。また実験遂行に本学学生・上西敏彦氏のご協力を得たことに対して謝意を表する。

参考文献

- 1) 田中国弘, 田中芳雄, 井戸 守: 回転-往復動型のすり合わせラッピングにおける形状生成過程, 精密機械, **46**, 6 (1980) 741.
- 2) 井戸 守, 田中芳雄, 田中国弘: すり合わせラッピングにおける形状生成過程について——非放物面形状の変化過程, 昭和54年度 精機学会春季大会学術講演会論文集 (1979) 265.
- 3) Y. Sakai, Y. Tanaka & M. Ido: Construction of Three-workpiece Lapping Process, Trans. ASME, Ser. B, **101**, 3, (1979) 255.
- 4) M. W. Hirsch & S. Smale: Differential Equation, Dynamical Systems and Linear Algebra. Academic Press, New York, N. Y., (1974) 89.