研 究

ホブの輪郭計算法*

中野嘉邦** 鴻巣健治** 加藤秀雄** 末田 章***

Method of Calculating Hob Profiles

Yoshikuni NAKANO, Kenji KOUNOSU,
Hideo KATO and Akira SUEBA

A new method is presented in which the hob profiles for gear-shaped workpieces having arbitrary profiles can be numerically determined without solving transcendental equations as usual. The proposed method is based on iterating the successive approximation until the boundary contour produced by machining converges to a certain limit depend-

ing on the desired machining accuracy. Another method is also described in which the workpiece profile to be generated by using the designed hob can be examined. By using these methods, the design of hobs for gear-shaped workpieces having arbitrary profiles will be accomplished easily and the aspect of the cutting interference during hobbing can be examined without difficulty.

Key words: hob profile, workpiece profile, envelope, numerical calculation, successive approximation, cutting interference.

1. ま え が き

任意の輪郭をもつ歯車状工作物を加工するためのホブの輪郭を決定する方法としては、古くから多くの方法が知られている。しかし、これらの中で実用になる精度の数値を求めるのに適した方法は、いずれも基本的には三角関数を含む超越方程式を解くことを必要とする¹⁾。そのためには、方程式の多数の解の中から正しい解を一つだけ選び出すことが必要であり、したがって正しい解の存在する範囲をあらかじめ知っていなければならない。工作物の輪郭がインポリュート曲線、サイクロイド曲線、直線、円弧などのように単純な場合は、正しい解の存在する範囲を比較的容易に推定できるけれども、工作物の輪郭が複雑な場合は、推定はかなり困難である。特に、加工時に干渉が生じる場合、それに対する吟味も容易ではない。また、設計したホブの正しさを確かめることも容易ではない。したがって、工具設計者にとっては、超越方程式を仲立ちとしない計算法の開発されることが望まれる²⁾³⁾。

本研究では、従来の方法のように超越方程式を仲立ちとすることなく、直接、ホブ切り中における工作物の回転運動とホブ切れ刃のねじ運動をよりどころにして、任意の輪郭をもつ歯車状工作物を加工するためのホブの輪郭を計算する新しい方法を提案する。さらに、設計したホブの正しさを検証するため、与えられたホブによって創成される工作物の輪郭を計算する方法についても述べ

る。

使用記号

- C : 工作物軸とホブ軸の中心距離 (mm)
 h_H : ホブの換算ピッチ (mm/rad)
 I, i : 輪郭上の点の番号
 J, j : 創成位置の番号
 n : 補間式において滑らかに連結すべき点の個数
 N_H : ホブの条数
 N_W : 工作物の歯数
 R_H : ホブのピッチ円半径 (mm)
 R_W : 工作物のピッチ円半径 (mm)
 X, Y, Z : 工作物の座標軸
 x, y : ラックの座標軸
 ξ, η, ζ : ホブの座標軸
 α : 工作物軸とホブ軸の角 (rad)
 β_H : ホブのピッチ円における進み角 (rad)
 β_W : 工作物のピッチ円における進み角 (rad)
 φ : ホブ軸まわりの角度 (rad)
 ϕ : 工作物軸まわりの転がり角度 (rad)
 θ : 工作物軸まわりの角度 (rad)

2. 計算法の原理

与えられた工作物を創成するホブの輪郭を求めるには、次のように、① 工作物からラック、② ラックからホブの2段階に分けて計算するのが、計算原理を理解しやすいばかりではなく、ラック型工具の輪郭も同時に求めることができるので、実用上の見地から得策である。

2.1 与えられた工作物とかみあうラックの輪郭

図1は与えられた工作物の軸直角断面輪郭とそれにか

* 原稿受付 昭和55年5月23日。昭和53年度精機学会春季大会学術講演会(昭和53年4月1日)にて発表。

** 正会員 千葉大学工学部(千葉市弥生町1-33)

*** 学生会員 千葉大学大学院(現・いすゞ自動車(株); 東京都品川区南大井6-22-10)

図1 工作物の輪郭とラックの輪郭の関係

図2 包絡線として求められるラック工具の輪郭

みあうラックの輪郭との関係を示すものである。X, Y, Zは工作物の座標軸で、Z軸は工作物の軸と一致している。x, yはラックの座標軸で、y軸はラックの創成ピッチ線と一致している。X軸とx軸は、方向は一致しているが、正負の向きは逆にとってある。いま、工作物の軸直角断面輪郭上のI個の点のX-Y座標が数値によって与えられているものとする。その中の一点がP₀で、その座標を(X, Y)とする。工作物のピッチ円がラックの創成ピッチ線上を角度φだけ転がる間に、点P₀は点P_φに移動する。点P_φのx-y座標は次式で与えられる。

$$x = R_w - \sqrt{X^2 + Y^2} \cdot \cos(\theta - \phi) \quad (1)$$

$$y = R_w \cdot \phi + \sqrt{X^2 + Y^2} \cdot \sin(\theta - \phi) \quad (2)$$

ただし、

$$\theta = \tan^{-1}(Y/X) \quad (3)$$

である。

与えられた工作物の軸直角断面輪郭上のすべての点(I個)について、いろいろな創成位置φ(J個)に対するx, yの値を式(1)~(3)によって計算すると(I×J)個の点群が求まる。図2は、それらの点群の一部を図示したもので、横軸にはラックの創成ピッチ線y、縦軸にはピッチ線からの高さxをとってある。これらの点群の包絡線

が求めるラックの輪郭を与えるであろうことは容易に推測できる。

2.2 包絡線の求め方²⁾

図2に示された点群は、工作物輪郭上の特定の点がある。ここで、記号*i*は与えられた工作物輪郭上の特定の点の番号、記号*j*は創成位置の番号を表す。図に示すように、これらの点群を適当な補間公式を用いて等*i*線、等*j*線として網目状に滑らかにつなぐ。本報では、補間公式としてラグランジュの公式を用いることにする。したがって、等*i*線は変数*y*の関数として次式で表される。

$$\begin{aligned} f_i(y) = & \frac{(y-y_{i2})(y-y_{i3})\cdots(y-y_{in})}{(y_{i1}-y_{i2})(y_{i1}-y_{i3})\cdots(y_{i1}-y_{in})} \cdot x_{i1} \\ & + \frac{(y-y_{i1})(y-y_{i3})\cdots(y-y_{in})}{(y_{i2}-y_{i1})(y_{i2}-y_{i3})\cdots(y_{i2}-y_{in})} \cdot x_{i2} \\ & \cdots \\ & + \frac{(y-y_{i1})(y-y_{i2})\cdots(y-y_{i(n-1)})}{(y_{in}-y_{i1})(y_{in}-y_{i2})\cdots(y_{in}-y_{i(n-1)})} \cdot x_{in} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、*n*は滑らかに連結しようとする点の個数である。同様に、等*j*線は変数*x*の関数として次式で表される。

$$\begin{aligned} f_j(x) = & \frac{(x-x_{j2})(x-x_{j3})\cdots(x-x_{jn_j})}{(x_{j1}-x_{j2})(x_{j1}-x_{j3})\cdots(x_{j1}-x_{jn_j})} \cdot x_{j1} \\ & + \frac{(x-x_{j1})(x-x_{j3})\cdots(x-x_{jn_j})}{(x_{j2}-x_{j1})(x_{j2}-x_{j3})\cdots(x_{j2}-x_{jn_j})} \cdot x_{j2} \\ & \cdots \\ & + \frac{(x-x_{j1})(x-x_{j2})\cdots(x-x_{j(n-1)_j})}{(x_{jn_j}-x_{j1})(x_{jn_j}-x_{j2})\cdots(x_{jn_j}-x_{j(n-1)_j})} \cdot x_{jn_j} \end{aligned} \quad (5)$$

等*i*線、等*j*線は変数*y*の代わりに変数*x*の関数として表すこともできる。式(4),(5)による補間値は、図2において、縦軸に平行な直線と網目との交点(×印)によって示される。xの関数として表す場合の補間値は横軸に平行な直線と網目との交点(▲印)によって表される。これらの交点のうち、xまたはyが最小なものは、近似的に、求めようとする包絡線上にあることは容易にわかる。

このようにして、包絡線上の点の座標の第1近似値が求まれば、次に、それらの点に対応する創成位置φの範囲を狭くして、同様な手順を繰返し、座標値が所定の値に収束するまで逐次近似計算を繰返す。図3にこの数値計算の流れを示す。第1近似値を求めるために必要な最初のφの範囲は、工作物外周線と輪郭曲線の交点を考えることによって容易に推定することができる。

2.3 与えられたラックとかみあうホブの輪郭

図3 ラックの輪郭を求める数値計算の流れ

図4は与えられたラックおよびそれとかみあうべきホブの幾何学的関係を示すものである。工作物軸に直交な基準平面におけるラック輪郭上の一点を P_{R0} とする。 P_{RZ} は P_{R0} を通るラック母線にあり、かつ基準平面から工作物軸方向に Z だけ離れた点である。いま、ラック工具がホブ上の点 P_{RZ} をちょうど切削している状態を考えよう。点 P_{RZ} はホブのねじ線上の点でもなければ

$$\xi = \sqrt{(R_H + x)^2 + [Z/\sin \alpha - \{Z/\tan \alpha + (y - Z/\tan \beta_W)\} \cdot \cos \alpha]^2} \quad (6)$$

$$\zeta = \{Z/\tan \alpha + (y - Z/\tan \beta_W)\} \cdot \sin \alpha + \varphi \cdot h_H \quad (7)$$

ここで

$$\alpha = \beta_W \pm \beta_H \quad (8)$$

+: ねじれ方向同一の場合

-: ねじれ方向反対の場合

$$\tan \varphi = \frac{Z/\sin \alpha - \{Z/\tan \alpha + (y - Z/\tan \beta_W)\} \cdot \cos \alpha}{R_H + x} \quad (9)$$

$$h_H = R_H \cdot \tan \beta_H \quad (10)$$

$$\sin \beta_H = \frac{N_H}{N_W} \cdot \frac{R_W}{R_H} \cdot \sin \beta_W \quad (11)$$

与えられたラック輪郭上のすべての点について、いろいろな軸方向位置 Z に対する ξ, ζ の値を式(6)~(11)によって計算する。2.2節で述べたのと同様な手順によって、これらの点群の包絡線を求めれば、ホブの軸断面輪郭を所定の精度で決定することができる。

2.4 与えられたホブとかみあうラックの輪郭

いま、ホブの軸断面輪郭上の点が半径方向座標 ξ と軸方向座標 ζ によって数値で与えられているものとする。次に、図4に示すように、これらの点の一つがホブ軸まわりの角度位置 φ において、ちょうどラックを切削している状態を考える。その場合は、この点に対応する $x-y$

図4 ラックの輪郭とホブの輪郭の関係

ならないから、そのねじ線はホブの基準含軸平面上の点 P_{H0} を通過する。点 P_{H0} の $\xi-\zeta$ 座標は、 Z をパラメータとして次式で表される。

座標は次式で表される。

$$x = \xi \cdot \cos \varphi - R_H \quad (12)$$

$$y = \left(\xi \cdot \sin \varphi + \frac{\zeta \pm \varphi \cdot h_H}{\tan \alpha} \right) \cdot \left(\frac{1}{\tan \beta_W} - \frac{1}{\tan \alpha} \right) \times \sin \alpha + \frac{(\zeta \pm \varphi \cdot h_H)}{\sin \alpha} \quad (13)$$

ここで、+はねじれ方向反対の場合、-はねじれ方向同一の場合に適用される。ホブの軸断面輪郭上のすべての点について、いろいろな角度位置 φ に対する x, y の値を式(12), (13)を用いて計算し、求められた点群に対する包絡線を、前と同様な手順によって求めればラックの輪郭が決定される。

2.5 与えられたラックとかみあう工作物の輪郭

いま、ラック輪郭上の点の $x-y$ 座標値が、工作物の軸に直交な平面上で数値によって与えられているものとする。次に、図1に示すように、これらの点の一つが工作物軸まわりの転がり角度位置 ψ において、ちょうど工作物を切削している状態を考える。その場合は、この点に対応する $X-Y$ 座標は次式で表される。

$$X = \sqrt{(R_W - x)^2 + (y - R_W \cdot \psi)^2} \cdot \cos \theta \quad (14)$$

$$Y = \sqrt{(R_W - x)^2 + (y - R_W \cdot \psi)^2} \cdot \sin \theta \quad (15)$$

ただし、

$\beta_W = 51.42168^\circ \text{ L.H.}$, $h_W = 117.529779 \text{ mm/rad}$, $N_W = 5$

図5 工作物の軸直角断面輪郭と諸元

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y - R_W \cdot \psi}{R_W - x} \right) + \psi \quad (16)$$

ラック輪郭上のすべての点について、いろいろな創成角度位置 ψ に対する X, Y の値を、式(14)~(16)を用いて計算し、求められた点群の包絡線を、前と同様な手順によって求めれば、与えられたラック、いいかえれば与えられたホブによって創成加工される工作物輪郭を決定することができる。

2.4節および2.5節で計算される点群の個々の点は、ホブあるいはラック輪郭上の特定の点と特定の創成位置に対応したものであるから、これらの結果より、包絡線すなわちラックまたは工作物輪郭が創成されていく過程を容易に知ることができる。したがって、加工時に干渉が生じる場合であっても、その過程を詳細に知ることができる。

3. 数値計算例

最初に、一例として、図5に示すような歯車状工作物を加工するためのラック工具の輪郭を計算してみる。工作物の主要諸元は、歯数5山、ピッチ円直径187.50 mm、ピッチ円における進み角 51.42168° 左ねじれ、換算ピッチ117.529779 mm/radである。軸直角断面上の点Aから点Bまでの32点の $X-Y$ 座標値が、表1において、 X_0, Y_0 で与えられている。与えられた工作物輪郭を完全に創成し得る限界転がり角を考慮することによって、包絡線の第1近似を求めるための転がり角度 ψ の範囲を $+0.7 \sim -0.7 \text{ rad}$ と定める。この ψ の範囲を 0.1 rad とびに14等分割する。この分割数は第2近似以後の繰返しステップにおいても同一とする。補間式において、滑らかに連結すべき点の個数は $n=4$ とする。繰返しステップにおける数値の収束精度は $|\epsilon| = 0.00001 \text{ mm}$ とする。図3の手順に従って計算されたラックの輪郭は図6

表1 与えられた工作物の輪郭と設計したホブによって加工される輪郭の比較

a) (単位: mm)

番号	与えられた工作物の輪郭		設計したホブによって加工される輪郭	
	X_0	Y_0	X	誤差 ($X - X_0$)
1	74.4671	52.0000	74.4628	-0.0043
2	72.6593	48.0000	72.7690	0.1097
3	68.8150	44.0000	68.8165	0.0015
4	62.9579	40.0000	62.9584	0.0005
5	58.3747	36.0000	58.3739	-0.0008
6	54.7299	32.0000	54.7299	0.0000
7	51.7767	28.0000	51.7766	-0.0001
8	49.3770	24.0000	49.3771	0.0001
9	47.4450	20.0000	47.4450	0.0000
10	45.9237	16.0000	45.9235	-0.0002
11	44.7750	12.0000	44.7751	0.0001
12	43.9730	8.0000	43.9731	0.0001
13	43.5010	4.0000	43.5004	-0.0006
14	43.3500	0.0000	43.3498	-0.0002
15	43.6248	-4.0000	43.6258	0.0010
16	44.4413	-8.0000	44.4429	0.0016
17	45.8559	-12.0000	45.8557	-0.0002
18	47.9305	-16.0000	47.9304	-0.0001
19	50.7960	-20.0000	50.7949	-0.0011
20	54.6862	-24.0000	54.6860	-0.0002
21	60.0985	-28.0000	60.0963	-0.0022

b) (単位: mm)

番号	与えられた工作物の輪郭		設計したホブによって加工される輪郭	
	X_0	Y_0	Y	誤差 ($Y - Y_0$)
22	66.0000	-31.0334	-31.0338	-0.0004
23	68.0000	-31.8236	-31.8248	-0.0012
24	70.0000	-32.5105	-32.5127	-0.0022
25	72.0000	-33.1018	-33.1037	-0.0019
26	74.0000	-33.6038	-33.6033	0.0005
27	76.0000	-34.0207	-34.0177	0.0030
28	78.0000	-34.3577	-34.3518	0.0059
29	80.0000	-34.6188	-34.6103	0.0085
30	82.0000	-34.8059	-34.7973	0.0086
31	84.0000	-34.9217	-34.9170	0.0047
32	86.0000	-34.9687	-34.9737	-0.0050

の太線のようになる。細い曲線群は、与えられた工作物輪郭をいろいろな創成位置において創成するのに必要な仮想的なラックの輪郭を示すものと考えられる。

次に、ホブの輪郭を計算する。ホブの大きさを適切にするため、工作物とホブの軸間距離を120 mmと定める。したがって、ホブのピッチ円半径は $R_H = 26.25 \text{ mm}$ である。ホブは一条ホブで左ねじれとする。工作物の外径とホブの外径をそれぞれ直径とする二つの円柱の相貫線を考えることにより、包絡線の第1近似を求めるための

図6 計算したラックの輪郭

図7 計算したホブの軸断面輪郭

図8 設計したホブによって創成されるラックの輪郭

最初の Z の範囲を $+55 \sim -55$ mm と定める。この Z の範囲を 5 mm とびに 22 等分割する。この分割数は第 2 近似以後の繰返しステップにおいても同一とする。補間式において滑らかに連結すべき点の個数は $n=4$ とする。

図9 設計したホブによって創成される工作物の輪郭

繰返しステップにおける数値の収束精度は $|\varepsilon| = 0.00001$ mm とする。計算したホブの軸断面輪郭は図7の太線のようになる。細い曲線群は、与えられたラック輪郭をいろいろな創成位置において創成するのに必要な仮想的なホブの輪郭を示すものと考えられる。

次に、設計したホブの正しさを検討するため、2.4 節、2.5 節で述べた手順に従って計算してみよう。図8の太い曲線は、設計したホブによって創成されるラックの輪郭を示すものである。これは、図6に示したラックの輪郭と極めて良く一致していることがわかる。図8の細い曲線群は、設計したホブが、ホブ軸まわりのいろいろな角度位置において創成する仮想的なラックの輪郭を示すものと考えられる。したがって、この図から、加工時の干渉の様子を容易に知ることができる。図9の

太い曲線は、ラック工具によって創成される工作物の輪郭を示すものである。これは、図5に示したものと与えられた工作物輪郭とよく一致していることがわかる。

このようにして求められた工作物輪郭の座標値 X または Y を表1に示す。 X_0 と X または Y_0 と Y の相違を誤差として示してある。誤差の正号は削り残し、負号は削りすぎを示す。圧力角が小さい部分では、誤差はやや大きい。歯厚方向の誤差に換算すれば、数分の1程度になるから、与えられた工作物輪郭と加工されるはずの工作物輪郭は、実用上、十分な精度で一致していることがわかる。したがって、設計したホブの正しいことが確認されるから、安心してホブの製作に着手することができる。

なお、この数値計算例では、2.1, 2.3, 2.4, 2.5 節で述べた手順の計算に要した時間は、東京大学大型計算機センタの HITAC 8800/8700 で十数 s、千葉大学の MELCOM 9100/30 F で約 10 min であった。

4. あ と が き

- (1) 従来の方法のように、超越方程式を仲立ちとすることなく、逐次近似計算によって任意の輪郭をもつ歯車状工作物を加工するホブの輪郭を計算する方法を開発した。
- (2) 任意のホブ輪郭が与えられた場合、それによって加工される工作物の輪郭を計算する方法を開発した。これにより、設計したホブの適否を容易に検証することができる。

- (3) この計算方法によれば、加工中における切れ刃の干渉状態を容易に吟味することができる。

おわりに、卒業研究学生として、数値計算に協力していただいた新保愼太郎、伊藤徹、荒木誠、平井秀明の諸氏に感謝の意を表します。

文 献

- 1) 例えば、P. Cormac: A Treatise on Screws and Worm Gears, Their Mills and Hobs, Chapman & Hall, London, (1936) 93.
- 2) 中野嘉邦, 鴻巣健治, 加藤秀雄, 末田 章: ねじ面加工用フライスの輪郭計算法, 精密機械, **46**, 3 (1980) 361.
- 3) Г. Н. Кирсанов: Профилирование инструментов с винтовой исходной инструментальной поверхностью для обработки винтовых поверхностей, Вестник Машиностроения, **7**, (1977) 54.

情 報

機振協, 中小企業向け自動化機械開発賞決定

機械振興協会ではこのほど標記の受賞者を発表した。この賞は中小企業における生産の効率化、省力化、省資源化などに効果のある自動化機械の開発、実用化に業績をあげた企業、個人などに贈られるものである。

今年度は機械工業関係団体や国・公立試験研究機関などから 42 件が推薦され、このうち 10 件が選定された。

今年の傾向は NC 化が一段と進んだ製品が開発され、またロボットの応用も目立っている。

企業表彰

▽射出成形機用同期型高速取出しロボット (市光エンジニアリング) = 中・大型射出成形機 (300~800 t) の成形品を金型から高速で取り出して定位位置に置く取出しロボットを開発した。従来のものは、成形機の型開き完了後、動作を開始して、成形品を取り出すための時間は 5~8 s だった。この同期ロボットは、名前の示すように、成形機のダイブレート型開き、型締め運動をロボットの下降前進、後退上昇に伝えるように工夫されているため、成形品取出し時間は 1~1.4 s となっている。このロボットを使用すると、中・大型射出成形機の生産性は 26% の向上が期待できる。(日本産業用ロボット工業会推薦)

▽図形表示機能付き卓上型 NC 自動プログラミング装置 (富士通ファナック) = この装置は NC 加工に必要な NC テープを正確に、しかも敏速に自動作成するもので、従来の装置より、小型で、高性能化と低価格化を目標にしている。この装置はグラフィックディスプレイを採用した自動プログラミング装置で、画面に表示された工具経路やデータを見ながら会話形式でデータの修正や訂正ができる。また NC 加工形状の創成から NC テープの作成までに必要なソフトウェアも用意されている。一部作成された加工プログラムは、保有することも、再利用す

ることもできる。ソフトウェアシステムは、① NC 自動プログラミングおよびテープ作成、② NC データの編集と修正、③ NC テープのマニュアル作成と描画確認、④ FAPT 言語の視覚学習、⑤ 故障診断など。(日本工作機械工業会推薦)

▽専用ロボット組込み型 NC 旋盤 (池貝鉄工) = NC 工作機械の無人運転に不可欠なワークのローディング、アンローディングを機械で行う組込み型専用ロボットと計測補正機構を有する NC 旋盤を開発した。組込み型専用ロボットは四軸と爪の開閉との高自由度をもち、専有スペースは特別に必要とせず、作業者や工具との干渉もなく、安全性が高い。特徴は、無人運転により、年間運転員の大幅削減が期待できるうえ、有人運転も可能で多種少量生産にも適応していること、ワーク変更に伴うロボット動作の修正は 10 min 以内で終了するなど。(日本工作機械工業会、日本産業用ロボット工業会推薦)

▽全自動のし製造機 (エンジニアリングシステム) = 通常は内職者の手作業によっていた祝儀などに使われる「のし」の製造に機械を導入、「のし」折り組合わせ作業の自動化を図った全自動のし製造機を開発した。この機械は材料の形態を連続ロール紙にすることにより、材料供給を容易にしている。また材料が弱い紙であるため、送り装置などに力を制御する工夫がなされている。駆動源は空圧を用い、不具合停止が自動的に動作し、その原因もランプ表示されるなど取扱いが簡易化されている。この機械の導入により内職者が得にくいという問題が解決し、高品質化、原料ロスの低減に役立つなど生産計画が容易になっている。「のし」には多種多様な形式、寸法があり、この機械の製造対象は右目一寸五分の「のし」で、今後、他の形式、寸法を対象とするものに発展することが期待されている。(長野県機械金属工業振興協会推薦)

(p. 595 へ続く)