ベルト研削に関する一考察*

松 井 正 己** 田 中 憲 司**

Some Considerations on Belt Grinding

Seiki MATSUI and Kenji TANAKA

The grinding mechanism of plunge belt grinding process with constant load is analyzed theoretically by using a statistical approach. The rate of effective grain cutting edge, the mean chip sectional area, the mean grain cutting area, the mean grain loading area, the grinding force, and the finished surface roughness are analyzed theoretically. The measurements of abrasive belt surface topography (grain

cutting edge distribution, grain cutting edge density, and grain cutting edge half tip angle on the abrasive belt surface layer) are carried out by means of a scratching method. Further belt grinding experiments are carried out, and the experimental results for grinding force and finished surface roughness are compared with the theoretical values.

Key words: plunge belt grinding, constant load, statistical approach, belt surface topography, grinding force, finished surface roughness.

1. 緒 言

筆者らは先に統計的手法により、定荷重研削における研削抵抗、研削仕上面粗さなどについて理論的解析を行った¹⁾。本報はこの解析手法を定荷重ベルト研削における研削抵抗、研削仕上面粗さの解析に応用したものである。

なお理論解析に当たっては次の仮定をおいた。

- (1) 砥粒切れ刃形状は先端角 2α (確率変数) の円すい形とする。
- (2) 砥粒切れ刃分布はベルト長さ方向、幅方向には一様分布、また深さ方向には三角分布をし、砥粒切れ刃密度 $(1/W)$ は $c\zeta$ で表される。ここで、 ζ はベルト最外周面からの深さ、 c は実験定数である。
- (3) 砥粒切れ刃の工作物に接触した部分はその形状どおりにすべて削りとられる。

2. 定荷重ベルト研削における理論解析

2.1 研 削 抵 抗

2.1.1 有効切れ刃率 $\eta_{z,N}$

図1に示すように、工作物内に研削方向に垂直な断面を取り、これを基準断面と呼ぶことにする。さて定荷重 P のもとでベルト1回転ごとに l (一定と仮定) だけ切込まれていくベルト研削の場合の有効切れ刃率 (切削に関与すると思われる砥粒切れ刃のうち実際に有効に切削に関与する砥粒切れ刃の割合) を考える。

図2は工作物の前加工面粗さが0の場合、基準断面がベルト1, 2, 3回転 ($N=1, 2, 3$) によって加工されていく様子を示す。ここでベルト3回転後の有効切れ刃率 $\eta_{z,3}$ を求めてみる。

さて任意の砥粒切れ刃 (深さ z) がベルト3回転後に基準断面を有効に切削する確率、すなわち有効切れ刃率 $\eta_{z,3}$ は次のようになる。

まず $0 \leq z \leq l$ の場合 (図2(a)) の有効切れ刃率は、ベルト表層内の立体 U_{10} 内に砥粒切れ刃が1個も存在しない確率 P_{r0} に等しい。いま立体 U_{10} を微小エレメント U_{11} に分け、更にこれを微小小エレメント U_{12} に分ける。この U_{12} 内に砥粒切れ刃が1個も存在しない確率 P_{r2} は次式で表される。

$$P_{r2} = \exp \left\{ - \frac{2(lz - s\zeta - l\zeta) \tan \alpha_0}{lW} ds d\zeta \right\}$$

ここで、 l はベルトの長さ、 α_0 は砥粒切れ刃半頂角 (一定と仮定)、 $W=1/c\zeta$ である。

従って U_{11} 内に砥粒切れ刃が1個も存在しない確率 P_{r1} は次式で表される。

図1 ベルト研削モデル

* 原稿受付 昭和55年6月20日。昭和55年度精機学会春季大会学術講演会 (昭和55年3月29日) および昭和55年度精機学会東北支部郡山地方講演会 (昭和55年6月7日) にて発表。

** 正 会 員 東北大学工学部 (仙台市荒巻字青葉)

図2 有効切れ率

$$P_{r1} = \exp\left\{\int_0^{z-(sD/l)} -\frac{2(lz-sD-l\zeta)\tan\alpha_0 ds}{lW} d\zeta\right\}$$

$$= \exp\left\{-\frac{c \tan \alpha_0}{3} \left(z - \frac{sD}{l}\right)^3 ds\right\}$$

また U_{10} 内に砥粒切れ刃が1個も存在しない確率 P_{r0} ($=\eta_{z,3}$) は次式で表される。

$$P_{r0} = \eta_{z,3} = \exp\left\{\int_0^{lz-D} -\frac{c \tan \alpha_0}{3} \left(z - \frac{sD}{l}\right)^3 ds\right\}$$

$$= \exp\left(-\frac{c \tan \alpha_0}{12D} z^4\right) = \exp(-K' z^4) \quad (1)$$

ここで、 $K' \equiv c \tan \alpha_0 / 12D$ である。

次に $D \leq z \leq 2D$ の場合 (図2(b)) の有効切れ率 $\eta_{z,3}$ はベルト表層内の立体 U_{20} 内に砥粒切れ刃が1個も存在しない確率に等しい。この場合、上述の解析と同様に考えると有効切れ率 $\eta_{z,3}$ は次式で表される。

$$\eta_{z,3} = \exp[-K' \{z^4 - (z-D)^4\}] \quad (2)$$

次に $2D \leq z \leq 3D$ の場合 (図2(c)) は、 $s=l(3D-z)/D$ から $s=l$ までの砥粒切れ刃は全部無効である。また $s=$

 図3 有効切れ率 $\eta_{z,N}$ の計算結果

0 から $s=l(3D-z)/D$ までの有効切れ率 $\eta_{z,3}'$ は式(2)と同じになる。従って $s=0$ から $s=l$ までの有効切れ率の平均 $\eta_{z,3}$ を求めると次式で表される。

$$\eta_{z,3} = \left(3 - \frac{z}{D}\right) \exp[-K' \{z^4 - (z-D)^4\}] \quad (3)$$

さて次にベルト N 回転後の有効切れ率 $\eta_{z,N}$ は上述の解析と同様に考えると次式で表される。

(i) $0 \leq z \leq (N-1)D$ の場合

$$\eta_{z,N} = \exp[-K' \{z^4 - (z-D)^4\}] \quad (4)$$

ただし、 $z < D$ のときは $z-D=0$ とする。

(ii) $(N-1)D \leq z \leq ND$ の場合

$$\eta_{z,N} = \left(N - \frac{z}{D}\right) \exp[-K' \{z^4 - (z-D)^4\}] \quad (5)$$

次に D が一定でない場合は、最終のベルト1回転当たりの D の値を上式の D に代入すればよい。また工作物の前加工面粗さがある粗さをもつ場合でも、 N が十分大きくて前加工面の粗さが消滅してしまえば上式をそのまま使うことができる。更に砥粒切れ刃の半頂角 α がある確率分布をもつ場合には、上式の $\tan \alpha_0$ の代わりに $[\tan \alpha]$ ($\equiv \int_0^{\alpha_{\max}} \{1-F(\alpha)\} d\alpha / \cos^2 \alpha$ 。ここで、 α は $\alpha_{\min}$ から $\alpha_{\max}$ まで分布し、 $F(\alpha)$ は α の累積分布関数) とおけばよい²⁾。

有効切れ率 $\eta_{z,N}$ を式(4)、式(5)を使って計算した結果の一例を図3に示す。

2.1.2 平均切りくず断面積 a_m 、平均切削断面積 a_r 、

平均荷重分担面積 a_H

ベルト $N \rightarrow 1$ 回転から N 回転までの1回転中に切削される体積は、その1回転中の切込み量を D とすると abD となる。ここで、 a, b は工作物断面の長さ、幅である。このとき有効に切削に関与する砥粒切れ刃数 j は $\int_0^{H_{\max}} lbcz\eta_{z,N} dz$ となる。従って1個の砥粒切れ刃によって切削される体積 q は abD/j となる。いま切りくず長さを a とすると、平均切りくず断面積 a_m は $q/a (=bD/j=D/$

表1 a_m, a_T, a_H の計算結果

	研削直後	研削 10 min 後
cA ($1/\mu\text{m}^2$)	100×10^{-9}	182×10^{-9}
Δ ($\mu\text{m}/\text{回}$)	3.2	1.6
$\tan \alpha$	5.06	9.34
a_m (μm^2)	20.9	5.8
a_T (μm^2)	27.2	7.5
a_H (μm^2)	216	110

$l=1525 \text{ mm}, \beta=1.3$

lcA) となる。ここで、 $A = \int_0^{H_{\max}} z \eta_{z,N} dz$ である。なお $H_{\max}$ はベルト $N-1$ 回転後の研削仕上面の最大高さ粗さである。

次に実際に切削中の砥粒切れ刃の平均切削断面面積 a_T は、工作物材料の盛上がり切残し現象などのため平均切りくず断面面積 a_m とは異なると思われるのでこれを $\beta \times a_m$ で表す。

またこの場合の平均荷重分担面積 a_H は近似的に $\beta a_m \times (\pi \tan \alpha / 2)$ で与えられる¹⁾。ここで、 $\tan \alpha$ は $\tan \alpha$ の平均値である。

表1に a_m, a_T, a_H の計算結果の一例を示す。

2.1.3 接線抵抗 T , 垂直抵抗 P

砥粒切れ刃1個に働く接線抵抗 t , 垂直抵抗 p を次式で表す³⁾。

$$\begin{aligned} t &= ka_T + \mu p = \frac{k\beta\Delta}{lcA} + \mu p \\ p &= ka_H = \frac{k\beta\Delta}{lcA} \times \frac{\pi \tan \alpha}{2} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 k, μ (摩擦係数に相当) は実験定数である。

なお k はマイヤ硬さであり一般に $k_0 a_H^{n-1}$ とおけるが、後述の実験結果 (3.2 節参照) から $n=1$ としてよいので $k=k_0$ (一定) と考える。

そこで全体の接線抵抗 T , 垂直抵抗 P は、同時研削砥粒切れ刃数が $abcA$ であるから次式で表される。

$$\begin{aligned} T &= t \times abcA = \frac{k\beta ab\Delta}{l} + \mu P \\ P &= p \times abcA = \frac{k\beta ab\Delta}{l} \times \frac{\pi \tan \alpha}{2} \end{aligned} \quad (7)$$

なお式 (7) から次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{T}{P} &= \frac{k\beta ab\Delta}{lP} + \mu = \frac{2}{\pi \tan \alpha} + \mu \\ \Delta &= \frac{lP}{k\beta ab} \times \frac{2}{\pi \tan \alpha} \end{aligned} \quad (8)$$

2.2 研削仕上面粗さ

図1に示すように、定荷重 P のもとでベルト1回転ごとに Δ (一定と仮定) だけ切込まれていくベルト研削の場合の直角粗さ (研削方向に直角な方向に測定した粗さ)

図4 直角粗さ

を考える。

まず初めに工作物の前加工面粗さが0の場合、図4に示すようにベルト2回転 ($N=2$) 後の基準断面上の直角粗さを考える。

まず直角粗さ H (粗さ曲線上の点の最低基準線からの高さ) が $H \leq \Delta$ の場合 (図4(a)), H が創成されるためには、ベルト表層内の立体 U_{10}' 内に砥粒切れ刃が1個も存在しないことが必要である。いま立体 U_{10}' を微小エレメント U_{11}' に分け、更にこれを微小小エレメント U_{12}' に分ける。この U_{12}' 内に砥粒切れ刃が1個も存在しない確率 P_{r2}' は次式で表される。

$$P_{r2}' = \exp \left\{ - \frac{2(lH - s\Delta - l\zeta) \tan \alpha_0}{lW} ds d\zeta \right\}$$

ここで、 l はベルトの長さ、 α_0 は砥粒切れ刃半頂角 (一定と仮定)、 $W = 1/c\zeta$ である。

従って U_{11}' 内に砥粒切れ刃が1個も存在しない確率 P_{r1}' は次式で表される。

$$\begin{aligned} P_{r1}' &= \exp \left\{ \int_0^{H-(s\Delta/l)} - \frac{2(lH - s\Delta - l\zeta) \tan \alpha_0}{lW} ds d\zeta \right\} \\ &= \exp \left\{ - \frac{c \tan \alpha_0}{3} \left(H - \frac{s\Delta}{l} \right)^3 ds \right\} \end{aligned}$$

また U_{10}' 内に砥粒切れ刃が1個も存在しない確率 P_{r0}' は次式で表される。

$$P_{r0}' = \exp \left\{ \int_0^{lH/\Delta} - \frac{c \tan \alpha_0}{3} \left(H - \frac{s\Delta}{l} \right)^3 ds \right\}$$

$$= \exp\left(-\frac{cl \tan \alpha_0}{12J} H^4\right)$$

従って直角粗さ H の確率密度関数 $f(H)$ は次式で表される。

$$\begin{aligned} f(H) &= \frac{d\{1 - P_{r0}\}}{dH} \\ &= \left(\frac{cl \tan \alpha_0}{3J}\right) H^3 \exp\left(-\frac{cl \tan \alpha_0}{12J} H^4\right) \\ &= KH^3 \exp\left(-\frac{K}{4} H^4\right) \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $K \equiv cl \tan \alpha_0 / 3J$ である。

次に直角粗さ H が $J \leq H < 2J$ の場合 (図 4 (b)), H が創成されるためには、ベルト表層内の立体 U_{20}' 内に砥粒切れ刃が 1 個も存在しないことが必要である。この場合、上述の解析と同様に考えると、直角粗さ H の確率密度関数 $f'(H)$ は次式で表される。

$$f'(H) = K\{H^3 - (H-J)^3\} \exp\left[-\frac{K}{4}\{H^4 - (H-J)^4\}\right] \quad (10)$$

次に直角粗さ H が $H = 2J$ の場合の H の確率要素は $\int_{2J}^{\infty} f'(H) dH$ となる。

さて次にベルト N 回転後の直角粗さ H の確率密度関数 $f(H)$ は上述の解析と同様に考えて次式で表される。

$$f(H) = K\{H^3 - (H-J)^3\} \exp\left[-\frac{K}{4}\{H^4 - (H-J)^4\}\right] \quad (11)$$

ここで、 $H < NJ$ であり、 $H < J$ のときは $H - J = 0$ とする。

なお $H = NJ$ の場合の H の確率要素は $\int_{NJ}^{\infty} f(H) dH$ となるが、 N が十分大きいとき、この値はほとんど 0 になる。

次に J が一定でない場合、工作物の前加工面がある粗さをもつ場合、砥粒切れ刃の半頂角 α がある確率分布をもつ場合は、前述の有効切れ刃率の解析 (2.1.1 項参照) の場合と同様に考えればよい。

次に一定量研削後 $J=0$ としていわゆるスパークアウト研削したとき得られる限界直角粗さ H_c について考える (図 4 (c))。このとき H_c が創成されるためには、ベルト表層内の立体 U_{30}' 内に砥粒切れ刃が 1 個も存在しないことが必要である。この場合も上述の解析と同様に考えると、限界直角粗さ H_c の確率密度関数 $f(H_c)$ は次式で表される。

図 5 直角粗さ H の確率密度関数 $f(H)$ の計算結果

$$f(H_c) = K_c H_c^2 \exp\left(-\frac{K_c}{3} H_c^3\right) \quad (12)$$

ここで、 $K_c \equiv c[\tan \alpha]l$ である。

さて直角粗さ H の確率密度関数 $f(H)$ を式 (11) を使って計算した結果の一例を図 5 に示す。

3. 定荷重ベルト研削における実験結果と考察

3.1 ベルト表層の砥粒切れ刃分布、砥粒切れ刃密度、砥粒切れ刃半頂角の測定結果

図 6 (a) に示すように、固定したベルト表面を、鏡面仕上げした黄銅試片表面に押付け引っかき痕をつくると、砥粒切れ刃の平面的な位置 (x_i, y_i) (万能投影機で測定) は引っかき痕の開始点に一致する。更に砥粒切れ刃の黄銅試片表面に垂直な方向の相対的な位置 z_i は引っかき痕の深さを測定 (表面粗さ試験機使用) することにより求められる (図 6 (b))。そこで、これらの値を (x, z) 座標にとり (図 6 (c)), 左右の砥粒切れ刃数が等しくなるように中心線をひく。次にこの中心線上に中心をもち、

図 6 引っかき転写法

表2 ベルト研削条件

研削ベルト	AA 100
寸法 (長×幅)	1 525×100 mm
張力	205.8 N
コンタクトホイール	みぞなし
寸法 (直径×幅)	φ 150×115 mm
ゴム硬さ	80
工作物	S 45 C
断面寸法 (a×b)	17.7×17.7 mm
研削方式	定荷重乾式
研削速度	983 m/min
押付荷重 (平均)	14.7 N

プロットした最外層の砥粒切れ刃2個以上に接する円イロハ (黄銅試片接触部のベルト形状を円で近似する) をかき, 更にこの円の内側に同心円をつくる. この図から各領域に存在する砥粒切れ刃数を数えて, ベルト表層の深さ方向の砥粒切れ刃分布および砥粒切れ刃密度を求めることができる.

また上述の引っかかり転写法によって黄銅試片表面上につくられた引っかかり痕を表面粗さ試験機で測定した記録から, 砥粒切れ刃先端を円すいと近似してその半頂角 α の分布を求めることができる.

表2に示す研削条件でベルト研削するとき, 研削直前, 5 min 研削後, 10 min 研削後におけるベルト表層の砥粒切れ刃分布, 砥粒切れ刃密度, 砥粒切れ刃半頂角の測定結果を図7, 図8に示す.

3.2 工作物表層のマイヤ硬さ k の測定結果

工作物 (S 45 C) 表層のマイヤ硬さ k を微小硬度計を使い, 荷重を 0.245 N {25 gf} から 9.8 N {1 000 gf} まで変えて実測した.

図9は各荷重における微小硬度計インデンタの荷重分担面積 a_I とマイヤ硬さ k の関係の一例を示す. マイヤ硬さ k は一般に $k_0 a_I^{n-1}$ とおけるが, 図9から $n \approx 1$ としてよく, $k \approx k_0 \approx 2.74 \text{ GPa}$ {280 kgf/mm²}となる.

3.3 研削抵抗の実験結果

表2に示す研削条件でベルト研削を10 min 行った. そして15 sごとに研削抵抗 T, P (工作物保持具である八角形弾性リングに貼ったストレングージのひずみ変化を測定) およびベルト1回転当たりの切込み量 d (加工前後における工作物の重量を化学天びんで測定し, これから研削体積を計算し, 次にこの研削体積を工作物断面積とベルト回転数で除して求める) を測定した.

図10に実測した T/P と d/P の関係を示す. 図10において, T/P と d/P の関係直線を外挿し, 縦軸と交わる点から式(8)を参照して μ の値が0.66と求まる. またこの関係直線の勾配から式(8)を参照して $k\beta ab/l$ の値が求まるが, k, a, b, l が既知であるから β の値が1.3と

図7 砥粒切れ刃密度の測定結果

図8 砥粒切れ刃半頂角の測定結果

図9 マイヤ硬さ k と荷重分担面積 a_I の関係 図10 T/P と d/P の関係

なる.

なお工作物により $k\beta$ が決まるから, このときの砥粒切れ刃の $\tan \alpha$ がわかると, 式(8)から押付荷重 P のと

 図 11 直角粗さ H_{rms} の実験結果

 図 12 限界直角粗さ $H_{c,rms}$ の実験結果

きの Δ を計算で求めることができる。

3.4 研削仕上面粗さの実験結果

表 2 に示す研削条件でベルト研削を 10 min 行った。

図 11 に研削時間と共に変化する直角粗さ H_{rms} (二乗平均平方根粗さ) の実験結果の一例 (実線) を示す。なお同図には、各時点における Δ , $[\tan \alpha]$, c の実測値も付記してある。更にこれらの実測値を使って式 (11) で計算した直角粗さ H_{rms} の理論値 (点線) も示してある。

また図 12 は各時点における限界直角粗さ $H_{c,rms}$ (二乗平均平方根粗さ) の実験結果の一例 (実線) を示す。なお同図には、式 (12) で計算した限界直角粗さ $H_{c,rms}$ の理論値 (点線) も示してある。

図 11, 図 12 において、いずれも実験値は理論値より大きい値を示したが、この理由として次の二点が考えられる。

- (1) 理論解析の仮定として、工作物は砥粒切れ刃の通った幾何学的な形状のとおり研削されるとしたが、実際の研削においては工作物材料の盛上がり切残し現象が存在するからこの影響を考慮する必要がある。

- (2) ベルト表層の砥粒切れ刃分布、砥粒切れ刃密度の測定は静的な状態で行ったが、実際の研削においてはベルトの振動の影響 (特にベルトつなぎ目による振動の影響) があり、動的な状態でのこれらの値を知る必要がある。

なおこれらの問題については、今後更に詳細な検討を加えるつもりである。

4. 結 言

筆者らは定荷重ベルト研削における有効切れ刃率、平均切りくず断面積、平均切削断面積、平均荷重分担面積、研削抵抗、研削仕上面粗さなどについて理論解析を行った。そして次に定荷重ベルト研削実験を行い、研削抵抗、研削仕上面粗さを実測し、引っかけ転写法で得られたベルト表層における砥粒切れ刃密度と砥粒切れ刃半頂角の実測結果を基にして諸種の考察を試みた。

本研究で得られた主な結果は次の通りである。

- (1) 筆者らの実験に用いた AA 100 ベルトの場合、砥粒切れ刃の位置の分布 (深さ方向) は三角分布で表され、その密度は、研削前で 6 個/mm³・μm 程度でかなり小さい。また砥粒切れ刃半頂角の正接の平均も、研削前で 5 程度で小さい値を示す。これがベルト研削で高効率で得られる一つの理由と考えられる。
- (2) 定荷重ベルト研削の場合の、ベルト 1 回転当たりの切込み量 Δ および接線抵抗 T は次式で表される。

$$\Delta = \frac{lp}{k\beta ab} \times \frac{2}{\pi \tan \alpha}$$

$$T = \left(\frac{k\beta ab \Delta}{lp} + \mu \right) P$$

ここで、 l : ベルトの長さ、 P : 荷重、 k : 工作物のマイヤ硬さ、 β, μ : 実験定数、 a, b : 工作物の寸法、 $\tan \alpha$: 砥粒切れ刃半頂角の正接の平均である。

- (3) 定荷重ベルト研削の場合の研削仕上面粗さは、ベルト表層のトポグラフィとベルト 1 回転当たりの切込み量 Δ がわかれば推定できる。

文 献

- 1) 松井正己: 定荷重研削に関する研究 (第 1 報)——理論的解析, 精密機械, **41**, 7 (1975) 725.
- 2) S. Matsui: Statistical Approach to Grinding Mechanism—Influence of the Distribution in Depth for the Position of Grain Cutting Edges and the Distribution of Grain Tip Angles, Technology Reports, Tohoku Univ., **37**, 2, (1972) 297.
- 3) 松井正己: 平面の超仕上に関する研究 (第 3 報)——平面超仕上抵抗について, 精密機械, **22**, 11 (1956) 477.