研 究

歯車の回転振動に関する研究 (第2報)*

——実測した伝達誤差に基づく回転振動のシミュレーション——

武 藤 英 一** 丸 茂 千 尋*** 池 田 裕 文**

On the Rotational Vibrations of Gears

(2nd Report)

—The Simulation of Torsional Vibrations based
on the Actual Transmission Errors—Eiichi MUTO, Chihiro MARUMO
and Hirofumi IKEDA

Gear vibrations are simulated accurately by an analog computer on the hypothesis that the transmission errors and the tooth frictions are the main factors of gear vibrations. It is assumed that the gear teeth are rigid and always contact each other. The results of the simulations are compared with the results of the experiments, within the gear speed range of 60 rpm to 780 rpm. Consequently it

became clear that both wave forms are consistent accurately with each other. The results of the simulations and the experiments show that the wave forms of vibrations consist of three components; (a) $a\dot{\epsilon}$, the one proportionate to the first derivative of transmission error ϵ , (b) ΔT_f , the torque variation due to the tooth friction, and (c) $c\ddot{\epsilon}$, the one proportionate to the second derivative of ϵ . The first and the second components are effective in the gear speed range that the meshing frequencies are lower than the natural frequency of the gear system. The third component is effective if the gear speed exceeds the speed range mentioned above.

Key words: gear, vibration, transmission error, computer simulation.

1. 緒 言

歯車の誤差と振動あるいは騒音との関係については、従来から数多くの研究が行われてきており、各種の誤差と振動・騒音のレベル、あるいは周波数成分との関係などが論じられている^{1)~4)}。また他方、歯の強さの問題と関連して、歯にかかる動荷重と誤差との関係が論じられており、この方面からも、誤差と振動との関係が取扱われている^{5)~8)}。しかしながら、歯車の誤差は非常に複雑かつ不規則な要素も含んでおり、このため従来の研究では、誤差の形状を単純化して取扱っているものが多く^{9)~11)}、したがって現在なお、実際の誤差の形状と振動波形との因果関係が、厳密な意味で解明されているとは言えないように思われる。そこでいま、何らかの振動要因を仮定して、それに基づいて、回転振動波形を正確に合成することができれば、振動・騒音発生メカニズムの説明として、一つの有効な手段が得られるものと考えられる。

このような観点から筆者らは歯の弾性変形が無視できる程度の比較的軽い負荷のもとでの回転振動について、伝達誤差(1歯面かみあい誤差)と歯面摩擦とを振動要

因として、回転振動波形の合成を試みて、すでに前報においてその一部を報告した¹²⁾。しかしながら前報の段階においては、試験機の構造上、伝達誤差の測定精度が十分でなかったため、伝達誤差の測定に代えて、かみあい率1.0の場合にだけ当てはまる特殊な条件(歯面摩擦によるトルク変動が近似的に正三角形形状になるという条件)を利用して、伝達誤差の測定を省略し、かみあい率1.0の場合についてのみ回転振動波形の合成を行い、一応実験によって求めた回転振動波形との一致が得られたことを報告した。今回は運転試験機を新たに改良試作した結果、十分な精度で伝達誤差の測定ができるようになったので、実際に測定した伝達誤差波形に基づいて回転振動のシミュレーションを行い、回転振動波形の合成を行った。その結果実験結果ときわめて良好な一致が得られたので、その実験経過ならびに結果を報告する。

2. 実験装置

考察の対象とした歯車系は図1に示すような1対の歯車であって、従動側には一定の負荷トルク M_0 がかかり、

図1 考察の対象とした歯車系のモデル

* 原稿受付 昭和55年7月4日。昭和54年度精機学会秋季大会学術講演会(昭和54年10月11日)にて発表。

** 正 会 員 中央大学理工学部(東京都文京区春日1-13-27)

*** 正 会 員 中央大学理工学部(現・(株)コナール; 東京都板橋区志村2-16-20)

図2 歯車運転試験装置の原理(上)と実体構造図(下)

駆動側は比較的小さいねじり剛性を有する駆動軸を通して、駆動端が一定速度 Ω で回転しているものとする。そしてここでは、この歯車系の駆動側歯車の回転振動を取扱うものとする。

図2に実験装置の原理図と実体構造図を示す。基本的な構成は前報において用いたものと同様の構造であって、遊星運動機構を採用した動力循環式運転試験機である。図において、 G_1 と G_2 とが試験歯車、 G_3 と G_4 とが循環歯車であって、 G_2 と G_3 とが遊星歯車となって、 G_1 と G_4 のまわりを公転運動する。 G_4 は回転しないようにクランプされており、 G_1 は弾性軸を通してこれも回転しないように固定されている。 G_2 と G_3 とはコイルばねによって結合されているので、 G_4 を適当な角度だけ回して固定すると、コイルばねが同じ角度だけねじられ、これによって G_1 、 G_2 に一定の負荷トルクがかけられる。本実験装置に遊星運動機構を採用したのは、低速回転から高速回転に至る広い速度範囲において、厳密に一定のトルクをかけるためには、この方式が最も都合と思われるためである。歯車 G_1 の回転振動における角変位または静的な低速回転におけるトルク変動は、弾性軸のねじれをひずみゲージによって検出記録する。弾性軸はステンレス製の薄肉パイプで作られており、この軸には図3に示すような羽根式回転型ダンパが設けられており、これが弾性軸のばねと並列に作用して、歯車系に適当な減衰を与えるようになっている。

この試験機を遊星運動方式で運転する場合には、モータ M_1 によって駆動するが、この運転方式では安全上お

図3 羽根型ダンパの詳細図

よそ800 rpm程度が限度であるので、さらに高速で運転する場合には、本装置を図のA-A部分において右の部分切り離し、歯車 G_2 に直接負荷トルクをかけ、モータ M_2 を用いて弾性軸端を駆動することによって800 rpm以上での実験を行うことができる。今回は遊星運動方式によって780 rpmまでの実験を行った。

本試験機によって伝達誤差を測定する方法としては、試験機の構造および試験歯車の大きさの関係から、1対の基準円板とベルトとによる機械的方法を用いた。ベルトにはチタン箔製のものをたすきがけにして用いた。また検出素子としては非接触型のギャップセンサを用いた。このような方法を用いたため、伝達誤差の測定を歯車全周にわたって行うことができず、約1/2回転に相当する範囲の誤差波形を得るにとどまったが、今回の実験の範囲内では、実験結果との比較にあたって支障は生じなかった。この伝達誤差の測定精度が振動波形を合成する精度に大きな影響を与えるので、伝達誤差の測定にあたっては精度の維持に慎重な配慮が必要であった。たとえば本試験機の場合、回転部分の球軸受の微小なすきまが、伝達誤差波形の再現性に大きく影響することが分かったので、すきま調整の機構をつけ加えることにより、誤差波形を観察しながら最適のすきまが得られるように調節した。試験歯車の主な諸元は、モジュール3、歯数20、歯幅15 mm (G_1 、 G_2 とも同一寸法)、材質S45C、仕上はホブ切り高周波焼入れホーニング、精度はJIS5級程度である。

3. 回転振動波形合成の方法

歯車 G_1 の回転振動は次式によって与えられる¹²⁾。

$$J_0\ddot{\varphi} + \lambda\dot{\varphi} + K\varphi = \frac{M_0}{\Omega}\varepsilon + \Delta T_f + J_2\ddot{\varepsilon} \quad (1)$$

ここに、 φ は歯車 G_1 の振動角変位、 J_0 は歯車系の等価慣性モーメント、 λ はダンパによる粘性抵抗係数、 K は弾性軸のねじりばね定数、 M_0 は一定負荷トルク、 Ω は歯車 G_2 の公転速度、 ΔT_f は歯面摩擦による静的なトルク変動であって歯車の回転角の関数、 J_2 は歯車 G_2 およびそれに固定された軸系の慣性モーメント、 ε は伝達誤差である。なお歯数比は1対1である。

式(1)を用いるにあたっては、①歯が剛体であること、②歯面は分離しないこと、および③歯面摩擦係数は、

すべり速度には無関係に一定であること、という三つの前提がある。今回の実験において用いた負荷トルク(0.2 kgf・m)を用いて計算した(石川の式による)結果によると、歯先に荷重がかかった場合の弾性変形量は約0.6 μm であり、これに対して回転中の振動振幅は、系の固有振動数(140 Hz)よりも低いかみあい周波数の領域において、およそ13 μm であった。したがって、歯を剛体とみなす前提は成り立っているものと考えた。歯面分離については後にも述べるが、合成した振動波形と実験波形との相似性からみて、今回の実験の範囲内においては、分離は発生していないものと考えられる。また歯面摩擦については、摩擦のもつ複雑な性質を考慮に入れることは困難であるので、このように仮定せざるを得ないが、これも合成波形と実験波形との相似性からみて、許容されるものと思われる。

式(1)によって振動波形を合成するには次のような手順による。まず高速運転時と同一の負荷トルクのもとで、本装置を極めて低い速度(0.3 rpm)で回転させ、伝達誤差 ε とトルク変動 ΔT とを同時に測定する。ここに高速とは次のような回転速度を指すものとする。すなわち、いまこの装置の回転速度を徐々に低くして行くと、振動波形がある一定の形状に落ちつき、それ以下に速度を下げて波形が変わらないようになる。これは歯車の慣性が無視できる静的な回転であって、このような速度を低速回転と呼ぶことにする。次に速度を上げて行ったとき慣性項の影響が出はじめ、波形が変化しはじめる。この点を境にして、これ以上の回転速度をすべて高速回転と呼ぶことにする。このような定義による低速回転で測定した ΔT は、式(1)右辺第1項と第2項の和として現れるから、これを図4(a)に示すような方法によって、式(1)右辺第1項と第2項の各成分に分離し¹³⁾、この二つの成分波形を磁気テープに記録しておく。次に図4(b)に示すように、アナログ計算機に設定した式(1)の振動回路への振動強制項として、上記磁気テープに記録された波形を入力する。このとき強制項の第3項 $J_2\ddot{\varepsilon}$ を作るために、 $(M_0/Q)\dot{\varepsilon}$ をさらに1回微分する必要がある。図中の係数 ξ は、この第3項を得るために行う係数処理を表し、試験機の回転速度、平均トルク、微分時定数、タイムスケールなどによって設定される。これによって任意の回転速度における回転振動波形を合成することができる。また式(1)右辺の三つの項を強制項とする振動波形の3成分もそれぞれ同時に求められる。

以上のような波形合成の過程において、伝達誤

(a) 振動方程式右辺第1項および第2項を作成する手順

(b) (a)によって得た強制項を用いて振動波形を合成する手順

図4 回転振動のシミュレーションの手順

差波形は2回微分されることになるので、もし測定した伝達誤差波形の中にわずかでもノイズがあると、それが大きな障害になる。しかし、この波形合成の過程において測定される伝達誤差波形は、極めて低い速度(1ピッチ約10 s)で進行しているので、電気的ノイズあるいは外部振動等による比較的高い周波数のノイズを除去するフィルタは容易に適用できる。伝達誤差波形の信頼性については、図5に示す測定例でも確認される。同図は上から順に ε 、 $\dot{\varepsilon}$ および $\ddot{\varepsilon}$ の波形を示したものである。それ

(a) 伝達誤差波形

(b) 同上1次微分

(c) 同上2次微分

上: G_1 駆動, 下: G_1 従動

負荷トルク: 5 kgf・cm

図5 伝達波形誤差およびその微分波形についての波形の再現性

図6 式(1)右辺第1項および第2項の強制項波形例

それぞれ同じものを二つずつ並べて示してあるのは、上の方が歯車 G_1 が駆動側となるような方向に回転した場合の波形、下の方は回転方向を逆向きにしたときの波形である。10 Hz を折点周波数とする2段RCフィルタを通してある。

伝達誤差波形は負荷トルクの小さい場合には、ほぼ純幾何学的なものと考えてよく、同一箇所を回転方向を逆にして測定したとき同一の波形が得られるべきものであるが、装置の回転部分のわずかのすきま等があると、両波形の完全な一致は得られない。同図を見る限りでは、2次微分の波形に多少の違いが見られるものの、ほぼ完全に両者は合致しており、誤差波形の信頼性を示すもの

と考えられる。なお図中の矢印は記録波形の進行方向を示す。

4. 合成波形と実験による振動波形の比較および考察

図6は図4(a)の方法によって磁気テープに記録した式(1)右辺第1項($M_0 \dot{\epsilon} / Q$)、および第2項(ΔT_f)の波形の一例を示す。今回の実験では、かみあい率は約1.4であって、 ΔT_f の波形には、かみあい率1.4のときに現れる特徴が明りよ

うに現れているのが分かる。これらの波形をもとにして、前項で述べた方法によって振動波形を合成し、一方実験によって、各回転速度における振動波形を記録し、両者の比較を行った。図7に両者の波形の比較を示す。回転速度60 rpm から780 rpm の範囲で比較を行った。図には各回転速度ごとに、実験による波形(上)、および合成波形(下)を1組ずつ並べて示してある。かみあいの各歯の位置が大体同じ位置にくるように配置してある。実験による振動波形の再現性についてのデータは示していないが、実験では各回転数について1回転ごとに完全に再現性のある振動波形が繰返されている。一方、合成波形の方は、約1/2回転の範囲の伝達誤差波形をもとに

図7 実験による振動波形(上)とシミュレーションによる合成波形(下)の比較

して合成されているので、その範囲内でしか波形を作ることができなかったが、同図に見られるように、実験との比較は十分可能である。

これらの波形を比較すると、今回実験を行った全速度範囲にわたって、かなり細部に至るまで両波形はよく一致していることが分かる。このような一致の程度からみて、式(1)は振動発生メカニズムの説明に有効なものであると考えられる。また図8は、全振動波形を構成している成分波形が、各回転数によってどのように変化するかを示すものであって、 S_1 は式(1)右辺第1項と第2項の和、 S_2 は第3項のみによって生ずる成分波形を示す。そして S_1 と S_2 の和が全振動波形であって、図7に示した合成波形がそれに相当する。これらの成分波形の性質については前報において詳述したが、そのことは今回の実験においても同様のことがいえる。すなわち式(1)右辺第1項と第2項は速度に無関係に一定の大きさをもつ強制項であるので、歯車系の固有振動数(140 Hz)より低いかみあい周波数を与える速度領域(420 rpm以下)において顕著であり、それよりも高い回転数では次第に消滅して行くのが見られる。また第3項のみによる振動波形は、前報においても述べたように、強制項の大きさが速度の2乗に比例して大きくなって行くので、系の固有振動数を越える高い速度でも消滅することなく存在する。この第3項による振動成分 S_2 が、どのあたりの回転速度から現れ始めるかは、伝達誤差波形に含まれる周波数成分によって異なるが、少なくとも系の固有振動数よりも相当低いかみあい周波数の領域ではほとんど現れない性質のものである。第3項自体は回転速度の増加とともに限りなく増大して行く性質のものであるが、実際には歯面分離などの現象によって、式(1)が成り立つ速度には上限がある。その上限の値については実験的にはまだ確認していない。また今回の実験において歯面分離が生じていないことは、次のようにして理論的に推定することができる。歯面分離は、歯の接点に作用する歯面力が負になったときに歯面分離が始まると考えられるので、歯面力あるいは歯面力によるトルクが負になる部分があるか否かが確認できればよい。歯面力によるトルクがゼロまたは負になる点は次式を計算することによって知ることができる。

$$J_1\ddot{\varphi} + \lambda\dot{\varphi} + K\varphi + M_0 \leq 0 \quad (2)$$

ただし、 J_1 は歯車 G_1 側の慣性モーメントである。 φ には、式(1)を計算した結果得られた φ の値を代入して計算する。式(2)左辺の値を計算したのが図9である。この

図8 式(1)右辺第1項と第2項の和による振動波形(S_1)と、第3項のみによる振動波形(S_2)

計算にはミニコン YHP 1000 を用いた。計算のフローチャートを図10に示す。図9はかみあい周波数 220 Hz、負荷トルク 0.001 kgf・m、0.01 kgf・m、および 0.1 kgf・m の3種類についての計算例である。この計算例からも分かるように、負荷トルクを増加して行くと歯面力によるトルクが負になる部分が減少し、歯面分離を生じなくなることを示している。今回の実験においては負荷トルク 0.2 kgf・m であるので、歯面分離は生じていないことがこの計算結果から推定される。なお歯面分離振動の詳細については続報にゆずりたい。

5. 結 言

以上のように、歯車の回転振動のシミュレーションを行って振動波形を合成する試みについて、前回の報告に引きつづき、今回は実測した伝達誤差に基づくシミュレーションを実施し、合成した波形が実験結果と良好な一致が得られた。これを要約すると次のようになる。

- (1) 伝達誤差と歯面摩擦とを静的な低速回転において測定し、この測定結果を用いて最高 780 rpm までの速度範囲において振動波形を合成し、実験による振動波形と良好な一致が得られた。

図9 式(2)を用いて歯面力の正負を確認した計算結果

図10 歯面の分離を考慮に入れた振動波形の計算

(2) 振動波形の合成を行うに当たって, 仮定した三つの前提, ① 歯の弾性変形を無視したこと, ② 歯面の摩擦係数を速度に無関係に一定としたこと, および

③ 歯面の分離は生じないこと, はすべて成立しているものと考えられる。

(3) 振動波形を構成している三つの成分, ① $M_0\dot{\phi}/Q$, ② ΔT_f , および ③ $J_2\ddot{\phi}$ 等の性質について, 前報¹²⁾において述べた諸項目は, 今回の実験においても, すべて成り立っていることが確認された。

(4) 伝達誤差波形の測定が1/2回転の範囲に限られたため, この範囲内での波形合成しかできなかったことは, 今回の実験での欠点の一つであるが, 今回実施した速度の範囲内では特に支障はなかった。しかし, さらに高速の領域にまで実験を拡大する場合, あるいはまた歯面分離振動についてのシミュレーションを行う場合, 合成波形が定常状態に達するのに, 1/2回転では不足することも考えられるので, それに対する配慮が必要となる。

なお, これらの問題点あるいは実験条件の拡大等については引きつづき検討を続ける予定である。終わりに試験機の製作にあたって多大のご協力をいただいた中央大学堤清太郎氏に厚く謝意を表する。

参考文献

- 1) D. B. Welbourn: Gear Errors and their Resultant Noise Spectra, Gearing in 1970, IME Proc., (1970) 131.
- 2) H. K. Kohler & A. M. Thompson: Dynamics and Noise of Parallel-axis Gearing, Gearing in 1970, IMF Proc., (1970) 111.
- 3) G. Niemann: Geräuschuntersuchungen an schrägverzahnten Stirnrädern, Konstruktion, 18 Jg., (1966) 129.
- 4) A. Toppe: Geräuschregung bei Stirnrädern unter Berücksichtigung der Fertigungsgenauigkeit, Ind. Anz., 34, (1968) 33.
- 5) 歌川正博, 原田達男: ピッチ誤差のある平歯車的高速度における動荷重, 日本機械学会論文集, **27**, 181 (1961).
- 6) 久保愛三ほか: 超高速歯車装置に関する研究 (第2報, 第3報), 日本機械学会論文集, **38**, 314 (1972) 2701, 2709.
- 7) H. Opitz: Dynamic Behaviour of Spur and Helical Gears, JSME Semi Int. Symp. Paper, (1967) 199.
- 8) J. G. Bollinger u. M. Bosch: Ursachen und Auswirkungen dynamischer Zahnkräfte in Stirnradgetrieben, Ind. Anz., 19, (1964) 25.
- 9) B. Porter: Critical Speed of Torsional Oscillation of Geared-shaft Systems due to Presence of Displacement Excitation, J. Appl. Mech., March (1964) 25.
- 10) J. G. Bollinger: Darstellung des dynamischen Verhaltens eines nichtlinearen Zahnradgetriebesystems auf dem Analogrechner, Ind. Anz., 6, (1963) 961.
- 11) 寺内喜男ほか: 平歯車における動荷重の考察, 日本機械学会論文集, **33**, 247 (1967) 465.
- 12) 武藤英一ほか: 歯車の回転振動に及ぼすかみあい誤差と歯面摩擦の影響, 精密機械, **39**, 8 (1973) 818.
- 13) 武藤英一ほか: 歯車のトルク変動に及ぼすかみあい誤差と歯面摩擦の影響, 精密機械, **37**, 8 (1971) 572.