直線歯形内歯車対の各種誤差について*

石川 雄一** 梅澤 清彦**

On the Manufacturing and Mounting Errors of Straight Line Tooth Profile Internal Gears

Yuichi ISHIKAWA and Kiyohiko UMEZAWA

A pair of a straight line tooth profile internal gear and an approximated tooth profile mating pinion has been developed to provide easy manufacture of highly accurate internal gear. Already, it was clarified theoretically and experimentally that these internal gears could mesh each other with an allowable angular transmission error. In this paper, influences of the manufacturing errors and the mounting error of center distance on the tooth-to-tooth angular transmission accuracy of these internal gears are investigated by the numerical

calculation and the experimental measurement. As a result, they are concluded that the manufacturing and mounting errors do not have much effect on the angular transmission accuracy, and that relatively broad tolerances are permitted in the manufacturings and mountings. Moreover, it is found that even if manufacturing errors exist in these internal gears, the resulting angular transmission errors can be reduced by intentionally mountings with adjusting the center distances.

Key words: internal gears, straight-line tooth profile, approximated circular-arc tooth profile, angular transmission error, manufacturing error, assembling error.

1. 緒 言

内歯車の歯形を直線とし、これとかみあう小歯車の歯形を近似円弧歯形とすることによって、加工が容易な内歯車対を試作した結果、よい精度の回転伝達が実現できることを明らかにした¹⁾²⁾。本研究では加工時の基本諸元寸法の設定誤差や組立時の中心距離の誤差が歯車対としての回転伝達精度に及ぼす影響について理論ならびに実験による検討を加えた。

2. 接線座標系による回転伝達誤差の計算

直線歯形内歯車と近似円弧歯形小歯車の内歯車対は機構学的必要条件を満足していないため、たとえ加工時や組立時の誤差がまったくなくても回転伝達誤差を生ずる。ここで近似円弧歯形は直線歯形内歯車と機構学的に正しくかみあう歯形を最小自乗法によって近似したものであり、近似による歯形法線方向の誤差は表1に示す諸元のもとでは4 μ m程度の十分に小さな量におさまっており(図1)、回転伝達誤差もわずかであると考えられる。

しかしながら直線歯形や円弧歯形ではインボリュート歯形と異なり、歯形法線方向の長さと同転角の間に厳密な比例関係がないため、回転伝達誤差を近

似による長さの誤差から換算して求めることは容易ではない。

そこで成瀬らによる機構学的必要条件を満足しない歯車対(ひっかかり車)の接線座標系によるかみあい方程式³⁾を用いて、本歯車対の回転伝達誤差を直接求めることにする。

表1 内歯車対の諸元

	内 歯 車	小 歯 車
歯 形	直線歯形	近似円弧歯形
モジュール m (mm)	3	3
歯数 z	60	24
基準ピッチ直径 (mm)	180	72
歯形の諸寸法	オフセット量; $b=32.253$ mm ($\alpha_{0INT}=21^\circ$)	近似円弧の中心位置; $R_0=34.774$ mm 近似円弧の半径; $R_c=21.658$ mm 近似による全偏差量; 4.2 μ m
歯末のたけ係数 h_k	1.0	1.0

Fig.1 Deviation between theoretical and approximated circular-arc tooth profile of pinion

* 原稿受付 昭和56年6月22日。昭和55年度精機学会春季大会学術講演会(昭和55年3月28日)にて発表。

** 正会員 東京工業大学精密工学研究所(横浜市緑区長津田町4259)

Fig. 2 Tangential coordinate system of straight-line tooth profile internal gear and circular-arc tooth profile pinion

2.1 直線歯形内歯車と近似円弧歯形小歯車の回転伝達誤差の計算法

図2において各々の歯形を接線座標系すなわち歯形上の点の中心からの距離 R_1, R_2 と、その点での接線と半径線のなす角 σ_1, σ_2 で表す。ただし添字 1 は小歯車、2 は内歯車を表す、内歯車の直線歯形は

$$R_2 \sin \sigma_2 = b \quad (1)$$

ただし

$$\begin{aligned} b &= R_{20} \sin \alpha_{0INT} \\ &= \frac{z_2 m}{2} \sin \left(\gamma + \frac{\pi}{2z_2} \right); \text{オフセット量} \end{aligned} \quad (2)$$

(m ; モジュール, z_2 ; 内歯車歯数, R_{20} ; 内歯車のピッチ円半径, α_{0INT} ; ピッチ点における圧力角, γ ; 傾斜角)と表され、また小歯車の近似円弧歯形は

$$R_0^2 = R_1^2 + R_c^2 - 2R_c R_1 \sin \sigma_1 \quad (3)$$

(R_0 ; 円弧中心の歯車中心からの距離, R_c ; 円弧半径)で表される。

さて歯形の接触点における共通法線と中心連結線との交点を P とすれば、定速比歯車対の場合 P 点はいわゆるピッチ点とよばれる定点になるが、ここでとりあげているような不定速比歯車対の場合にはかみあいの進行と共に P 点が中心連結線上を移動し ξ は変化する。この場合のかみあい方程式は次式になる。

$$\left. \begin{aligned} R_1 \cos \sigma_1 &= \xi \sin \theta \\ R_1 \sin \sigma_1 &= \xi \cos \theta + r \\ R_2 \cos \sigma_2 &= (A + \xi) \sin \theta \\ R_2 \sin \sigma_2 &= (A + \xi) \cos \theta + r \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

($A = R_{20} - R_{10}$; 中心距離, R_{10} ; 小歯車のピッチ円半径) 式(1), (2), (3)を式(4)に代入し連立させて解けば θ をパラメータとする ξ と r の関係、すなわち接触点軌跡の式(5), (6)が得られる。

Fig. 3 Tangential coordinate system of straight-line tooth profile internal gear and involute tooth profile pinion

$$\left\{ \begin{aligned} \xi &= \frac{\sqrt{R_0^2 - (R_c - b + A \cos \theta)^2}}{\sin \theta} \\ r &= b - (A + \xi) \cos \theta \end{aligned} \right. \quad (5)$$

$$r = b - (A + \xi) \cos \theta \quad (6)$$

また両歯車の回転角 φ_1, φ_2 は式(7), (8)で表されるので $\varphi_{1s}, \varphi_{2s}$ をかみあい始め(内歯車の歯先*がかみあう)での初期値とすれば、回転伝達誤差 $\Delta\varphi$ は式(9)で表される。

$$\varphi_1 = \cos^{-1} \left(\frac{\xi \sin \theta}{R_0} \right) + \frac{\pi}{2} - \theta \quad (7)$$

$$\varphi_2 = \theta + \alpha_{0INT} - \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varphi &= (\varphi_2 - \varphi_{2s}) - \frac{\varphi_1 - \varphi_{1s}}{i}; \text{内歯車側角度} \\ &= (\varphi_1 - \varphi_{1s}) - (\varphi_2 - \varphi_{2s})i; \text{小歯車側角度} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ただし、 $i = z_2/z_1$

また歯形上の接触点の両歯車の中心からの距離は次式で表される。

$$R_1 = \sqrt{\xi^2 + r^2 + 2r\xi \cos \theta} \quad (10)$$

$$R_2 = \sqrt{b^2 + (A + \xi)^2 \sin^2 \theta} \quad (11)$$

かみあいの範囲は R_2 が内歯車の歯先点になる点 ($R_2 = R_{k2}$, かみあい始め) から R_1 が小歯車の歯先点になる点 ($R_1 = R_{k1}$, かみあい終わり) までであり、この範囲内で計算を行った。

2.2 直線歯形内歯車とインボリュート歯形小歯車の回転伝達誤差の計算法

前項の近似円弧歯形小歯車を用いた内歯車対との比較のために小歯車をインボリュート歯形とした場合(図3)についても計算を行った。計算式のうち前項と異なる式のみを以下に示す。小歯車のインボリュート歯形は

$$R_1 \cos \sigma_1 = R_g = R_{10} \cos \alpha_0 = \frac{z_1 m}{2} \cos \alpha_0 \quad (3')$$

* 内歯車の中心に近い方を歯先とする。

Fig. 4 Angular transmission error of straight-line tooth profile internal gear and involute tooth profile pinion

(R_g ; 基礎円半径, α_0 ; 基準圧力角)

となり, 以下の式が得られる.

$$\xi = \frac{R_g}{\sin \theta} \quad (5')$$

$$\varphi_1 = \frac{b - A \cos \theta}{R_g} + \theta - \frac{\pi}{2} \quad (7')$$

$$R_1 = \sqrt{R_g^2 + (b - A \cos \theta)^2} \quad (10')$$

2.3 誤差のまったくない場合の計算結果

表1の諸元のもとで誤差のない条件で計算した, 直線歯形内歯車とインボリュート歯形小歯車の回転伝達誤差を図4に, 円弧歯形小歯車とのそれを図5のオフセット誤差がないと表示($\Delta b = 0$)した値で示す. なおこの計算では誤差による歯形の干渉や歯先縁かみあいについては考慮していない. 図中1歯のかみあいは内歯車歯先から始まり小歯車歯先で終わるが, 1ピッチ分回転すると次の隣の歯がかみあいに入るために結局回転伝達誤差は図の山を連ねた包絡線をたどることになる.

近似円弧歯形小歯車の内歯車対では, 内歯車側角度で約8°程度の, したがってピッチ円上で3.5 μm程度の等価合成誤差内の高精度な回転伝達が実現できることが明らかである. インボリュート歯形小歯車との内歯車対の場合にはなめらかな形状とはなっているが, インボリュート歯形では小歯車歯形としての近似度が悪いため1.5°程度の格段に大きな回転伝達誤差を生ずることがわかる.

3. 加工時の基本諸元寸法の設定誤差による影響

直線歯形内歯車と近似円弧歯形小歯車の工作に際しては基本諸元のうちの直線歯形の傾斜角 γ ないしオフセット量 b や近似円弧歯形の円弧中心の小歯車中心からの距離 R_0 , 円弧半径 R_c を設定する必要がある. これらの寸法を設定する際の許容誤差範囲を明らかにするために, それぞれの寸法の誤差が回転伝達精度に及ぼす影響について調べることにした. そこで2.1項で示した計算式中

Fig. 5 Angular transmission error with the locating error of b

Fig. 6 Angular transmission error with the locating error of R_0

の b や R_0 , R_c にあらかじめ設定誤差を見込むことによって同様な計算を行い, またあわせて片歯面かみあい試験機を用いて測定を行った.

3.1 計算結果

計算結果の一例を図5, 6, 7に示す. いずれも設定誤差があることによって回転伝達誤差は大きくなり, 正と負の設定誤差のもとでその形状が逆になることがわかる. また b や R_0 に正, R_c に負の設定誤差がある場合の形状は類似しており, 内歯車側が進みながらかみあいが進行し, かみあい終わりで急激に遅れるという傾向があり, 内歯車の歯先近傍はかみあいに参加しないことがわかる. 同様に b や R_0 に負, R_c に正の設定誤差がある場合の形状は類似しており, 内歯車歯先で急激にかみあいが始まり, 内歯車側が遅れながらかみあいが進行し, 小歯車の歯先近傍はかみあいに参加しないことがわかる. こ

Fig. 7 Angular transmission error with the locating error of R_c

Fig. 8 Influence of the locating errors on the tooth-to-tooth angular transmission error

Fig. 9 Built-up internal gear

の場合は内歯車歯先に衝撃的な強い当たりを生じて、より不都合である。

以上のような結果をまとめて包絡線の山の高さや各種設定誤差の量との関係を図8に示す。この図から R_0 の

Fig. 10 Angular transmission error of the internal gears with the locating errors

Fig. 11 Theoretical angular transmission error with the measured result of the tooth profile error

設定誤差による影響が格段に大きいのでこれの設定に最も注意を要すること、回転伝達誤差を内歯車側角度で $10'$ 、ピッチ円上で $4.4 \mu\text{m}$ 以内におさえるためには b を -25 から $65 \mu\text{m}$ 、 R_0 を -5 から $10 \mu\text{m}$ 、 R_c を -70 から $20 \mu\text{m}$ 程度の比較的大きな許容誤差範囲内で設定すれば十分であることが明らかになった。

3.2 実験による検証

前項での計算結果を実験的に確認するためにコマ歯形の直線歯形内歯車と成形研削仕上げした近似円弧歯形小歯車の内歯車対について演算式片歯面かみあい試験機⁴⁾を用いた回転伝達誤差の測定を行った。

ここでコマ歯形内歯車は組立式の内歯車であり(図9)、全面研削したラック形のコマ歯を精密割出盤(カールツァイスエナ社製315型)上で円盤の上に正しいピッチで固定したものであり、コマ歯の組付け方でオフセット量に設定誤差 Δb を与えることができる。

図10は意識的にオフセット量の設定誤差 Δb をつけたコマ歯形内歯車とほとんど誤差のない近似円弧歯形小歯車の内歯車対の測定結果である。歯数に相当する数の山の明りょうかつ規則的に並んでいることがわかる。この山の高さ、すなわち1歯ごとのかみあいでの回転伝達誤差は内歯車側角度で $2'$ 程度であり、図5における正の Δb がある場合とその形状が類似している。

さてこの内歯車の歯形誤差を既に開発した3次元測定機を用いた精度測定システム⁵⁾によって測定した結果を図11(a)に示す。大きく傾いた歯形誤差が認められ、オフセット量にして1.4mmに達する大きな設定誤差があることがわかる。このオフセット量誤差 Δb を見込んで2.1項に示した

Fig. 12 Angular transmission error with the mounting error of center distance A

計算式により計算した回転伝達誤差の計算結果を図 11 (b) に示す。1 歯ごとの伝達誤差の形状ならびに山の高さ ($2'2''$) は共に図 10 の測定結果とよく一致しており、この回転伝達誤差の計算法が妥当なものであることが確かめられた。

4. 組立時の中心距離の誤差による影響

直線歯形やサイクロイド歯形などの歯車対では回転伝達精度が中心距離の誤差に敏感に影響されるという欠点があり、この点でインボリュート歯形が有利であることが従来よりいわれている。そこで 2.1 項の回転伝達誤差の計算式中の中心距離 A に誤差 ΔA を見込んで計算を行い、あわせて測定を行って、この影響の度合を調べた。

4.1 計算結果

図 12 に計算結果を示す。中心距離 A に負の誤差すなわちバックラッシが増加する方向の誤差がある場合は先の b や R_0 に正の設定誤差がある場合と同様な伝達誤差の形状になる。また正の誤差すなわちバックラッシが減少する方向の誤差がある場合にはまったく逆の形状になり、内歯車の歯先に強い当たりを生じ不都合であることがわかる。

1 歯ごとの伝達誤差の山の高さと中心距離の誤差との関係をとって図 13 に示す。正側に比べて負側に中心距離の誤差がある方が伝達誤差は小さくおさまリ、その形状からも有利であること、加工時の基本諸元寸法の設定誤差による影響よりは敏感に影響を受けることがわかる。また図中には JGMA による中心距離の寸法許容差規格をあわせて示したが、中心距離に H 10 の 0.1 mm の誤差があったとしても $30''$ 程度の影響しかなく伝達誤差

Fig. 13 Influence of the mounting error of center distance A on the tooth-to-tooth angular transmission error

Fig. 14 Angular transmission error with the mounting error of center distance A

を $10''$ におさえるためには中心距離を -20 から $10 \mu\text{m}$ の許容誤差範囲内で組立てればよいことが明らかになった。

また図中にあわせて示した圧力角が 20° のインボリュート歯形小歯車との内歯車対の場合には大きな伝達誤差を生ずるが、中心距離の誤差には鈍感であることが明らかになった。

4.2 実験による検証

オフセット量 b を正しく設定し、ほとんど誤差のないコマ歯形内歯車と近似円弧歯形小歯車の内歯車対の回転伝達誤差の測定結果を図 14 に示す。中心距離が正規より変化するに従い 1 歯ごとの伝達誤差の山が徐々に大きくなること、正の中心距離誤差と負のそれとは伝達誤差の形状が逆になっており、図 12 の計算結果とその傾

Fig. 15 Angular transmission error of the internal gears with the locating errors corrected by adjusting the center distance A

向がよく一致していることが明らかである。この測定結果から1歯ごとの伝達誤差の山の高さと中心距離誤差の関係をとりて図13中にプロットした。若干のばらつきと誤差を生じてはいるものの傾向としてはほぼ一致していることが明らかになった。

5. 加工時の基本諸元寸法の設定誤差による影響 を中心距離を変えて組立てて補正する方法

5.1 補正法

以上のように加工時の設定誤差による回転伝達誤差と組立時の中心距離の誤差によるそれとが似かよった形状を示していることに注目すると、製作された内歯車対の直線歯形と円弧歯形に加工誤差があったとしても、加工時の基本諸元寸法の設定誤差が求められれば、この内歯車対を意識的に正規の寸法から変えて組立てることで回転伝達誤差を最小限に相殺補正することができる。図15で一点鎖線は b, R_0, R_c にそれぞれ $\pm 0.1 \text{ mm}$ の設定誤差がある内歯車対を正規の中心距離でかみあわせた時に生ずるであろう回転伝達誤差であるが、この内歯車対をその中心距離を 0.14 mm 大きく又は小さくして組立てることで加工時の設定誤差がまったくないときとほぼ同程度の伝達誤差にまで改善することができる。

5.2 実験による検証

以上のような特徴を実験的に確かめるためにコマ歯形内歯車対を用いて回転伝達誤差の測定を行った。この内歯車対の精度を測定した結果、内歯車の直線歯形にはほとんど誤差がないが、小歯車の円弧歯形には図11と同

Fig. 16 Effect of the mounting error of center distance A on the angular transmission error of the internal gears with the locating errors

Fig. 17 Effect of the center distance A on the tooth-to-tooth angular transmission error of the internal gears with the locating errors

様の測定結果から R_0 にほぼ 0.06 mm の誤差があることがわかった。この内歯車対を中心距離を変えて組立てたときの回転伝達誤差の測定結果を図16に示す。

更に1歯ごとの伝達誤差の山の高さと中心距離との関係を図17に示す。図中には先と同様な方法によって計算した1歯ごとの伝達誤差を実線で示した。測定結果と計算結果はほぼ一致しており、中心距離を正規より 0.1 mm 大きくして組立てたときに伝達誤差は最小になることがわかった。

以上のようにこの歯形の内歯車対はインボリュート歯形の内歯車対と異なり、中心距離の誤差が回転伝達精度に影響を及ぼすが、逆にこの性質を利用することによって加工時の誤差による影響を最小限に相殺補正し改善することができるという特徴があることが明らかになった。

6. 結 言

- (1) 直線歯形内歯車と近似歯形小歯車の内歯車対の回転伝達誤差の計算を行い、機構学的歯形を最小自乗法によって近似した近似円弧歯形小歯車との内歯車

対は伝達誤差が小さくおさまることを明らかにした。

- (2) この内歯車対について加工時の基本諸元寸法の設定誤差による回転伝達精度への影響を明らかにし、この影響は比較的小さいので加工精度が上げやすいこと、 R_0 の設定誤差による影響が大きいため、この設定に最も注意を要すること、またそれぞれの設定寸法の許容誤差範囲を明らかにした。
- (3) 組立時の中心距離の誤差による回転伝達精度への影響について検討し、その影響は比較的小さく広い許容誤差範囲内で組立てればよいことを明らかにした。
- (4) 本歯形の内歯車対ではたとえ加工時の基本諸元寸法の設定誤差があっても、中心距離を意識的に正規の寸法から変えて組立てることによって、回転伝達誤差を最小限に相殺補正し改善することができるというインボリュート歯形にはない特徴があることを

明らかにすることができた。

終わりに、御指導頂いた東京工業大学名誉教授・電気通信大学石川二郎教授に謝意を表します。

文 献

- 1) 石川雄一, 石川二郎: 直線歯形内歯車に関する研究 (第1報)——直線歯形内歯車と噛みあう小歯車の近似歯形, 精密機械, **44**, 9 (1978) 1136.
- 2) 石川雄一, 梅澤清彦: 直線歯形内歯車対の工作法と精度測定法, 精密機械, **48**, 6 (1982) 720
- 3) 成瀬政男, 戸部俊美: ひっかかり車と変速切削法について (歯形論的考察), 日本機械学会論文集, **17**, 59 (1951) 122.
- 4) 梶谷 誠, 石川二郎, 加藤平三郎: 演算式一歯面噛みあい試験機, 昭和48年度精機学会秋季大会学術講演会前刷 (1973) 193.
- 5) 石川雄一, 梅澤清彦: 直線歯形内歯車に関する研究 (第3報), 各種誤差の回転伝達精度への影響, 昭和55年度精機学会春季大会学術講演会講演論文集 (1980) 192.

■ □ 事務局便り ■ □

精機学会会員の皆様、いかがお過ごしですか? 「事務局便り」今月の担当は、ピッカピカの(もう、光も鈍くなったかな)一年生職員の佐藤美香子です。

はじめまして。と言っても、春季大会や講習会の受付、あるいは見学会の引率として、既にお目にかかっているかもしれませんね。事務局に入って4か月も経ったというのに、学生気分が抜けきらずフラフラしているチビの女の子、あれが私です。まだわからないことだらけで、会員の皆様にも多大なご迷惑をおかけしていることと思います。でも、私も必死で勉強中(……のつもり?)ですので、暖かく見守ってやって下さい。

さて、私が社会人となって痛切に感じるのは、これまでいかに怠惰に過ごしていたかということと、世間一般の常識を何も知らないという恐ろしい現実です。何しろ、友人から“姫”(これは決して、私が上品だとか

女らしいとかいう好意的なものではないのですよ!)というニックネームをもらったぐらい「あなた任せ」で「マイペース派」の私です。本当に世間知らずのお姫さまもいいところで、無力な自分にあきれてしまいます。特に、春季大会のお手伝いに来ていたころなど先生方の顔が全部同じに見えてしまうし、会話は宇宙人がしゃべっているのじゃないかと思うほど聞き取れないし、そして仕事は何から手をつけていいのか見当もつかない……といった具合で、まだ職員になっていない間から辞めることばかり考えていた有様です。

こんな私ですが、事務局の優しく頼もしい(!)諸先輩に励まされ、何とかここまで来ることができました。そして、ようやく仕事の面白さもわかりかけてきたところです。ともかく、早く一人前になれるよう頑張りたいと思います。では、皆様からのファン・レターならぬ事業への参加申込み書を、心よりお待ちしております。どうぞよろしく。

(事業課 佐藤美香子)