2 自由度系の衝突振動 (第 1 報)*

—運動および安定性の解析—

小 泉 邦 雄** 横 山 恭 男***

Vibration with Collision of Two-degrees-of-freedom System (1st Report)
—Analyses of Motion and Stability—

Kunio KOIZUMI and Yasuo YOKOYAMA

This study treats of the vibration with collision of the two-degrees-of-freedom system for the application to machinings or formings. The improved hammering machine due to the analytical results is designed for improvement of the dynamic properties and reduction of transmissive force and noise levels. The behavior of the model can be analysed by connection of sectional linear solutions. This paper presents basic equations that express the periodic motion, setting gap of the rigid stop and colliding velocity of the impactor, respectively. Then, provides regions of gap for the steady-state motion

in the repetitive impact which have the same period as that of an excitation. The approximate equations with small damping are set up, which are useful for the practical applications. The colliding vibration properties of the system has some similarities to that of one-degree-of-freedom system: waveforms of the impactor and the exciter look like sinusoidally at primary resonances. The impact of vibration reduces at other resonances. In the frequency range under fundamental frequency, the stable region of gap becomes narrow and there are the infinite multitude of high order resonances, therefore, the frequency range isn't available for the industrial applications.

Key words: vibration with collision, colliding vibration, repetitive impact, hammering machine, two-degrees-of-freedom system.

1. 緒 言

物体が衝突を繰り返しながら運動する振動現象を衝突振動と称する。衝突振動の工学的応用は広いが、衝撃力を連続的に発生することに注目して、特に加工の分野で多く利用されている。近年、衝撃加工機械の加工能力の向上および高速化によって、発生する振動・騒音が作業環境を悪化させるとともに、この種の機械が機械工業における主要な公害源となっている。従来、このような振動・騒音問題を解決するには、機械自体には何ら手を加えずに機械外部に防振・防音対策を施すことが多かったが、抜本的な改善を行うには防振・防音機能を有する機械構造を開発する必要があると思われる。本研究は、ハンマリングマシンを対象として、従来の機械の動作特性の改善と振動・騒音の低減を図るために新しい構造の機械の開発を目的としている。この機械は、ハンマとこれを加振するハンマ駆動部を分離してお互いをばねで連結し、更にハンマ駆動部を本体からばねで支持して 2 自由度のハンマ系を構成するとともに、本体に剛に支持され

た被衝突体である加工台がハンマに対向して設置されているような構造となっている。このモデルでは、ハンマの振れの拡大と衝撃力の反力がハンマ駆動部へ伝達するのを防ぐためにハンマがハンマ駆動部から弾性支持されており、更にハンマ駆動部を本体から弾性支持して発生する力が本体へ伝達するのを絶縁している。1 自由度系のばねの質量を集中質量で置き換えて 2 自由度系で表現したモデルがあるが¹⁾、無減衰としているところが本研究のモデルと異なっている。

本報では、励振力と等しい周期を持つ定常衝突振動を線形解を接続する方法で求めるとともに、運動が安定に持続する条件を明らかにしており、改善された衝撃加工機械への応用のための基礎となるものである。

2. 運 動 解 析

改善された新しい構造の機械をモデル化すると図 1 のようになる。ここでハンマ駆動部とハンマにそれぞれ対応する加振体と衝突体に関する量を添字 $l=1, 2$ として m_l は質量, k_l はばね定数, λ_l は減衰係数であり、角振動数 ϕ , 振幅 F_0 の正弦励振力が加振体に作用している。静止位置を各々の変位 x_l の原点にとり、衝突体に対向して設置された被衝突体と衝突体との間隔を a とし、これを設定間隔と称することにする。 a は x_2 座標で測り、すきまの空く方向が負である。衝突振動が定常持続している

* 原稿受付 昭和 55 年 11 月 4 日。昭和 51 年度 精機学会 秋季大会学術講演会 (昭和 51 年 10 月 14 日) および昭和 53 年度 精機学会 春季大会学術講演会 (昭和 53 年 3 月 31 日) にて発表。

** 正 会 員 富山大学工学部 (高岡市中川園町 1-1)

*** 正 会 員 金沢大学工学部 (金沢市小立野 2-40-20)

Fig. 1 Model and its motion on improved hammering machine

とき、はね返った瞬間を時間 t の原点にとり、そのときの励振力の位相遅れを φ とすると、はね返ってから次に衝突するまでの 1 周期の運動は、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + \lambda_1 \dot{x}_1 + \lambda_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) &= F_0 \cos(pt - \varphi) \\ m_2 \ddot{x}_2 + \lambda_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

減衰 λ_1, λ_2 が大きくなくて減衰自由振動となる場合、加振体と衝突体の無次元変位は、

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= \frac{x_{1f}}{x_{2f}} \cos(pt - \varphi - \delta_1) \\ &\quad + e^{-\varepsilon_1 t} \{ C_1 \sin \nu_1 t + D_1 \cos \nu_1 t \} \\ &\quad + e^{-\varepsilon_2 t} \{ C_2 \sin \nu_2 t + D_2 \cos \nu_2 t \} \\ X_2 &= \cos(pt - \varphi - \delta_2) \\ &\quad + \xi_1 e^{-\varepsilon_1 t} \{ C_1 \sin(\nu_1 t + \theta_1) \\ &\quad + D_1 \cos(\nu_1 t + \theta_1) \} \\ &\quad + \xi_2 e^{-\varepsilon_2 t} \{ C_2 \sin(\nu_2 t + \theta_2) \\ &\quad + D_2 \cos(\nu_2 t + \theta_2) \} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 x_{1f} : 加振体と衝突体の強制振幅、 δ_i : 強制振動の位相遅れ、 C_i, D_i : 未定数であり、更に固有振動次数に対応する値を添字 $i=1, 2$ として ξ_i : 固有振動の振幅比、 θ_i : 固有振動の位相角、 ε_i : 減衰率、 ν_i : 減衰固有角振動数である。

衝突体が設定間隔 a に設置された被衝突体に速度 v で衝突し、無視しうほど微小な衝突時間の後、衝突速度の α 倍の速度ではね返り、励振力周期と等しい時間 $t = T = 2\pi/p$ の経過後、再び衝突する定常的な衝突振動が持続しているとき、次の接続条件が成り立たねばならない。

$$\left. \begin{aligned} X_1(0) &= X_1(pT), & X_2(0) &= X_2(pT) \\ \dot{X}_1(0) &= \dot{X}_1(pT), & \dot{X}_2(0) &= -\alpha \cdot \dot{X}_2(pT) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここでドットは pt に関する微分を表し、 α を反発係数と呼ぶことにする。式 (3) に式 (2) を用いると 4 つの未定数 C_i, D_i を決定する連立方程式が得られ、これを解いて

未定数が φ の関数として求められる。この定数を式 (2) に用いて、定常な衝突振動のある周期 ($0 \leq pt \leq 2\pi$) が表される。被衝突体を設置する設定間隔 a は、定常持続する衝突振動を得るためには任意の値を取ることができず、 $A = a/x_{2f}$ として

$$A = X_2(0) \equiv A_a \sin \varphi + A_b \cos \varphi \equiv A_m \sin(\varphi + \varphi_a) \quad (4)$$

が成り立つ $|A| \leq A_m$ の範囲に限定される。また衝突速度は、 $V = v/p x_{2f}$ とすると

$$V = \dot{X}_2(pT) \equiv V_a \sin \varphi + V_b \cos \varphi \equiv V_m \sin(\varphi + \varphi_v) \quad (5)$$

と表される。ここで A_a, A_b, V_a, V_b は振動系の諸定数、励振力および反発係数によって決まる定数である。現実には、 a と x_{2f} が与えられて A が定まると、式 (4) を満たし、かつ、安定な運動の持続する φ が自動的に取られる。ゆえに、式 (4) だけでは φ が一義的に決まらず、これを決めるのは、後述する安定性の条件と、衝突体が被衝突体に衝突しうる条件 $V < 0$ である。 $V < 0$ から φ の範囲を求めると

$$-\pi - \delta_2 < \varphi < -\delta_2 \quad (6)$$

となり、1 自由度系の場合²⁾と同様、振動系の諸定数だけで決まってしまう。ここで n_i ($n_1 < n_2$) を無減衰固有角振動数として、 $N = n_2/n_1$: 固有振動数比、 $z = p/n_1$: 振動数比、 $\zeta_i = \lambda_i/2\sqrt{m_i k_i}$, $h_i = \varepsilon_i/n_i$: 減衰比、 $M = m_2/m_1$: 質量比、 $K = k_2/k_1$: ばね比、を定義する。

減衰 λ_1, λ_2 が微小ならば、式 (2), (4), (5) の近似式は、 $z=1$ の場合 (N が整数でないとき)

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{1}{\xi_1} \left\{ -\sin \varphi \cdot \cos n_1 t + \Delta \delta_{11} \cos(n_1 t - \varphi) \right. \\ &\quad - \Delta \delta_{12} \sin \varphi \cdot \sin n_1 t \\ &\quad + \cos \varphi \left\{ \pi h_1 \left(\frac{n_1 t}{\pi} - \frac{2\alpha}{1+\alpha} + \frac{\xi_2}{\xi_1} \cdot \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right) \sin n_1 t \right. \\ &\quad + \left(\frac{\xi_1}{\xi_1 + \xi_2} \Delta \theta_1 - \frac{1}{N} \cdot \frac{\xi_2}{\xi_1 + \xi_2} \Delta \theta_2 \right) \cos n_1 t \\ &\quad \left. \left. + \frac{\pi h_1}{N} (\sin n_2 t + \cot \pi N \cdot \cos n_2 t) \right\} \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_2 &= -\sin \varphi \cdot \cos n_1 t \\ &\quad + \cos \varphi \left\{ \pi h_1 \left(\frac{n_1 t}{\pi} - \frac{2\alpha}{1+\alpha} + \frac{\xi_2}{\xi_1} \cdot \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right) \sin n_1 t \right. \\ &\quad + \left\{ \Delta \delta_{12} - \frac{\xi_2}{\xi_1 + \xi_2} \left(\Delta \theta_1 + \frac{1}{N} \Delta \theta_2 \right) \right\} \cos n_1 t \\ &\quad \left. - \frac{\xi_2}{\xi_1} \cdot \frac{\pi h_1}{N} (\sin n_2 t + \cot \pi N \cdot \cos n_2 t) \right\} \quad (8) \end{aligned}$$

$$A = -\sin \varphi + \left\{ \Delta \delta_{12} - \frac{\xi_2}{\xi_1 + \xi_2} \left(\Delta \theta_1 + \frac{1}{N} \Delta \theta_2 \right) \right\}$$

$$-\frac{\xi_2}{\xi_1} \cdot \frac{\pi h_1}{N} \cot \pi N \Big\} \cos \varphi \quad (9)$$

$$V = \left(1 + \frac{\xi_2}{\xi_1}\right) \frac{2}{1+\alpha} \pi h_1 \cos \varphi \quad (10)$$

$z=N$ の場合

$$\begin{aligned} X_1 = & \frac{1}{\xi_2} \Big\{ -\sin \varphi \cdot \cos n_2 t \\ & + \{ \pi N h_2 \cos \varphi - (\Delta \delta_{21} + \Delta \delta_{22}) \sin \varphi \} \sin n_1 t \\ & + \pi N h_2 \cdot \cot \frac{\pi}{N} \cdot \cos \varphi \cdot \cos n_1 t \\ & + \pi h_2 \left(\frac{n_2 t}{\pi} - \frac{2\alpha}{1+\alpha} + \frac{\xi_1}{\xi_2} \cdot \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right) \cos \varphi \cdot \sin n_2 t \\ & + \left(\Delta \delta_{21} + N \frac{\xi_1}{\xi_1 + \xi_2} \Delta \theta_1 - \frac{\xi_2}{\xi_1 + \xi_2} \Delta \theta_2 \right) \\ & \times \cos \varphi \cdot \cos n_2 t \Big\} \quad (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_2 = & \sin \varphi \cdot \cos n_2 t \\ & + \cos \varphi \left[\frac{\xi_1}{\xi_2} \pi N h_2 \left(\sin n_1 t + \cot \frac{\pi}{N} \cdot \cos n_1 t \right) \right. \\ & - \pi h_2 \left(\frac{n_2 t}{\pi} - \frac{2\alpha}{1+\alpha} + \frac{\xi_1}{\xi_2} \cdot \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right) \sin n_2 t \\ & \left. - \left\{ \Delta \delta_{22} + \frac{\xi_1}{\xi_1 + \xi_2} (N \Delta \theta_1 + \Delta \theta_2) \right\} \cos n_2 t \right] \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A = & \sin \varphi - \left\{ \Delta \delta_{22} + \frac{\xi_1}{\xi_1 + \xi_2} (N \Delta \theta_1 + \Delta \theta_2) \right. \\ & \left. - \frac{\xi_1}{\xi_2} \pi N h_2 \cot \frac{\pi}{N} \right\} \cos \varphi \quad (13) \end{aligned}$$

$$V = - \left(1 + \frac{\xi_1}{\xi_2}\right) \frac{2}{1+\alpha} \pi h_2 \cos \varphi \quad (14)$$

となる。いずれも h_i, ζ_i についての 2 次以上の微小量を省略するとともに、 h_i が ζ_i の 1 次のオーダーで表される近似関係式を用いている。また $\Delta \theta_i, \Delta \delta_{ii}$ は、 ζ_i についての 1 次の微小量である。更に式 (7) から (14) において、 h_i, ζ_i についての 1 次の微小項が無視できる条件のときで A が 0 の近くでなければ、式 (7) から (9) および式 (11) から (13) の第 2 項以下が省略でき、

$$X_1 \doteq (A/\xi_1) \cos n_1 t, \quad X_2 \doteq A \cos n_1 t \quad (z=1) \quad (15)$$

$$X_1 \doteq -(A/\xi_2) \cos n_2 t, \quad X_2 \doteq A \cos n_2 t \quad (z=N) \quad (16)$$

となって、加振体および衝突体の波形はともに正弦波に近くなり、 $z=1$ の場合は互いに同相、 $z=N$ の場合は逆相とみなせる。その振幅は設定間隔に比例して変化し、衝突体では中立位置から被衝突体までの距離に等しく、加振体ではそれよりも強制振幅の割合だけ異なる*。式 (10), (14) を用いた $V < 0$ となる φ の範囲を考え合わせる

と、このとき $z=1, N$ ともに $-1 < A \ll 0$ でなければならぬことが推察される。また $A_m \doteq 1$ ゆえ、設定間隔の範囲は、衝突体の強制振幅範囲とほぼ一致する。これらは、いずれも 1 自由度系の場合²⁾ と同じ性質である。

$z > 1$ の場合 ($z=1, N/I$ (I は整数)** の近くでないとき) は、 $\zeta_i = 0$ とみなして

$$\begin{aligned} X_1 = & \frac{x_{1f}}{x_{2f}} \cos(pt - \varphi - \delta_1) - \frac{z}{\xi_1 + \xi_2} \sin(\varphi + \delta_2) \\ & \times \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \left\{ \sin n_1 t + \cot \frac{\pi}{z} \cdot \cos n_1 t \right. \\ & \left. - \frac{1}{N} \left(\sin n_2 t + \cot \frac{\pi}{z} \cdot \cos n_2 t \right) \right\} \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_2 = & \cos(pt - \varphi - \delta_2) - \frac{z}{\xi_1 + \xi_2} \sin(\varphi + \delta_2) \\ & \times \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \left\{ \xi_1 \left(\sin n_1 t + \cot \frac{\pi}{z} \cdot \cos n_1 t \right) \right. \\ & \left. + \frac{\xi_2}{N} \left(\sin n_2 t + \cot \frac{\pi}{z} \cdot \cos n_2 t \right) \right\} \quad (18) \end{aligned}$$

$$A = \cos(\varphi + \delta_2) - \tan \psi \cdot \sin(\varphi + \delta_2) \quad (19)$$

$$V = \frac{2}{1-\alpha} \sin(\varphi + \delta_2) \quad (20)$$

ここで

$$\tan \psi = \frac{z}{\xi_1 + \xi_2} \cdot \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \left(\xi_1 \cot \frac{\pi}{z} + \frac{\xi_2}{N} \cot \frac{\pi}{z} \right)$$

である。図 2 に、設定間隔による変位波形の変化を示す。(a) は n_1 についての 1 次共振であり、 $-1 < A \ll 0$ ならば式 (15) がよく成り立っている。破線は、後述の安定性解析による不安定な条件である。非共振の場合には、1 自由度系と同様、設定間隔の範囲が $A < -1$ にも存在する引き離し型と $A > 1$ にも存在する押込み型およびこの二つの型の境界である $|A| \leq 1$ の範囲の中立型³⁾ によって、設定間隔による波形の変化傾向が異なる。(b) は引き離し型、(c) は押込み型の場合である。(b) の $A=0$ のように周期の途中で波形がへこみ、このへこみが被衝突体の位置よりも下になる $A \geq (X_2)_{\min}$ の条件では、励振力と等しい周期を持つ運動は実在しない。 $z > 1$ では被衝突体の位置が衝突体に向かって押し付けられるときに、このような波形が現れる。

3. 動的安定性

式 (4) によって求められる設定間隔において、式 (6) を満たす範囲のうち外乱に対して安定な運動となる範囲内

* λ_i についての 2 次以上の微小量を省略すると、 $z=1, N$ のとき、 x_{2f}/x_{1f} は、各々 ξ_1, ξ_2 と近似できる。

** 続報で述べるが、衝突振動の共振点は、 n_1 および n_2 についての共振である $z=1/I, N/I$ ($I=1, 2, \dots$) が存在する。

Fig. 2 (a) Primary resonance on n_1
Unstable motions are shown by the broken line

Fig. 2 (b) Non-resonance (pull type)

で、実際に定常持続する衝突振動が現れる。定常状態のある周期において外乱が加わったとき、時間の経過とともに外乱の影響が減衰すれば安定である。図 3 のように外乱が入ってから第 j 周期目の運動を考えると、この周期までの外乱の影響は、 $\Delta C_{li(j-1)}$, $\Delta D_{li(j-1)}$ ($l=1, 2$) および重畳した位相遅れの影響は $\Delta_{j-1} = \sum_{k=0}^{j-1} \Delta \varphi_k$ となる。ま

Fig. 2 (c) Non-resonance (push type)

Fig. 2 Change of displacement waveform with setting gap

Fig. 3 Influence of perturbation on steady-state motion

た、外乱の影響はすべて小さいとし、これらに関する 2 次以上の微小量を省略する。時間原点ははね返りの度に取り直し、第 j 周期目の時間を t_j とする。

第 j 周期の終わりの衝突時 $pt_j = pT + \Delta \varphi_j$ における変位と速度の増分は

$$\left. \begin{aligned} \Delta X_{le(j)} &= X_{le(j)}(pt_j) - X_{le}(pT) \\ \Delta \dot{X}_{le(j)} &= \dot{X}_{le(j)}(pt_j) - \dot{X}_{le}(pT) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

次の第 $j+1$ 周期の始めのはね返り時 $pt_{j+1}=0$ における増分は、次式より求められる。

Fig 4 Region of existence and stability of the steady-state motion

$$\left. \begin{aligned} \Delta X_{1b}(j+1) &= X_{1b}(j+1)(0) - X_{1b}(j)(0) \\ \Delta X_{1b}(j+1) &= X_{1b}(j+1)(0) - X_{1b}(j)(0) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

第 j 周期と第 $j+1$ 周期における外乱の影響に対する接続条件は

$$\left. \begin{aligned} \Delta X_{1b}(j+1) &= \Delta X_{1b}(j), \quad \Delta X_{2b}(j+1) = \Delta X_{2b}(j) = 0 \\ \Delta X_{1b}(j+1) &= \Delta X_{1b}(j), \quad \Delta X_{2b}(j+1) = -\alpha \cdot \Delta X_{2b}(j) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

であり, 式(20)と式(22)を式(23)に用いると $\Delta C_i, \Delta D_i, A$ に関する連立差分方程式が得られる c_{1-5} を未定定数として, 式(23)の解を $A_j = c_1 \rho^j, \Delta C_{1j} = c_2 \rho^j, \Delta D_{1j} = c_3 \rho^j, \Delta C_{2j} = c_4 \rho^j, \Delta D_{2j} = c_5 \rho^j$ とすれば, 特性方程式は, 次のような ρ の 4 次方程式となる

$$q_0 \rho^4 + q_1 \rho^3 + q_2 \rho^2 + q_3 \rho + q_4 = 0 \quad (24)$$

一般解 $A, \Delta C_i, \Delta D_i$ は, 式(24)の 4 根の 1 次結合として表されるので, 外乱の影響が j の増加とともに減少するためには

$$|\rho_{1-5}| < 1 \quad (25)$$

ならよく, このとき安定である また, 1 次変換 $s = (\rho+1)/(\rho-1)$ を施すと, 式(25)は,

$$\text{Re}[s_{1-5}] < 0 \quad (26)$$

となり, Hurwitz の安定規範が適用できる 式(25)あるいは式(26)より, 安定な衝突振動の得られる φ の範囲が求められ, この範囲に式(6)を加味して, 式(4)より実際に衝突振動が定常持続する設定間隔の範囲を決定することかできる このようにして求められた設定間隔の範囲の振動数比による変化を図 4 に示す 太実線で囲まれた領域が安定と判別された範囲であるが, この範囲内であっても $0 < pt < 2\pi$ で $(X_2)_{\min} \leq A$ となる波形であれば, 被衝突体が固定される場合, 励振力と同周期の衝突振動を得ることかできない この境界 $(X_2)_{\min} = A$ を示したのが破線であり, 結局, 縦細線を施した領域が実際に安定に定常持続する運動の現れる範囲となる

一点鎖線は衝突速度が最大となる設定間隔 A_v を示したものであり, $A_v < 0$ が引き離し型, $A_v > 0$ が押し込み型, $A_v = 0$ が中立型となる 式(4)の成り立つ範囲は, $A_v < 0$ のとき $-1 \leq A \leq A_m$, $A_v > 0$ のとき $-A_m \leq A \leq 1$ および $A_v = 0$ のとき $|A| \leq 1$ である $A_m > 1$ の場合の $|A| > 1$ では, 式(6)を満たす φ が 2 値存在するか, 衝突速度の大きい方が安定となる 一般的傾向として, n_2 に関する衝突振動の共振点 $z = N/I$ の付近では, 不安定領域が広がる また $z < 1$ では, $(X_2)_{\min} > A$ となる範囲が非常に狭く衝突速度も小さいので, 工学的応用に適さない $z = 1$ では, 安定領域は K, M の値にも影響されるか, 減衰 $\lambda_{1,2}$ が小さいと設定間隔 A が 0 の近くで安定となり, 減衰の増大, 反発係数の減少とともに安定領域が広がって $|A| \leq 1$ に近づく 1 自由度系の場合と異なるのは, 安定な設定間隔領域の一方の境界が, 必ずしも設定間隔の限界 A_{18} にならないことである

4 実験

図 5 に実験装置を示す これ以外に, 平行はね振動系を 2 段に重ねた 2 自由度系に動電型加振機を連結した補助実験装置を併用して基礎実験を行った 加振はねは, 加振機可動部を支持するクラウンはねを可動軸に取り付けた板はねである 衝突体は $\phi 20 \times 80$ mm の軟鋼製であり, 支持はねは 2 個の圧縮コイルはねを予圧してセットし, 引張りはねとしても作用するようにしてある 対向して設置された被衝突体は, ピッチ 1 mm のねして昇

Fig 5 Experimental apparatus

Fig. 6 Displacement waveforms

The numbers in the bracket are theoretical values in $\zeta_1=0.07$, $\zeta_2=0.01$, $K=0.76$, $M=1.68$

Fig. 7 Setting gap region on stable motion

降し、設定間隔を変化させる。加振体の速度は、加振機内蔵の動電型ピックアップで検出し、積分器を通して変位を得る。衝突体については、動電型直線速度検出器で速度を検出し、衝突速度、反発速度を読み取るとともに、積分して変位を得る。設定間隔は、差動トランスによって定められる。被衝突体には圧電素子を取り付けて、衝撃力を検出した。図6に衝突振動波形を示す。 $\gamma_{1,2}$ は振れの全幅と $2x_{2f}$ との比、括弧内の値は対応する理論値である。 $z=1.0$ のとき、加振体の波形に若干のひずみが見られるが、ほぼ同相の正弦波とみなせ、 $\xi_1 \approx 2.02$ を用いると、式(45)のよく成り立っていることがわかる。(b)は、非共振のときに得られる典型的な波形である。(c)は、 $z=N$ のときであり、式(46)のように波形が正弦波とみなせる $-1 < A \leq 0$ では、安定な運動が得られなかった。図7には、安定な運動の得られた設定間隔範囲の境界を示す。白丸印が下限、黒丸印が上限である。この場合 $N=2.91$ となり、 n_2 に関する1次共振と1/2次共振である $z=N$, $N/2$ の付近では、安定な運動を得ることができなかった。

5. 結 言

2自由度系の衝突振動を加工へ応用することを目的として、本報では、基礎となる定常運動と安定性の解析を行い、次の結果を得た。

- (1) 減衰が小さく、衝突振動の1次共振である $z=1$ (N が整数でない)、 N のとき、設定間隔範囲が $-1 < A \leq 0$ で波形が衝突体、加振体とも正弦波とみなせるなど、1自由度系の場合と類似の性質が多い。
- (2) 設定間隔 A が与えられると決まる励振力の位相遅れ ϕ は、衝突しうる条件 $V < 0$ および衝突繰返し周期が励振力周期と等しくなる条件 $(X_2)_{\min} > A$ が成り立つ位相遅れ ϕ の範囲に運動が安定となる位相遅れ ϕ の範囲を加味して、一義的に決定される。
- (3) 引き離し型と押し込み型において、設定間隔範囲が $|A| > 1$ では衝突しうる条件 $V < 0$ が成り立つ位相遅れ ϕ が2値存在するが、そのうち衝突速度の大きい方が安定である。
- (4) 第2次固有振動数に関する共振点 $z=N/I$ の付近は、安定な設定間隔範囲が狭くなり、安定な定常運動が全く現れない振動数比の領域も存在する。
- (5) 1自由度系と異なり、設定間隔範囲の一方の境界が、必ずしも安定境界になるとは限らない。

終わりに、御指導、御鞭撻を賜りました東京大学教授神保泰雄先生、東京大学教授高野政晴先生に厚く御礼申し上げるとともに、ご討論いただきました金沢大学助教授岡部佐規一先生に感謝致します。また、実験に協力された寺井進、久世隆の両氏に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) A. Wallin: On Vibrating Hammers, Trans. Machine Elements Div., Lund Inst. Tech., (1978) 64.
- 2) 横山恭男, 小泉邦雄: 衝突振動の研究 (第1報), 精密機械, 36, 11 (1970) 731.
- 3) 小泉邦雄, 横山恭男: 衝突振動の研究 (第3報), 精密機械, 40, 2 (1974) 122.