研究

精密角度検出器を用いた真直度測定方法の精度解析*

山本健太郎** 酒井保男*** 岩崎岑子** 宮城善一†

Accuracy of Straightness Measurement by Stepping-off Method

Kentarō YAMAMOTO, Yasuo SAKAI,
Mineko IWASAKI and Zenichi MIYAGI

Accuracy of the straightness measurement is analysed applying additive theorem of variance, and the following formula of 95% confidence limit is derived;

$$e(n, r, 0.95) = t(\phi_E, 0.05) \frac{1}{r} \sqrt{\frac{n+1}{2}} (l\sigma_\theta)$$

where n ; number of measuring steps, r ; number of replication of measurements, $t(\phi_E, 0.05)$; 5% point of t -distribution of $\phi_E = (n-1)(r-1)$ in degree of freedom, l ; length of a step of measurement, σ_θ ; standard deviation of angle measurement of an autocollimator. The formula is applied to the measurement of guide ways of machine tools such as 12 m KWB Roll Grinder and Ultra High Preci-

sion Machine Tool manufactured by Toshiba Machine Co. Ltd. by an autocollimator of 0.5 s in scale interval, and the following results are obtained: (1) Factorial experiment with replication is effective at the measurement, for standard deviation $l\sigma_\theta$ can be obtained as square root of unbiased variance of error in the ANOVA. (2) Standard deviation $l\sigma_\theta$ depends not only on fluctuation of angle measurement and the step length but also on surface finish of the guide way, atmospheric fluctuation of room temperature, rigidity of construction and others. (3) $l\sigma_\theta$ is 0.26 μm at planed bed of the roll grinder measured under temperature condition of $26 \pm 1^\circ\text{C}$, and 0.13 μm at lapped guide way of the Ultra High Precision Machine Tool under $20 \pm 0.2^\circ\text{C}$.

Key words: straightness, autocollimator, stepping-off method, factorial experiment, ANOVA (analysis of variance).

1. 緒 言

オートコリメータ, 精密水準器††などの微小角度検出器(以下角度検出器と略称する)を用いて, 工作機械のベッド, ラム, 直定規, 定盤などの真直度あるいは平面度を測定することは精密工業界で広く行われている。この方法では, 一定間隔 l ごとの傾斜角 θ_i (rad) ($i=1, 2, \dots, n$) を測定し $l \times \theta_i$ からこの区間の両端の標高差を計算し, この標高差を積算することによって原点から $i \times l$ の位置の標高を求め, 各点の標高をグラフ上にプロットして得られる折れ線から真直度を求める。この方法は次々の標高差を継ぎ足していくため, 継ぎ足し法とも呼ばれている。

この方法の問題点は傾斜角 θ の測定にばらつきの誤差があり, この誤差が累積していくため, 標高値の誤差は i が大きくなるにつれて次々と大きくなっていくことである。日本機械学会発行の機械工学便覧第4版には「測定位置の刻みが一定ならば数値積分による真直度の測定誤差はすべり面全長の $1/2$ 乗に比例する」と記載されているが, その根拠や比例定数については触れていない。

最近精密加工の発展によって, 工作機械のベッドやラムなどの大型化と精密化が進み, それらの真直度測定の信頼性が問題とされるようになった。これらのことから継ぎ足し法における測定の精度を解析し, その実験的検証を行った。

2. 角度検出器を用いた真直度測定方法

図1において被測定部分ABをオートコリメータの光軸とほぼ平行になるようセットする。反射鏡を取り付けた足の長さ l の架台を被測定面上に置きオートコリメータの目盛を読む。架台を次々と l だけ移動してオートコリメータの目盛を読む。この操作を n 回繰り返して全長 $L = n \times l$ の測定を終える。このときのオートコリメータの読みを θ_i (rad) ($i=1, 2, \dots, n$) とし, オートコリメータの光軸と被測定面の平行度を θ_m とすれば, 位置 i の標高 h_i は

$$h_i = il\theta_m + \sum_{i=1}^i (l\theta_i) \quad (1)$$

で表され, 図2の真直度曲線が求められる。

3. 測定精度の解析

継ぎ足し法の真直度測定のばらつきの誤差は幾何学的

* 原稿受付 昭和58年10月14日, 昭和57年度精機学会秋季大会学術講演会(昭和57年10月18日)にて発表。

** 正会員 明治大学工学部(川崎市多摩区東三田1-1-1)

*** 正会員 東芝機械(株)(沼津市大岡2068-3)

† 学生会員 明治大学工学部

†† 長尺物の真直度を精密水準器を用いて測定する場合には地球の球面補正が必要である。

Fig. 1 Measuring setup of straightness by the aid of an autocollimator

Fig. 2 Integration of differential height

に真直である試料を、測定の際につきある角度検出器を用いて測定したときに得られる標高 h_i のばらつきによって推定することができる。ここでまず θ_i の平均値 θ_m を $\theta_m = 0$ として取り扱い、 θ_m の影響はあとで考えることとする。このとき角度検出器の測定の際につきは母平均 0、母分散 σ_{θ}^2 の正規分布 $N(0, \sigma_{\theta}^2)$ に従うものと仮定する。

h_i の平均値 $\bar{h}$ は式 (1) より

$$\begin{aligned}\bar{h} &= \frac{1}{n} \sum h_i \\ &= \frac{l}{n} \{ \theta_1 + (\theta_1 + \theta_2) + \dots + (\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n) \} \\ &= \frac{l}{n} \{ n\theta_1 + (n-1)\theta_2 + \dots + \theta_n \} \quad (2)\end{aligned}$$

で表される。ここで $\bar{h}$ は θ_i の一次結合であるから、 θ_i が正規分布をするならば、 $\bar{h}$ も正規分布となる。このとき $\bar{h}$ の分布を $N(0, \sigma_{\bar{h}}^2)$ とする。 $\sigma_{\bar{h}}$ は分散の加成性から

$$\begin{aligned}\sigma_{\bar{h}}^2 &= \left(\frac{l}{n} \right)^2 \{ n\sigma_{\theta}^2 + (n-1)\sigma_{\theta}^2 + \dots + \sigma_{\theta}^2 \} \\ &= \left(\frac{l}{n} \right)^2 \left\{ \frac{1}{2} n(n+1) \right\} \sigma_{\theta}^2 = \frac{1}{2} \frac{n+1}{n} (l\sigma_{\theta})^2 \quad (3)\end{aligned}$$

で与えられる。 h_i の分散はその平均値の分散の n 倍となるので、 h_i の分散 $\sigma_{h_i}^2$ は

$$\sigma_{h_i}^2 = n\sigma_{\bar{h}}^2 = \frac{n+1}{2} (l\sigma_{\theta})^2 \quad (4)$$

$$\sigma_h = \sqrt{\frac{n+1}{2}} (l\sigma_{\theta}) \quad (5)$$

となり σ_{θ} と l あるいは $(l\sigma_{\theta})$ が与えられれば真直度測定の際につきの誤差の標準偏差は式 (4) で計算することができる。真直度測定の誤差を h_i のばらつききの 95% 信頼

Table 1 Data sheet of straightness measurement

Meas. pt.	1	...	i	...	n
Replication	1	x_{11}	x_{i1}		x_{n1}
	$\vdots$				
	j	x_{1j}	x_{ij}		x_{nj}
	$\vdots$				
Range	r	x_{1r}	x_{ir}		x_{nr}
		R_1	R_i		R_n

限界で表すこととし、これを $e(0.95)$ で示せば

$$e(0.95) = u(0.95)\sigma_h = 1.96\sqrt{\frac{n+1}{2}}(l\sigma_{\theta}) \quad (6)$$

となる。ここで $u(0.95)$ は標準正規分布の両側確率 5% 点である¹⁾。

$\theta_m = 0$ のときは式 (1) の右辺の第 2 項において $\sum \theta_i$ の期待値は 0 であるから θ_m を

$$\theta_m = \frac{h_n}{nl} \quad (7)$$

として θ_m の補正を行い真直度を求めている²⁾。すなわち図 2 において原点と h_n の点を直線で結び、この直線を基準線として真直度を求めている。

4. $l\sigma_{\theta}$ の推定

式 (5) より σ_h を求めるためには σ_{θ} あるいは $l\sigma_{\theta}$ を求めておかなければならない。角度検出器の目量の 1/2 あるいは 1/3 を σ_{θ} の大体の目安としてこれに l を掛けて $l\sigma_{\theta}$ とすることも考えられるが、実際の測定においては θ の測定の際につきには色々な未知の要因が働くことも考えられ、また l を半分にしても $l\sigma_{\theta}$ がそのまま半分となることも疑わしい。それぞれの測定において $l\sigma_{\theta}$ を求めておき、このデータの蓄積によって事前に $l\sigma_{\theta}$ を推定することが必要であろう。

4.1 一定点繰返し法

被測定面上で反射鏡架台を往復させ、同一位置でのオートコリメータの読取りを繰返せば $l\sigma_{\theta}$ が求められる。しかし実際の測定では反射鏡架台と被測定面の接触、試料の剛性、温度分布などの問題があり、この方法では $l\sigma_{\theta}$ の値を過小評価するおそれがある。

4.2 測定反復法

上記の問題を解決するために反復測定を行う方法が考えられる。表 1 はこの測定のためのデータシートで、測定点数 n 、反復数 r である。このデータを繰返しのない二元配置として分散分析を行えば、測定位置、反復および測定誤差の変動が求められる。この測定誤差の変動の不偏分散の平方根を σ_{θ} の推定値とすることができる。

ここで反復による変動を測定誤差に含めるか否かの問

Table 2 ANOVA of straightness measurement

Source of variance	SS	ϕ	V	F_0
Meas. pt. A	S_A	ϕ_A	V_A	V_A/V_E
Replication R	S_R	ϕ_R	V_R	V_R/V_E
Error E	S_E	ϕ_E	V_E	
Total T	S_T			

題がある。表2の分散分析表において不偏分散のF検定を行い反復の変動が誤差変動に対して有意となれば誤差変動のみから σ_θ を求め、有意とならない場合はこの両変動をプールして σ_θ を求めることとする。この理由は反復において測定装置が新しくセットされたと考えられるからである。

4.3 範囲Rを用いる方法

反復が慎重に行われ、反復が誤差変動に対して有意とならないと思われるときには表1に示した範囲 R_i の平均値 $\bar{R}$ から σ_θ が推定できる。

$$\sigma_\theta = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (8)$$

ここで d_2 は $\bar{R}$ 管理図用係数表³⁾により求めることができる。

4.4 反復測定した場合の真直度測定の精度

反復のある場合には θ_i の代わりにその平均値 $\bar{\theta}_i$ から真直度を求める。ここで $\bar{\theta}_i$ は

$$\bar{\theta}_i = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^r \theta_{ij} \quad (9)$$

このとき式(5)の σ_θ には $\sigma_{\bar{\theta}}$ を代入しなければならない。 $\sigma_{\bar{\theta}}$ は

$$\sigma_{\bar{\theta}} = \frac{1}{\sqrt{r}} \sigma_\theta \quad (10)$$

となる。このとき式(5)の σ_h を $\sigma_h(r)$ で表せば

$$\sigma_h(r) = \sqrt{\frac{n+1}{2}} \frac{1}{\sqrt{r}} (I\sigma_\theta) \quad (11)$$

となる。この式の σ_θ は表2の分散分析表から求められる。このときの真直度測定の誤差の95%信頼限界を $e(n, r, 0.95)$ で表せば

$$e(n, r, 0.95) = t(\phi_E, 0.05) \frac{1}{\sqrt{r}} \sqrt{\frac{n+1}{2}} (I\sigma_\theta) \quad (12)$$

で与えられる。ここで、 t は自由度 ϕ_E の t 分布の5%点⁴⁾、 ϕ_E は表2の分散分析表の誤差分散の自由度である。同表で V_R が有意でなく、これを誤差分散にプールして σ_θ を求めた場合には ϕ_E の代わりに $\phi_E + \phi_R$ を用いる。

5. 実測による真直度測定精度の吟味

以上の解析結果を吟味すると同時に真直度測定精度の

Fig. 3 Histogram of observation of one position repetition

実態を知るため、実際の工作機械の案内面の実測を行った。使用したオートコリメータの目量は $0.5''$ で、測定者は技能レベルの高い熟練者である。

5.1 大型工作機械の場合

東芝機械(株)製、全長12mのKWBロール研削盤のベッドの真直度測定を行った。真直度の最終要求精度は $30 \mu m$ である。平削り加工の終了時にレベリングブロックによりセッティングを行い、油砥石で軽く送り面を平滑化し、油をよくぬぐった後、送り台によくなじませた定盤上に反射鏡を固定して測定を行った。測定室は四季恒温室で設定温度 $17 \sim 27^\circ C$ に対して $\pm 1.0^\circ C$ にコントロールされている。この室内で24h放置した後測定を行った。

5.1.1 一定点繰返し測定

オートコリメータから1.2m離れた位置を定点として、反射鏡架台の定盤をわずかに移動させては定点に復帰させて25回の測定を行った。 $l=200 \text{ mm}$ としてオートコリメータの読みを標高差に換算して求めたヒストグラムが図3である。標準偏差 $0.114 \mu m$ で、角度として $0.118''$ となった。この値はオートコリメータの目量の約1/5で測定者の熟練度も高く、ベッドと反射鏡架台のなじみも良好であることを示している。

5.1.2 全長の真直度測定

全長12mの真直度測定を3回反復した。オートコリメータの読みから換算した60点の標高差を特性値とし、測定位置、反復および測定誤差を要因とした分散分析を示したのが表3である。反復の変動に危険率1%の有意性が検出されている。式(12)に分散分析表に示された測定誤差の不偏分散より計算した $(I\sigma_\theta)$ を代入して求めた真直度測定の95%信頼限界は $\pm 1.68 \mu m$ で真直度の最終目標精度 $30 \mu m$ に対して約1/18となっている。またこの測定は平削り加工直後のもので真直度は $54.6 \mu m$ で

Table 3 ANOVA of straightness measurement (Roll grinder of 12 m in stroke)

Source of variance	SS	ϕ	V	F_0
Meas. pt. A	1 140.09	59	19.32	277.6**
Replication R	12.14	2	6.07	87.2**
Error E	8.21	18	0.069 6	
Total T	1 160.43			

あったが、最終的には容易に $20 \mu\text{m}$ 以内に調整可能と判断できるものであった。

5.1.3 被測定物の長さの影響

前項のデータを $0 \sim 2.4$, $0 \sim 4.8$, ..., $0 \sim 12 \text{ m}$ の 5 区間に分け、それぞれについて分散分析を行った。結果は表 4 に示す通りである。すべての区間において反復に 1% 危険率の高度の有意性が検出された。反復 3 回の標高差を同一グラフにプロットした結果、反復と測定位置の間に交互作用がなく、反復の変動は反復ごとのセッティングによるものと判断された。誤差変動 V_E は同表からみると全長の増大につれて大きくなっているように見えるが、Bartlett の分散の一樣性の検定⁵⁾の結果では危険率 5% で分散の一樣性が確かめられた。このことから式 (12) の ($l\sigma_\theta$) は測定長によって変化しないものと考えられ、実測を行ったベッドは上記のサンプル区間については一樣なばらつきを示すことがわかった。また測定精度の 95% 信頼限界は同表に示すように全長が大きくなると増大しているが、これは式 (12) に含まれている測定位置の数 n の影響によるものである。

5.1.4 オートコリメータと反射鏡の距離の影響

オートコリメータと反射鏡の距離が真直度測定に及ぼす影響を調べるために、前述のデータから $0 \sim 4$, $2 \sim 6$, $4 \sim 8$, $6 \sim 10$, $8 \sim 12 \text{ m}$ の 5 区間を取り出し、それぞれについて分散分析を行った。その結果を示したものが表 5

Table 4 Influence of total length on straightness measurement

Total length m	2.4	4.8	7.2	9.6	12.0
$V_R \mu\text{m}^2$	1.10	1.94	3.02	4.26	6.27
$V_E \mu\text{m}^2$	0.044 1	0.070 2	0.071 7	0.082 2	0.069 6
$\sqrt{V_E} \mu\text{m}$	0.210 0	0.265 0	0.267 8	0.286 8	0.263 8
95% conf. limit μm	± 0.62	± 1.08	± 1.33	± 1.64	± 1.68

Table 5 Influence of distance between an autocollimator and a mirror on straightness measurement

Meas. zone m	0-4	2-6	4-8	6-10	8-12
Mean distance m	2	4	6	8	10
$V_R \mu\text{m}^2$	3.12	4.62	4.09	5.11	4.58
$V_E \mu\text{m}^2$	0.061 8	0.085 0	0.141 1	0.083 2	0.036 6
$\sqrt{V_E} \mu\text{m}$	0.248 7	0.291 5	0.375 6	0.295 6	0.191 3
95% conf. limit μm	± 1.09	± 1.28	± 1.65	± 1.30	± 0.84

Fig. 4 Effect of mirror position on straightness measurement

である。この場合もすべての区間で V_R は V_E に対して危険率 1% で有意となった。各区間の誤差変動の不偏分散 V_E を見ると両端部で小さく中央部で大きくなっている。Bartlett の分散の一樣性の検定を行った結果、危険率 5% で分散の一樣性は棄却された。各区間の $\sqrt{V_E}$ の値とその 95% 信頼限界を示したものが図 4 である。

以上のことから V_E はオートコリメータと反射鏡の距離とは関係なく、被測定物の剛性、支持方法あるいは反射鏡架台とベッドとの接触の具合などによる要因の方が大きな影響を与えていることがわかる。

5.2 超精密加工機の場合

東芝機械(株)製の超精密加工機の案内面の真直度測定を行った。これはポリゴン鏡や精密反射鏡などをダイヤモンドを用い鏡面加工を行うもので、ラップした全長 830 mm の静圧式空気案内面である。反射鏡架台の足は合成樹脂製で足の間隔は 150 mm である。測定は $20 \pm 0.2^\circ\text{C}$ の精密恒温室中で 24 h 放置後に行った。一端

より 150 mm ほどの測定を行った後、始点を 75 mm ずらせて更に 150 mm ほどの測定を行った。

反復 3 回である。測定して得られた $3 \times 8 = 24$ 個のデータを標高差に換算して分散分析を行った結果を示したものが表 6 である。反復による変動が有意でないため、これを誤差変動にプールして求めた $V_{(E+R)}$ およびその平方根 $l\sigma_\theta$ は

$$V_{(E+R)} = 0.016 25 \quad (\mu\text{m}^2)$$

$$l\sigma_\theta = \sqrt{V_{(E+R)}} = 0.133 6 \quad (\mu\text{m})$$

となる。この値を式 (12) に代入して求めた真直度測定誤差の 95% 信

Table 6 ANOVA of straightness measurement of Ultra High Precision Machine Tool

Source of variance	SS	ϕ	V	F_0
Meas. pt. A	50.04	7	7.15	396**
Replication R	0.0075	2	0.00375	—
Error E	0.2525	14	0.01803	
Total T	50.3000			

頼限界は

$$e(4, 3, 0.95) = 2.12 \times \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{4+1}{2}} \times 0.1336 \\ = 0.26 \text{ (}\mu\text{m)}$$

となる。この測定では75 mm ずらせた2組の真直度が測定されていて、一方の真直度は2.53, ほかは2.70 μm となっている。eの値の0.26 μm はこれらの約1/10となっていて、真直度の測定値は十分信頼できるものであることを示している。

5.3 ま と め

ロール研削盤と超精密加工機の測定を比較してみると、表4の測定全長2.4 m の場合の V_E の最小値0.0441 μm^2 、超精密加工機の0.1336 μm^2 はF検定により5%の危険率で有意差のあることがわかる。このことから同じオートコリメータを使用しても $l\sigma_\theta$ の値は被測定物の加工方法、測定室の温度変動、被測定物の剛性などによって大きな影響を受けることがわかる。また測定を反復することによって真直度の測定ばかりでなく、その他の有効な情報を得ることも理解できる。

6. 結 言

オートコリメータや精密水準器を用いた真直度測定の精度を求める式を分散の加成性を応用して誘導した。この結果を実際の工作機械の測定値に適用し、真直度測定の実態の調査を行った。結果を要約すると次の通りである。

- (1) 角度検出器を用いた真直度測定において角度検出の角度測定の際のばらつきの標準偏差を σ_θ 、角度検出器架台の足の間隔を l 、被測定物の全長を L として、 $n = L/l$ で表せば、真直度測定値の誤差の標準偏差 σ は

$$\sigma = \sqrt{(n+1)/2} l \sigma_\theta$$

で与えられる。

- (2) 真直度測定を反復し、測定値の変動を測定位置、反復および誤差の変動に分解する分散分析を行えば、この測定における σ_θ あるいは $l\sigma_\theta$ を求めることができ、これを利用してその真直度測定の精度を求

めることができる。

- (3) 全長12 m のロール研削盤の平削り加工直後のベッドを用い室温を $\pm 1.0^\circ\text{C}$ にコントロールした測定室において目量0.5"のオートコリメータを用い足の間隔200 mmの反射鏡架台による真直度測定を行った。

反射鏡架台を同一位置に繰返しセットしたときの σ_θ の値は0.11"であった。

測定長の真直度測定精度に及ぼす影響を調べるため測定長を2.4 m から2.4 m ずつ延長して $l\sigma_\theta$ を求めた結果この値には測定長の影響は検出されなかった。 $l\sigma_\theta$ は0.264 μm であった。

オートコリメータと反射鏡の距離が真直度測定精度に及ぼす影響を調べるため4 m の区間を区切って平均距離2, 4, 6, 8, 10 m の部分について $l\sigma_\theta$ を求めた結果この値はオートコリメータと反射鏡の距離とは関係なく、別の要因による影響を受けることが明らかとなった。

- (4) 超精密加工機のラップ仕上した案内面を $20 \pm 0.2^\circ\text{C}$ の恒温室においてロール研削盤の場合と同じオートコリメータで測定した結果 $l\sigma_\theta$ は0.134 μm でロール研削盤の場合の約1/2となった。但しこの場合の反射鏡架台の足の間隔は150 mm であった。
- (5) 以上のことから真直度測定の精度は角度検出器の誤差のほか、他の多くの要因の影響を受けることが明らかとなった。このため高い精度で真直度を測定する場合には測定を反復して、その測定ごとの測定精度を求めることが必要である。これらの資料が集積されればそれぞれのケースにおける測定精度の事前の推定が可能となるものと思われる。

謝 辞

この研究を行うに当たって多くの困難な測定を行っていただいた東芝機械(株)の関係各位に厚く御礼申し上げます。またこの研究に強い興味を持ち、質疑や討論を行い、統計手法の習得に熱意を燃やしながら途半ばに夭折した明治大学学生故吉川穰君に追悼の意を表したい。

引 用 文 献

- 1) 日科技連数値表 A, 日科技連出版社 (1975) 18.
- 2) 青木保雄: 精密測定 (2), コロナ社 (1971) 358.
- 3) 日科技連数値表 A, 日科技連出版社 (1975) 18.
- 4) 同上, p. 20.
- 5) 新版品質管理便覧, 日本規格協会 (1977) 111.