ねじ結合におけるナットの変形について*

細川 修二** 佐藤 進** 津村 利光**

Deformation of Nut in Threaded Connection

Shuji Hosokawa, Susumu Sato and Tosimitsu Tumura

The nut deformation, which is the main cause of loosening under repeated axial loads in a bolt-nut unit, is examined analytically and experimentally. First, a method is proposed to analyze the radial deformation of the nut, and the deformations of the various nuts are calculated by this method. Second, the validity of the numerical analyses are confirmed by some experiments. Finally, it is shown that the top face of the nut contracts in radial direction while its bearing surface expands by the force acting on mating thread ridges under tensile load.

Key words: bolt nut unit, nut deformation, deformation analysis, deformation measurement, bearing surface, top face, thread connected part

1. 緒 言

ボルト・ナット締結体のゆるみ機構の解明において、このボルトおよびナットの変形状態を知ることは重要な問題の一つである。特に軸方向荷重の増減を繰り返し受ける場合、その荷重増減に伴うボルトとナットの半径方向の収縮もしくは拡大変形が、ゆるみの主要原因と考えられているので^{1)~3)}、ナットの半径方向の変形状態を知ることによって、このゆるみ発生機構をより明らかにすることができる。そして、ナットの変形に関する研究⁴⁾はすでに数多くなされているが、従来の研究は主として強度設計に必要なねじ締結体各部のばね定数を推定するためのもの⁵⁾である。そのために基礎的なボルト・ナット結合における軸方向荷重を受けたナットの半径方向の変形については、その結合部のねじ山に作用する力の半径方向分力により、ナットは外方に向かって拡大することが知られている⁶⁾だけで、まだ十分明らかにされていない。

そこで本研究では、まずボルト・ナット結合部のねじ山に作用する力を半径方向と、さらに軸線方向の成分に分け、ナット半径方向の変形を解析するための一数值解析法を示す。次にナット高さおよび外径の異なる3種類の形状のナットの変形状態を解析し、さらに実験によってその解析結果の妥当性を確かめ、ボルト・

ナット結合における軸方向の荷重を受けたナットの変形状態を明確にした。このことはねじのゆるみ現象をより明らかにするために重要と考える。

2. 数 値 解 析

解析においては、まず図1(a)に示すボルト・ナット結合における力関係を、図1(b), (c)に示すようにナット内周面に軸線方向分力 $q(z)$ と半径方向分力 $p(z)$ が働く場合とに置き換えて考える。 $q(z)$ と $p(z)$ はねじ山形状によって関係づけられ、図2に示すようにねじ面における力の釣合いよりその関係は次式で表される。

$$\frac{p(z)}{q(z)} = \tan(\alpha - \rho) \quad (1)$$

ここで、 α はねじ山の半角、 ρ はねじ面における摩擦角で負符号はナットが半径方向に拡大変形する場合を示し、 μ_s をねじ面における摩擦係数とすれば $\mu_s = \tan \rho$ で一定と仮定する。三角ねじ($\alpha = 30^\circ$)では $\mu_s = 0.1$

Fig. 1 Equilibrium of force in bolt nut unit

* 原稿受付 昭和59年11月30日、昭和57年度精機学会秋季大会学術講演会(昭和57年10月20日)にて発表

** 正会員 神奈川大学工学部(横浜市神奈川区六角橋3-27)

Fig. 2 The ratio of radial component force $p(z)$ to axial component force $q(z)$ on screw surfaces of nut threads

Fig. 3 Shape of nut and system of coordinates

とすると $p(z)/q(z) \approx 0.452$ である。次にナットは、図3に示すように内直径 $2a$ 、外直径 $2b$ 、高さ h の円筒とし、この円筒内周面に軸対称な軸線方向分力に相当するせん断応力 $\tau_{rz} = q(z)$ と半径方向分力に相当する外圧力 $\sigma_r = -p(z)$ が同時に作用すると考え、

$$\begin{aligned}
 \sigma_r = & \sum_{n=1,2,\dots} -\beta_n^3 \cos \beta_n z \left[a_n \left\{ I_0(\beta_n r) - \frac{I_1(\beta_n r)}{\beta_n r} \right\} + b_n \{ (1-2\nu) I_0(\beta_n r) + \beta_n r I_1(\beta_n r) \} \right. \\
 & + a_n' \left\{ K_0(\beta_n r) + \frac{K_1(\beta_n r)}{\beta_n r} \right\} + b_n' \{ -(1-2\nu) K_0(\beta_n r) + \beta_n r K_1(\beta_n r) \} \Big] \\
 & + \sum_{n=1,2,\dots} \beta_n^3 \sin \beta_n z \left[c_n \left\{ I_0(\beta_n r) - \frac{I_1(\beta_n r)}{\beta_n r} \right\} + d_n \{ (1-2\nu) I_0(\beta_n r) + \beta_n r I_1(\beta_n r) \} \right. \\
 & + c_n' \left\{ K_0(\beta_n r) + \frac{K_1(\beta_n r)}{\beta_n r} \right\} + d_n' \{ -(1-2\nu) K_0(\beta_n r) + \beta_n r K_1(\beta_n r) \} \Big] \\
 \sigma_\theta = & \sum_{n=1,2,\dots} -\beta_n^3 \cos \beta_n z \left\{ a_n \frac{I_1(\beta_n r)}{\beta_n r} + b_n (1-2\nu) I_0(\beta_n r) - a_n' \frac{K_1(\beta_n r)}{\beta_n r} - b_n' (1-2\nu) K_0(\beta_n r) \right\} \\
 & + \sum_{n=1,2,\dots} \beta_n^3 \sin \beta_n z \left\{ c_n \frac{I_1(\beta_n r)}{\beta_n r} + d_n (1-2\nu) I_0(\beta_n r) - c_n' \frac{K_1(\beta_n r)}{\beta_n r} - d_n' (1-2\nu) K_0(\beta_n r) \right\} \\
 \sigma_z = & \sum_{n=1,2,\dots} \beta_n^3 \cos \beta_n z \{ a_n I_0(\beta_n r) + b_n \{ 2(2-\nu) I_0(\beta_n r) + \beta_n r I_1(\beta_n r) \} \\
 & + a_n' K_0(\beta_n r) + b_n' \{ -2(2-\nu) K_0(\beta_n r) + \beta_n r K_1(\beta_n r) \} \} \\
 & + \sum_{n=1,2,\dots} -\beta_n^3 \sin \beta_n z \{ c_n I_0(\beta_n r) + d_n \{ 2(2-\nu) I_0(\beta_n r) + \beta_n r I_1(\beta_n r) \} \\
 & + c_n' K_0(\beta_n r) + d_n' \{ -2(2-\nu) K_0(\beta_n r) + \beta_n r K_1(\beta_n r) \} \}
 \end{aligned} \quad (4)$$

軸対称変形する有限円筒問題として取り扱う。解析に用いた座標系は円筒座標 (r, θ, z) で、応力関数 ϕ を用いると各応力は次のように表される。

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \right) \\
 \sigma_\theta &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \nabla^2 \phi - \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \\
 \sigma_z &= \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (2-\nu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right\} \\
 \tau_{rz} &= \frac{\partial}{\partial r} \left\{ (1-\nu) \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right\} \\
 \nabla^2 \nabla^2 \phi &= 0, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}
 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで ν はナット材のポアソン比である。

ナットが内周面に軸対称な外力 $q(z)$ と $p(z)$ を受ける場合には応力関数として次式を用いる。

$$\begin{aligned}
 \phi = & \sum_{n=1,2,\dots} \sin \beta_n z \{ a_n I_0(\beta_n r) + b_n \beta_n r I_1(\beta_n r) \\
 & + a_n' K_0(\beta_n r) + b_n' \beta_n r K_1(\beta_n r) \} \\
 & + \sum_{n=1,2,\dots} \cos \beta_n z \{ c_n I_0(\beta_n r) + d_n \beta_n r I_1(\beta_n r) \\
 & + c_n' K_0(\beta_n r) + d_n' \beta_n r K_1(\beta_n r) \}
 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $\beta_n = (2n-1)\pi/2h$ 、 $I_0(\beta_n r)$ 、 $I_1(\beta_n r)$ 、 $K_0(\beta_n r)$ 、 $K_1(\beta_n r)$ は零次および一次の第1種および第2種変形ベッセル関数を表し、 $a_n, b_n, c_n, d_n, a_n', b_n', c_n', d_n'$ は実数の未定係数である。応力の各成分は式(3)を式(2)に代入し、整理すると、

$$\begin{aligned} \tau_{rz} = & \sum_{n=1,2,\dots} \beta_n^3 \sin \beta_n z \{a_n I_1(\beta_n r) + b_n \{2(1-\nu)I_1(\beta_n r) + \beta_n r I_0(\beta_n r)\} \\ & - a_n' K_1(\beta_n r) + b_n' \{2(1-\nu)K_1(\beta_n r) - \beta_n r K_0(\beta_n r)\}\} \\ & + \sum_{n=1,2,\dots} \beta_n^3 \cos \beta_n z \{c_n I_1(\beta_n r) + d_n \{2(1-\nu)I_1(\beta_n r) + \beta_n r I_0(\beta_n r)\} \\ & - c_n' K_1(\beta_n r) + d_n' \{2(1-\nu)K_1(\beta_n r) - \beta_n r K_0(\beta_n r)\}\} \end{aligned}$$

を得る。各未定係数は境界条件を満足するよう定める。
そして本文では選点法によって求める。

境界条件はナットねじ面および座面で摩擦のある場合には次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \text{(i)} \quad r=a \text{ において} \\ \quad \tau_{rz}=q(z), \quad \sigma_r=-p(z) \\ \quad \text{そして} \\ \quad -p(z)/q(z)=-\tan(\alpha-\rho) \\ \text{(ii)} \quad r=b \text{ において } \tau_{rz}=0, \quad \sigma_r=0 \\ \text{(iii)} \quad z=0 \text{ において} \\ \quad \tau_{rz}=f(r), \quad \sigma_z \text{ は指定しない} \\ \text{(iv)} \quad z=h \text{ において } \tau_{rz}=0, \quad \sigma_z=0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここで、 $q(z)$ 、 $p(z)$ はねじ結合部のねじ山荷重分担率の分布を表し、実際の数値計算ではこの分布を指定する。なお $q(z)$ は Q を軸力とすると $Q = \int_0^h 2\pi a q(z) dz$ の関係がある。式 (5)-(iii) の $z=0$ における σ_z は座面圧力に該当し、他の境界条件 (式 (5) の (i), (ii), (iv) および (iii) の $\tau_{rz}=f(r)$) がすべて定まれば一意的に得られる。また $\tau_{rz}=f(r)$ はナット座面の摩擦力に相当し、実際の数値計算ではあらかじめ摩擦のない場合の座面圧力 σ_{z0} の分布を求め、 $\tau_{rz}=f(r)=\mu_w(r)\sigma_{z0}$ として再計算を行う。ここで $\mu_w(r)$ はナット座面の摩擦係数で、その分布は明らかでないが本報では第一段階として近似的に $\sin$ 分布と仮定し、 $\mu_w(r)=\mu_w' \sin \pi(r-a)/(b-a)$ で表す。なおナットねじ面および座面で摩擦のない場合には $\mu_s=\mu_w'=0$ で境界条件式 (5) は $-p(z)/q(z)=-\tan \alpha$ および $z=0$ における $\tau_{rz}=f(r)=0$ となる。

応力関数 ϕ が有限項数で、たとえば $n=6$ とすれば選点法により式 (5) の条件を満足する未定係数 $a_n, b_n, c_n, d_n, a_n', b_n', c_n', d_n'$ ($n=1, 2, \dots, 6$) を決めればよい。そのためにナット境界上に $8 \times 6 = 48$ 個の点を選ぶ。その際、精度の良い解を得るためには、この選点間の値が正確値 (境界条件で示す応力値) に近づくよう、試行錯誤による境界上での選点の位置や割振りが必要である。上述のように選んだ点において、式 (5) を満足させれば 48 元一次連立方程式が得られる。これらの方程式を解けば各未定係数は決まり応力が求められる。そしてナットの半径方向変位 u は得られた各応力値を用いて次式で算出される。

$$u = \frac{r}{E} \{ \sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z) \} \quad (6)$$

ここで E はナット材の縦弾性係数である。

3. 数値計算結果とその考察

数値計算は図 4 に示すような 3 種類のナットについて行った。すなわち、図 4 (a) はメートル並目ねじ M 20 の通常のナット寸法に相当し、内径はねじの有効径にはほぼ等しく、外径は六角ナットの軸直角断面積と同一の円筒断面積になるように選んだ。参考として (b) は外径の大きいナット、(c) は高さの高いナットで、これらのナットの数値計算に用いた各寸法の値を表 1 に示す。ナットはいずれも鋼製で $E=206 \text{ GPa}$ 、 $\nu=0.3$ とし、ねじ面および座面の摩擦係数は ' $\mu_s=\mu_w'=0.1$ ' とした。通常寸法のナット (a) の内周面に作用する $q(z)$ と $p(z)$ の分布は、一般に知られているねじ

Fig. 4 Examples of numerical calculation

Table 1 Values of nuts for numerical calculation

Nut	Item	Inside diameter 2a mm	Outside diameter 2b mm	Height h mm	Modulus of longitudinal elasticity E GPa	Poisson's ratio
(a) Normal nut		18.0	31.0	16.0	206	0.3
(b) Nut with large outside diameter		18.0	40.0	16.0	206	0.3
(c) High nut		18.0	31.0	32.0	206	0.3

Fig. 5 Distributions of stresses over boundary surfaces in normal nut

結合部のねじ山荷重分担率の分布状態⁷⁾⁸⁾を想定し、図4において一点鎖線で示すように座面より1ピッチ離れた $z=2.5\text{ mm}$ において最大で、頂面に向かうにつれて減少するものとした。また外径の大きいナット(b)、高さの高いナット(c)の場合も比較のため、 $p(z)$ と $q(z)$ は通常寸法のナット(a)に準じた分布とした。参考として軸線方向分力 $q(z)$ だけ、および半径方向分力 $p(z)$ だけ作用する場合についても計算した。

これらの数値計算に当たり、 $n=6$ 、選点数48とし、ナット内周面および外周面での選点の間隔は $0.16h$ の等間隔にとり、両端面近傍のみ $0.05h$ としてナット境界上に合計48個の選点を定めて計算した。得られた結果の境界条件の満足度は、ナット外周面では選点間で零であるべき σ_r/q_0 、 τ_{rz}/q_0 の値が 0.45×10^{-2} 以下で、頂面でも τ_{rz}/q_0 の値が 0.13×10^{-2} 以下である。また、図5に示すようにナット内周面においても応力 τ_{rz} 、 σ_r の分布は比較のため図中に一点鎖線で示した $q(z)$ 、 $p(z)$ の分布とはほぼ一致しているので、以下に述べる計算結果は十分信頼できると考えられる。

図6は標準的なナット(図4(a))の内周面および外

Fig. 6 Radial displacements of internal and external surfaces in normal nut

周面の半径方向変位の分布を示したものであり、図中の破線は軸線方向分力 $q(z)$ だけ作用した場合で、また一点鎖線は半径方向分力 $p(z)$ だけ作用した場合の結果である。なお半径方向変位 u の値は軸力 Q の大きさによって異なるため Q を基準にした u/Q で示した。実線で示すナット内周面と外周面の変位は似た分布を示し、頂面近傍ではわずかに内方に、座面近傍では外方に変位し、ナットは頂面側で収縮し座面側では大きく拡大変形することがわかった。そして、半径方向分力 $p(z)$ だけ作用した場合には、内周面および外周面は頂面側、座面側ともに外方に変位し、ナットは内圧を受けた円筒の拡大変形に類似している。一方、軸線方向分力 $q(z)$ だけ作用した場合には、内周面は軸線方向に引張られるため頂面近傍では内方に変位し、ナットは頂面側で収縮し中心に向かって傾くような変形をする。通常、ナットは $p(z)$ と $q(z)$ が同時に作用するので、前述のナットの变形はこれら両者の重ね合わせによって生じていることがわかる。

図7は外径の大きいナット(図4(b))と高さの高いナット(図4(c))の内周面と外周面の半径方向変位の分布を示したもので、図中の破線は参考のためねじ面および座面で摩擦のない場合の結果である。両ナットとも摩擦のある場合とない場合の内周面および外周面

Fig. 7 Radial displacements of internal and external surfaces in nut with large outside diameter and high nut

の変位は似た分布を示し、頂面近傍では内方に、座面近傍では外方に変位し、両ナットとも標準的なナットの変形結果(図6)と同様に頂面側で収縮し、座面側では拡大変形することがわかった。

4. 実験

ボルト・ナット結合において軸方向荷重を受けたナットの変形状態を調べるため、ナット外周面の半径方向変位を電気マイクロメータを用いて測定する実験を行った。実験に用いたナットは前章での数値計算例の各ナット(図4)の形状寸法と同じ3種類の鋼製丸ナットで、同一形状・寸法のものを2個ずつ用意し、それぞれナット No.1, ナット No.2 とした。ボルトはねじの呼び M 20, 等級 6g とした。これらのボルト・ナット結合体に軸方向荷重を与えるため、図8に示す荷重装置を用いてインストロン材料試験機により、ボルト軸力 $Q=27.0$ kN (使用したボルトの降伏点の約 50%) まで負荷した。この時生じたナットの半径方向の変位は、同図8に示すようにナット外周面上で同一高さの位置に 180° 位相を離れた2個のてこ式電気マイクロメータにより検出した。いずれの実験においても、座面板はその変形やボルト穴の影響を少なくするために厚くて硬い表面研磨した鋼材 (HRC 40) で、ボルト穴径 20.5 mm のすきまの小さい物を用いた。なお

Fig. 8 Schematic of apparatus used to measure nut deformation

ボルト・ナットねじ面および座面には、アセトン洗浄乾燥後グリースを塗布した。

図9は各ナット外周面の半径方向変位の実験値と計算値の比較を示したものである。図中の実験結果の○印はナット No.1 を、●印はナット No.2 を用いたものである。この図からわかるように、実験で得られたナットの変形は図中に実線および破線で示した数値計算結果と、実際にはねじ山荷重分担率の分布が一様分布に近いと思われる高さの高いナット(図9(c))を除いては、ほぼ一致している。また Goodier のナットの変形とねじ山の荷重分担率の分布との関連性を調べた実験報告⁹⁾でも、ナットの変形は本計算結果と似た傾向を示しており、通常、ナットは頂面側で収縮し、座面側で拡大変形することが確認された。

5. 結 言

ボルト・ナット結合において、ゆるみ機構の解明に重要な軸方向荷重を受けたナットの変形状態を明確にするために数値解析と実験を行い、次のことが明らかになった。

- (1) 結合部のねじ山に作用する力を半径方向と軸線方向の成分に分けて、ナットの半径方向の変形問題を数値解析する一方法を提示した。
- (2) 通常、ナットは頂面側で収縮し、座面側で大きく拡大変形し、計算値と実験値がほぼ一致した。

(a) Normal round nut

(b) Round nut with large outside diameter

(c) High round nut

Fig. 9 Comparison of the experimental results with calculated results for radial expansion of nuts

(3) 上述のナットの変形は、半径方向分力によって頂面、座面側とも拡大し、軸線方向分力によって頂面側は収縮し、座面側は拡大し、両者の重ね合わせによって生じていることが解明された。

最後に、この研究を行うにあたって東京電機大学山本晃教授のご指導を頂き、また神奈川大学宮田忠治教授のご助言を賜り深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) J. N. Goodier & R. J. Sweeney: Loosening by Vibration of Threaded Fastenings, Mech. Engg., **67**, 12, (1945) 798.
- 2) 北郷 薫: ボルト・ナットのゆるみについて, 日本機械学

会論文集, **30**, 215 (1964) 934.

- 3) 山本 晃, 佐藤 進, 細川修二: ボルト・ナット結合体のゆるみ機構に関する研究(第5報), 昭和55年度精機学会春季大会学術講演会前刷(1980) 222.
- 4) 例えば, 沢 俊行, 丸山一男: ねじ結合におけるボルト頭部およびナットの変形について, 日本機械学会論文集, **41**, 346 (1975) 1917.
- 5) 丸山一男, 吉本 勇, 小川正純, 桑山哲郎: ねじ締結体の変形解析, 精密機械, **48**, 8 (1982) 1016.
- 6) 山本 晃: ねじ締結の理論と計算, 養賢堂(1972) 45.
- 7) 田中道彦, 宮澤英夫, 朝場栄喜, 北郷 薫: ねじ締結体への有限要素法の応用, 日本機械学会論文集, **46**, 410(1980) 1276.
- 8) 宮田忠治ほか: ボルト・ナット結合体の応力分布および座面圧力分布について, 光弾性学論文集, **4**, 1 (1982) 15.
- 9) J. N. Goodier: The Distribution of Load on the Threads of Screws, Trans. ASME, J. Appl. Mech., **62**, (1940) A-10.