2 自由度系の衝突振動（第2報）*

——運動の性質と最適衝撃条件——

小 泉 邦 雄** 横 山 恭 男***

Vibration with Collision of Two-degrees-of-freedom System (2nd Report)
—Characteristics of Motion and Optimum Impact Conditions—

Kunio KOIZUMI and Yasuo YOKOYAMA

The study deals with repetitive impact motion of the two-degrees-of-freedom hammering system consisting of an exciter, an impactor and a rigid stop for improvement of a vibrating hammer. This paper presents properties of the impact velocity of the hammer, the amplitude of both bodies, many resonant frequencies of the vibration and the impact activity. The activity is estimated by impulse and amplitude ratio of the impactor to the exciter. The value depends on excitation frequency, setting gap of the stop, mass of bodies and stiffness of springs. It is resonant condition that two ratios of the natural frequency to the excitation one equal to the multitude of integer. The limited gap range and the colliding velocity fail nearby these resonances. Solutions of the optimum impact problem give us combinations of mass and stiffness at the peak activity. There are three peaks in the case of adjustable gap and the only one peak in fixed gap. Two peaks exist on estimation of the product of impulse and amplitude ratio. This system surpasses the one-degree-of-freedom hammering system about the activity.

Key words: vibration with collision, colliding vibration, repetitive impact, impact, hammering machine, vibrating hammer, hammer, two-degrees-of-freedom system

1. 結 言

現用のハンマリングマシンのハンマ系の多くは、1 自由度振動系とみなせる。本研究は、このような機械の動作特性の改善と発生する振動、騒音の低減を目的としてハンマ系を駆動部の加振体とハンマとなる衝突体に分離した2 自由度系とし、剛に設置された被衝突体との間で生ずる衝突振動を取り扱っている。

前報¹⁾では、運動の基本式を求めるとともに安定性解析をした。その結果、励振振動数が第2 次固有振動数の整数分の1 に等しいときに、安定運動を生ずる被衝突体の設定間隔範囲が狭く、かつ衝突速度が小さくなり、衝突振動が衰退して共振点の特徴を示した。

本報では、この共振点を求めると同時に、設定間隔の3 つの型の現れる条件を明らかにした。これによって、衝撃能力に直接関係する衝突速度の設定間隔に対する傾向を知ることができる。また衝突体と加振体の振幅についても考察した。衝撃能力を衝撃力の力積で

評価したときの最適な衝撃条件を求めるにあたって、仮に衝突体の質量が決まっていたとしても、加振体質量、加振ばねとハンマ支持ばねのこわさの選定が問題である。そこで衝突体と加振体との質量比と支持ばねと加振ばねとのばねこわさの比のすべての組合せについて、衝撃能力が最も大きくなる条件を最適条件とした。加振体の振幅は機械の小型化と駆動機構に及ぼす振動の悪影響を避けるために、特に小さいことが望まれる場合があるので、衝突体、加振体の振幅比と衝撃力積との積についても評価した。被衝突体は、設定位置に剛に固定されるのが普通であるが、その場合は、衝突体の強制変位振幅の下限以下に存在する衝撃能力の大きくなる設定間隔をとれない。ここでは、卓上型のような小型の場合も想定して、被衝突体の位置を移動調節して強制変位振幅の下限以下にできる場合についても検討した。

1 自由度系の場合と最適衝撃条件を比較した結果、2 自由度系は、1 自由度系をしのぐ衝撃能力を持っていることがわかった。今後、このような原理を基礎にして、発生する振動・騒音を低減させた機械の開発への発展につながることが期待される。

* 原稿受付 昭和58年10月21日、昭和53年度精機学会春季大会学術講演会（昭和53年3月31日）にて発表

** 正 会 員 富山大学工学部（富山市五福3190）

*** 正 会 員 金沢大学工学部（金沢市小立野2-40-20）

Fig. 1 Model and its steady-state impact motion

2. 運動の性質

図1のように、質量 m_2 の衝突体をこわさ k_2 の加振ばねで質量 m_1 の加振体からつり下げる。この加振体をこわさ k_1 の支持ばねで弾性支持すると、ハンマ系は2自由度系となる。以下の添字 $i=1, 2$ は、加振体と衝突体に関する量、 $i=1, 2$ は、固有振動次数に対応する量である。

衝突体のはね返る方向を正とする変位 x_i の原点を各々の静止位置にとり、 x_2 の座標で測って a の位置に被衝突体を設ける。また、 k_i のばね部には粘性減衰係数 λ_i の粘性減衰を考慮する。加振体が振幅 F_0 、角振動数 p の正弦励振力で加振され、衝突体が被衝突体に速度 v で衝突して v の α 倍の速度ではね返った瞬間を時間 t の原点にとり、励振力周期と等しい時間 $t=T=2\pi/p$ の後、再び衝突する衝突振動が定常的に持続している状態は、変位と速度をそれぞれ強制振動の m_2 の変位振幅 x_{2f} と速度振幅 px_{2f} で無次元化して $X_i = x_i/x_{2f}$ 、 $\dot{X}_i = (dx_i/dt)/px_{2f}$ とすると、 $X_i(0) = X_i(pT)$ 、 $\dot{X}_i(0) = \dot{X}_i(pT)$ 、 $\dot{X}_2(0) = -\alpha \cdot \dot{X}_2(pT)$ の4条件から決まる1周期の運動を次々に接続することで表される。

被衝突体の設定間隔 $A = a/x_{2f}$ と衝突速度 $V = v/px_{2f}$ は、

$$A = X_2(0) = A_a \sin \varphi + A_b \cos \varphi = A_m \sin(\varphi + \varphi_a) \quad (1)$$

$$V = \dot{X}_2(pT) = V_a \sin \varphi + V_b \cos \varphi = V_m \sin(\varphi + \varphi_v) \quad (2)$$

のように $t=0$ における励振力の位相遅れ φ の関数として表される¹⁾。式(1)、(2)より φ を消去して設定間隔に対する衝突速度の関係を求めると、次式の2次関数を得る。

Fig. 2 Elliptic relation between impact velocity and setting gap

$$V_m^2 A^2 - 2(A_a V_a + A_b V_b) A V + A_m^2 V^2 = (A_b V_a - A_a V_b)^2 \quad (3)$$

微小減衰で、後述の共振付近を除いた $z > 1$ のとき、

$$A^2 - (1-\alpha) \tan \psi \cdot A V + \left(\frac{1-\alpha}{2} \sec \psi \right)^2 V^2 = 1 \quad (4)$$

ここで、 ξ_i ：固有振動の振幅比、 n_i ：無減衰固有角振動数、 $z = p/n_i$ ：振動数比、 $N = n_2/n_1$ ：固有振動数比として

$$\tan \psi = \frac{z}{\xi_1 + \xi_2} \cdot \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \left(\xi_1 \cot \frac{\pi}{z} + \frac{\xi_2}{N} \cot \frac{\pi N}{z} \right)$$

である。これらは $A-V$ 面上で $(A, V) = (\pm 1, 0)$ を通り、原点を中心とする楕円である。図2にこの関係を示す。ここで $\xi_i = \lambda_i / \sqrt{m_i k_i}$ ：減衰比、 $M = m_2/m_1$ ：質量比、 $K = k_2/k_1$ ：ばねこわさ比である。本研究では、衝撃周期が励振力周期に等しい場合のみを扱っているが、その内の不安定な運動は破線で示した。 $A_m > 1$ の場合は、同一の A で2つの異なる運動が求められる。しかし1自由度系の場合と同様に、必ず $|V|$ の小さな方が不安定になり、これは示していない。減衰が小さければ $z=1$ のとき $A_m = -1$ となって $A=0$ で衝突速度が最大になるとみなせ²⁾、運動波形が正弦波に近いために¹⁾ px_{2f} に比べて v が小さくなる。 z を高くしてゆくと、楕円が反時計回りに回転するが、 $z = N/2$ で半回転目、 $z = N$ で1回転目となるように見受けられ、しかもこの付近で V が小さくなる。これは、衝突振動の共振点の一般的な性質ゆえ、 $z = N/I$ ($I = 1, 2, \dots$) が共振点であることを示唆している。式(2)を検討すると、 V が最大値 $V_{\max}$ をとるのは $\varphi = -\pi/2 - \delta_2$ のときであり、そのときの A を A_v とすると

$$V_{\max} = -V_m, \quad A_v = -(A_a V_a - A_b V_b) / V_m \quad (5)$$

減衰が微小で、後述の共振点を除いた $z > 1$ のとき

$$V_{\max} = -2/(1-\alpha), \quad A_v = \tan \psi \quad (6)$$

Fig. 3 Many order of resonance on secondary natural frequency and region of 3 types of setting gap

となり、 $V_{\max}$ は 1 自由度系と同様の性質を示す²⁾。

設定間隔の型²⁾と共振点を考察するために、 $A-V$ 面で ($A_v, V_{\max}$) と原点を結ぶ直線を考えると

$$V = -2/(1-\alpha) \cdot \cot \psi \cdot A \quad (7)$$

であり、傾斜が左下がりときは、 A の範囲の一部が $A < -1$ となって引き離し型、右下がりでは $A > 1$ となるので押し込み型、0 あるいは $\pm\infty$ のときは、この 2 つの型の境で中立型となる。従って中立型では、次式が成り立つ。

$$\xi_1 \cot \frac{\pi}{z} + \frac{\xi_2}{N} \cot \frac{\pi N}{z} = 0, \pm\infty \quad (8)$$

$\pm\infty$ のときは、 A の範囲の限界が無遠方となり、その A をとると振幅が ∞ になるので、これが衝突振動の共振点である。この振動数比は式 (8) より、

$$z = 1/I, N/I \quad (I=1, 2, \dots) \quad (9)$$

であり、各々を n_i についての $1/I$ 次共振と呼ぶ。これらの共振点間で楕円は半回転し、設定間隔の型は、引き離し型から中立型を経て押し込み型に変化する。1 自由度系では $z=1/I$ の共振点が存在したが²⁾、2 自由度系では第 2 次固有振動数に対応した共振点が追加される。図 3 は、質量比による n_2 についての共振点の変化と設定間隔の型の存在領域を示しており、 M が大きくなると N も増大し、 $z > 1$ に n_2 についての共振点が多く現れる。一点鎖線は式 (8) の右辺が 0 のときであり、中立型を示すが、 $I > 3$ では、共振を表す実線に近づき、押し込み型の現れる領域が非常に狭くなる。破線の例では、 $z=3$ で n_2 についての 1 次共振のとき、 $z=1.5$ で $1/2$ 次共振を生じ、 $z=1$ で $1/3$ 次共振であり、かつ n_1 についての 1 次共振でもある。この場合 $N=3$ で、 $K=1$ では $M=1.624$ となる。

衝突振幅は、変化の最大と最小の差で定義され、衝突体の強制複振幅 $2x_{2f}$ で無次元化して γ_i で表す。図 4 と図 5 で、 $z=1$ のとき、ともに原点を通る直線に見

Fig. 4 Change of impactor's amplitude with setting gap

Fig. 5 Change of exciter's amplitude with setting gap

えるが、これは、減衰が小さく A が 0 の近くでなければ $X_1 \doteq (A/\xi_1) \cdot \cos n_1 t$, $X_2 \doteq A \cos n_1 t$ とみなせるので¹⁾、それぞれ次式で近似的に表されることで確かめられる。破線は、図 2 と同様の不安定運動を示す。

$$\gamma_1 \doteq |A|/\xi_1, \quad \gamma_2 \doteq |A| \quad (10)$$

$z=1$ に近い振動数比では、式 (10) を上方に平行移動した直線とみなせ、波形は、移動分だけ $X_i > 0$ の部分の方が $X_i < 0$ 側よりも高い傾向にある。 $z > 1$ では、共振点付近を除いて A の広い範囲にわたって、衝突体の波形は、半正弦波状の単純波形になるので、 $pt = \pi$ で最大変位になるとみなすと、 γ_2 は次式で示される。

$$\begin{aligned} \gamma_2 \doteq & -\cos(\varphi + \delta_2) - \frac{1}{2} \cdot \frac{z}{\xi_1 + \xi_2} \cdot \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \\ & \times \left\{ \xi_1 \left(\operatorname{cosec} \frac{\pi}{z} - \cot \frac{\pi}{z} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\xi_1}{N} \left(\operatorname{cosec} \frac{\pi N}{z} - \cot \frac{\pi N}{z} \right) \right\} \sin(\varphi + \delta_2) \quad (11) \end{aligned}$$

ここで δ_2 は、励振力に対する m_2 の強制振動の位相遅れである。式 (1) を用いると、 A と γ_2 は 2 次関数で結びつき、 $(A, \gamma_2) = (\pm 1, \mp 1)$ を通り、原点を中心とする楕円となって厳密値に近い傾向を表す。加振体については、一般に簡単な式で表せないが、傾向は γ_2 と比較的似ている。大まかには、振幅が大きくなると、

Fig. 6 Travelling of the center of exciter's vibration

図 2 より衝突速度が大きくなると考えてよい。

加振体の運動は、衝突体の影響を受け、振幅の範囲の中心が静止位置から x_{1s} だけずれる。このずれを x_{2f} で無次元化して表すと

$$X_{1s} = \{(x_1)_{\max} + (x_1)_{\min}\} / 2x_{2f} = (X_1)_{\max} - \gamma_1 \quad (13)$$

である。これより、最大・最小変位は、各々 $(X_1)_{\max} = X_{1s} + \gamma_1$, $(X_1)_{\min} = X_{1s} - \gamma_1$ で求められ、加振体の振れる位置が定められる。衝突体では、 $(X_2)_{\max} = A + 2\gamma_2$, $(X_2)_{\min} = A$ となる。図 6 には加振体の振幅範囲の中心のずれを示す。破線は不安定運動を表す。 $z = N/2$ の共振点付近は、衝突振動が衰退するので例外であるが、 z が高くなると振れる位置が上方に著しくずれる。このときのずれと γ_1 の傾向が似ていることは、設定間隔を変えても、波形自体はあまり変わらないことを意味している。

3. 衝突特性

3.1 衝撃能力

衝突体が被衝突体を与える衝撃力の力積の大きさ i で衝撃能力を評価することにして、衝突体の衝突前後の運動量変化で置換して考え、 $X_{st} = F_0/k_1$ として次の無次元量

$$I = \frac{i}{m_2 n_1 X_{st}} = -(1+\alpha)z \frac{X_{2f}}{X_{st}} V$$

$$= I_a \sin \varphi + I_b \cos \varphi = I_m \sin(\varphi + \varphi_v) \quad (14)$$

で表すと、 p すなわち z を変えたとき、衝撃能力の変化を考察できる。式 (14) より、 I は V に比例するので、 I と A との関係は、式 (3) の $V_{a,b,m}$ を $I_{a,b,m}$ で置換した形であり、減衰が微小で、共振点付近を除いた $z > 1$ のとき

$$A^2 - \frac{(z^2 - 1)|z^2 - N^2|}{zN^2} \cdot \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \tan \psi \cdot AI$$

$$+ \left\{ \frac{1}{2} \cdot \frac{(z^2 - 1)|z^2 - N^2|}{zN^2} \cdot \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \sec \psi \right\}^2 I^2 = 1 \quad (15)$$

Fig. 7 Elliptic relation between impulse and setting gap

Fig. 8 Frequency response of impulse at selected gap. Point P and Q are picked conditions which give the maximum impulse in the case of fixed and adjustable gap, respectively. Broken lines show unstable motion

となる。図 7 のように、 z によって楕円の傾きが変わるので、 A を適宜選択しないと不必要な衝撃能力の低下を招く。破線は、不安定運動を示す。被衝突体の位置を動かせる場合は、 I が最大になる $A = A_v$ を z によらず選択すればよい。 $A_v < -1$ ならば、いったん定常運動を生じさせておき、衝突が途切れぬようにしつつ、被衝突体を移動させて $A = A_v$ にする。また F_0 を絞る方法もある。被衝突体が剛に固定される場合は、 $-1 \leq A \leq 0$ で I が最大になる A を選べばよく、設定間隔の各型で選択すべき適切な値は

$$\left. \begin{array}{ll} \text{引き離し型} & A = A_v \quad (-1 < A_v < 0) \\ & A = -1 \quad (A_v \leq -1) \\ \text{中立型, 押込み型} & A = 0 \end{array} \right\} \quad (17)$$

ただし、これらの A が $2\pi/p$ の衝撃周期を持つ安定な運動の領域外になる場合は、領域内で I が最大になる A をとる。図 8 の太線は、 p を変えながらこのように A を選択したときの I の変化を示す。 A_v は衝撃周期が $2\pi/p$ の運動を生ずる限界の A であり、破線は不安定運動の場合である。ある M, K の系で、 I が最も大きい P 点となる z と A を選べば、被衝突体が剛に固

Fig. 9 Impact activity map by impulse in the case of adjustable gap

定された場合に最小の F_0 で所要の衝撃能力が得られる。被衝突体の位置を動かせる場合には、常に細線で示した $A=A_v$ に合わせられるので、このときに I が最大となる Q 点の z と A_v を選ぶことができ、 P 点に比べて大きな衝撃能力が得られる。

M と K の組合せによって P, Q 点の衝撃能力も異なるので、 F_0 と p を固定したときに、 P, Q 点の衝撃能力がピークとなる最適な M と K の組合せを求めるために必要な、衝撃能力を表す無次元量として

$$K_i = \frac{i}{F_0/p} = M \cdot \left(n_1 / \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \right)^2 \cdot z \cdot I$$

$$= K_{im} \sin(\varphi + \varphi_v) \quad (18)$$

を定義し、 $M-K$ 面上に P, Q 点の I を K_i で表した等高線図を描いて求めたピークを最適衝撃条件とする。

3.2 被衝突体の位置を移動できる場合

P 点の K_{im} の等高線図である図9上のピーク $(K_{im})_p$ を求める。 M, K があまり大きくない範囲で表1のような3つのピークを持つ。 N が整数になる条件の破線上は、 $z=1$ が n_2 についての共振にもなっている。こ

Fig. 10 Impact activity map by impulse in the case of fixed gap

のとき $z=1$ からすぐ上の共振までの z の幅は最も広い。 N が整数を越えるところの共振間の z の幅が急に狭くなるが、各ピークは、共振間の z の幅の広い側にあり、多少の p の変化や z の設定ずれなどで、共振の影響域に入って衝撃能力が低下する心配が少なく、実用上都合がよい。

3.3 被衝突体の位置を固定する場合

式(17)のように A を選択しつつ z を変えたとき、 Q 点の K_i の等高線図、図10上のピーク $(K_i)_p$ を求めると、表1のようにただ一つ存在する。ピーク付近は、長いならかな尾根状になっている。ピークでは $A_v=0.332$ であり、選択する $A=0$ は A_v に近く、効率よく大きな衝撃能力が得られる。設定間隔の型は、中立型に近い押し込み型ゆえ、選択した A の付近の衝撃能力の変動が小さい。3.2 節の場合と比べて衝撃能力は20% 小さい。また z が高いので、ばねをやわらかくする必要がある。このピークの K, M を持つ最適系で、式(17)のように A を選択したときの K_i は、 $z=1.6 \sim 2.0$ で $(K_i)_p$ に近い値を保つので、 p を変えたい場合に適している。

3.4 加振体の振幅の抑制を考慮する場合

m_2 の振幅は、直接に衝撃能力にかかわるために、大きくなるのはやむを得ないが、 m_1 の振幅は、駆動機構への振動の悪影響の防止や本体の背たけを抑えるために、小さい方が望ましい。しかし図5のように、図4の m_2 の振幅と類似の傾向を示すので、衝撃能力を大きくするには、 γ_1 はある程度大きくなる。評価値として $K_i \cdot (\gamma_2/\gamma_1)$ を用いると、 K_i と γ_2 は互いにある程度大きい値をとるので、 $K_i \cdot (\gamma_2/\gamma_1)$ が大きければ、 γ_1 を比較的小さくできる。 m_1 の絶対的な振幅は、 $x_{2f}/$

Table 1 Optimum impact conditions ($\zeta_{1,2}=0.02$, $\alpha=0.5$)

Estimated value	Peak No.	$\frac{K}{N}$	$\frac{M}{z}$	$\frac{x_{2f}/x_{st}}{x_{1f}/x_{st}}$	$\frac{A}{V}$	$\frac{\gamma_2}{\gamma_2/\gamma_1}$	$\frac{\gamma_1}{X_{1s}}$	$\frac{K_i}{K_i \cdot \gamma_2/\gamma_1}$
$(K_{im})_p$	1	1.2	1.3	5.52	-3.74	3.87	2.34	7.60
		2.91	1.10	3.13	-1.75	1.65	-0.001	12.5
	2	1.8	2.5	5.15	-4.31	4.40	3.20	9.41
		3.89	1.10	3.26	-1.85	1.37	0.148	12.9
		3.0	5.0	6.20	-4.90	4.98	3.99	11.80
	3	5.77	1.08	4.60	-1.62	1.25	0.064	14.8
$(K_i)_p$	1	0.39	0.66	1.79	0.00	1.68	2.04	6.43
		2.09	1.84	1.98	-2.97	0.83	0.61	5.31
$(K_{im} \cdot \frac{\gamma_2}{\gamma_1})_p$	1	0.7	1.7	4.57	-4.23	4.40	1.95	6.36
		2.95	1.12	1.55	-2.00	2.25	0.002	14.3
	2	0.9	3.5	5.12	-4.66	4.76	2.51	7.40
		4.00	1.10	2.08	-1.80	1.90	0.136	14.1

Fig. 11 Estimation map by product of impulse and amplitude ratio in the case of adjustable gap

x_{st} によるが、この評価値により、 m_1 の振幅が抑えられる。図 11 は、 $A=A_p$ がとれるときの $K_{im} \cdot (\gamma_2/\gamma_1)$ の等高線図であり、表 1 のように 2 つのピークを持つ。この場合も図 9 と同様、ピークの N は、整数よりもやや小さい値となり、 z の多少の変動でも共振域の影響を受けにくく好都合である。3.2 節の場合と比較すると、 K_{im} は 0.84 倍と小さく、 m_2 の振幅 $A_{mp2} = \gamma_2 \cdot (2x_{2f}/x_{st})$ も 0.94 倍と小さい。一方 m_1 の振幅 $A_{mp1} = \gamma_1 \cdot (2x_{2f}/x_{st})$ は 0.69 倍とかなり小さく、同じ m_1 の振幅で衝撃能力を比較すると、1.21 倍と大きくなっている。すなわち、小さな m_1 の振幅で効果的に大きな衝撃能力を得ている。

以上の最適衝撃条件は、目的に応じて使い分ける。

4. 1 自由度系との比較

1 自由度系では、衝突体が直接に駆動されるのを、加振体と衝突体に分離して 2 自由度系にしたので、1 自由度系の衝突体質量 m 、支持ばね k 及び粘性減衰係数 λ が、それぞれ 2 自由度系の m_2, k_1, λ_1 に対応する。いま同じ F_0, p の励振力で比較する。1 自由度系で用いた衝撃能力の無次元量 $I_0 = i/mny_0^{11}$ を K_i に変換すると

$$K_i = I_0 \cdot z_0 / \sqrt{1 + 4h_0^2 z_0^2} \quad (19)$$

ここで z_0, h_0 は、1 自由度系の振動数比と減衰比である。

h_0 と ζ_1 、 z_0 と z は、それぞれ次のように対応する。

$$\zeta_1 = \lambda_1 / 2\sqrt{m_1 k_1} = \sqrt{M} \cdot \lambda / 2\sqrt{mk} = \sqrt{M} \cdot h_0 \quad (20)$$

$$z = p/n_1 = (p/n) / \sqrt{M} = z_0 / \sqrt{M} \quad (21)$$

1 自由度系の最適条件 O_m 点、 O_p 点³⁾と 3.2 節で述べた $(K_i)_p$ に関する最適条件を比較する。式 (20) より $\zeta_1 = 0.81 h_0$ 、 $z = 1.23 z_0$ である。以下、 O_p 点に関する量を () で示す。 $\alpha = 0.5$ 、 $h_0 = 0.02$ の $O_m (O_p)$ 点の条件は、 $z_0 = 1.068$ (1.012)、 $I_0 = 5.3$ (3.5)、 $A_0 =$

-1.0 (-0.6)、 $\gamma_0 = 1.03$ (0.60) である。 I_0 を式 (19) で変換すると $K_i = 5.66$ (3.54) となる。 $k_1/k = 1$ ゆえ、2 自由度系の $x_{st} = F_0/k_1$ で無次元化した強制変位振幅と衝突振幅は、各々 $x_f/x_{st} = 6.80$ (21.2)、 $A_{mp} = \gamma_0 \cdot (2x_f/x_{st}) = 14.0$ (25.5) となる。ゆえに 2 自由度系の最適条件は、1 自由度系に比べて衝撃能力が 1.14 (1.82) 倍、衝突体の振幅は 0.43 (0.24) 倍である。同一振幅で比較すると、衝撃能力は 2.65 (7.68) 倍となり、小さな衝突振幅、しかも $\gamma_2 = 1.68$ ゆえ、小さな強制変位振幅で 1 自由度系をしのぐ衝撃能力を得ている。 O_m 点は、減衰が小さいとき $A = -1$ であり³⁾、 A の変化に対して衝撃能力の変動が著しいが、3.2 節で述べた条件では、 A が多少変化しても、衝撃能力の低下が小さいという O_p 点の長所をもっており、この面でも優れている。

5. 結 言

2 自由度系の衝突振動の運動特性と、それに基づく最適衝撃条件を論じて得た主な結果は、次の通りである。

- (1) 衝突振動の共振点は、励振振動数が 1 次と 2 次の固有振動数の整数分の 1 の値をとるときである。
- (2) 共振点付近では、衝突振動が衰退するので、非共振の方に衝撃能力の高くなる条件が存在する。
- (3) 設定間隔 A と衝突速度 V とは 2 次関数で結びつき、 $(A, V) = (\pm 1, 0)$ を通り、原点が中心の楕円となる。
- (4) 衝突振幅は、共振点を除いて衝突体、加振体とも衝突速度が大きくなるときに増大する傾向にある。
- (5) 加振体の振幅範囲の中心は、共振点付近を除いて、振動数比 z が高いほど、上方へ著しくずれる。
- (6) 最適衝撃条件を 1 自由度系と比較すると、衝突体の振幅はやや小さく、同等以上の衝撃能力を示す。

末筆ながら、暖かい御指導を賜りました東京大学名誉教授・神保泰雄先生並びに東京大学教授・高野政晴先生に厚く御礼申し上げます。また終始適切なご助言をいただきました金沢大学教授・岡部佐規一先生のご厚情に対して感謝致します。

参 考 文 献

- 1) 小泉邦雄，横山恭男：2 自由度系の衝突振動（第 1 報），精密機械，48，8（1982）990。
- 2) 小泉邦雄，横山恭男：衝突振動の研究（第 2 報），精密機械，37，9（1971）672。
- 3) 小泉邦雄，横山恭男：衝突振動をするハンマ（第 1 報），精密機械，49，6（1983）766。