円筒形状の離散測定におけるサンプリング間隔*

金 田 徹** 塚 田 忠 夫***

Sampling Interval in Discrete Measurements of Cylindrical Form Errors

Tohru KANADA and Tadao TSUKADA

Sampling interval in a measurement of cylindrical form by means of the discrete data is studied in this research from the viewpoints of form error, wave length to be analysed and measuring accuracy. Namely, circumferential and axial sampling intervals of the cylinder surface are proposed from the analysis of auto-correlation function with considering the ratio of the difference between the original profile and the linear-interpolated profile of neighboring discrete data to the magnitude of the original form errors as a criterion.

Key words: cylinder, sampling interval, discrete data, form error, auto-correlation, measuring accuracy

1. 結 言

円筒の形状を離散化して測定し、電算機処理を行う手法が普及しつつあるが、その利点として、

- (a) 電算機処理のソフトウェアに柔軟性をもたせることができ、解析の自由度が大きくなること。
- (b) 処理システムに対する外乱の影響が少なく、処理精度の信頼性が向上すること。

等があげられる。一方、留意しなければならないものとして、

- (c) サンプリング間隔が大きすぎると、離散データから形状を把握することが難しくなり、また逆の場合にはいたずらにデータ量を増やすことになるため、適切なサンプリング間隔の設定が必要になること。

- (d) 処理結果の精度を保証するに十分な電算機用アルゴリズムを用意すること。

等が考えられる。

本報は、上述の項(c)について実験、解析し、円筒形状測定におけるサンプリング間隔を考察するものである。従来、円筒断面形状については、知りたい多角形成分の最高次数からサンプリング間隔を決定する方法もとられてきたが¹⁾、この方法では、離散化された

データから連続した円筒断面形状が十分把握できるという保証をすることは難しい。また、定常不規則信号に近い表面粗さのサンプリング間隔については、既に解析が試みられているが²⁾、次のような理由により、そのまま円筒形状測定に適用することは困難である。(i) 円筒の長さが短い場合には、データ量が不足するため、測定データの集合は定常とはみなし難くなる。(ii) 円筒断面形状と母線方向の形状の性質は異なると考えられるので、両者を考慮した解析が必要である。

本研究は、筆者らの1人が表面粗さの離散測定で行ったサンプリング間隔の考え方を基礎に²⁾、円筒形状の基本となる円筒断面形状と母線方向の形状について、それぞれの最適サンプリング間隔を検討し、この2つの結果を総合して円筒形状測定のためのサンプリング間隔の1つの決め方を提案する。

2. 試料および実験方法

円筒試料の断面形状および母線方向の形状は、筆者らが開発した半径法円筒形状測定機を用いて測定した³⁾⁴⁾。検出器は汎用されている球状測定子(先端直径3.17 mm)および微小表面凹凸の影響を除去するのに有効な静電容量形非接触センサ(センサ径0.5 mm)⁵⁾を用いた。

円筒断面形状誤差と母線方向の形状誤差との相関は、一般に弱い⁶⁾、本研究では互いに独立に取り扱うことにした。円筒断面形状は、表1に示す各試料に対し3~4断面を対象として、1周2000等分の位置で測定した。また、母線方向の形状は、1つの試料に対し

* 原稿受付 昭和59年3月27日、昭和57年度精機学会春季大会学術講演会(昭和57年3月22日)にて発表

** 正会員 関東学院大学工学部(横浜市金沢区六浦町4834)

*** 正会員 東京工業大学工学部(東京都目黒区大岡山2-12-1)

Table 1 Cylinder specimens

Machining method	Material	Diameter D mm	Length L mm	Cylindricity μm	Number of specimen
Ground	SK 3, SGDA	30-60	100-120	0.5-25	16
Turned	A 2011 BD C 2600 BD			1-10	12

Fig. 1 Scattering of measured data at sampling point
3~4 縦断面を選び, 0.05 mm のサンプリング間隔で離散化して測定した。

3. 測定データの取扱い

3.1 測定値のばらつき

離散位置での測定データは, 図1のようにばらつきと考えなければならないが, 一般には, ばらつきの大きさ, すなわち精度は測定値を信頼するに十分な範囲に入っていることが前提である。一方, 本研究のように, 離散データで形状を表現する最大サンプリング間隔を検討する場合には, 離散データにより表現された形状と実際の形状との間の差に, 後述するようなある許容値が必要となってくる。高精度部品の形状を測定する場合には, この許容値は測定値のばらつきの大きさに近くなることもあり, サンプリング間隔がばらつきの大きさで決定されてしまうおそれもある。したがって, 測定データは真値と誤差の和として扱うことが必要となる。一般には, 真値にかわるものとして期待値が多用されるが, 形状測定ではデータ量が膨大となり得策ではない。本研究では, 真値に代わるものとして, 離散データにあてはめたスプライン関数を用い, これを基礎として解析をすすめることにした。

3.2 スプライン関数による形状

図2に示すように, k 番目の離散化点における位置を x_k , データを y_k , あてはめた関数を $S(x_k)$ とし, k について独立で, 平均 0, 分散 σ_e^2 の誤差成分を e_k とおけば,

$$y_k = S(x_k) + e_k \quad (1)$$

$S(x_k)$ として多項式を採用する方法もあるが, この場合, 関数が連続であるがゆえに, ある小区間でのデータのふるまいが他のすべての区間に影響を及ぼすとい

Fig. 2 Smoothing by successive division method

(a) Axial direction (Profile of generatrix)

(b) Circumferential direction

Fig. 3 Examples of smoothed curves by successive division method

う欠点がある⁷⁾。これに対し, スプライン関数は多項式の欠点を克服し, 測定値によくあてはまる性質があり, 区間を適切に決めればよい結果が得られるといわれている⁸⁾。このような背景から, 本研究では逐次分割法⁹⁾を適用した3次のスプライン関数により式(1)の $S(x_k)$ を測定データにあてはめることにした。スプライン関数によるあてはめの判定基準は, Powell のTrendを用い, 円筒断面形状に対しては閉曲線としての境界条件, 円筒の母線方向形状に対しては開曲線の境界条件を入れたが, 計算手順の詳細は文献8)にゆずる。

このようにして得られた結果の例を図3に示すが, このときのあてはめの誤差 e_k の性質は表2のようになる。 e_k はSkewnessが0に近いことから平均値の両側に対称に分布し, Kurtosisが3に近いことからほぼ正規分布とみなすことができ, 式(1)の前提条件が満足されているとみなせる。以後, 本研究では, あてはめられた形状 $S(x)$ を対象に解析を進める。

Table 2 Examples of fitting error e_k

	Straightness 1.99 μm	Roundness 0.76 μm
Variance μm	2.34×10^{-4}	2.02×10^{-4}
Skewness	0.12	0.07
Kurtosis	4.79	2.98

Fig. 4 Linear interpolation and its error

4. サンプリング間隔の考え方

4.1 離散化による誤差

図4に示すように、形状 $S(x)$ をサンプリング間隔 τ で離散化し、隣接するデータ間を単純に直線補間したときの誤差について考えてみる。 y_{i-1} 点から y_i 点の方向へ $\gamma\tau$ ($0 \leq \gamma \leq 1$) 離れた位置での $S(x)$ と補間直線との差 $e_i(\gamma\tau)$ は、図4の記号を用いて、

$$e_i(\gamma\tau) = S(x_{i-1} + \gamma\tau) - S(x_{i-1}) - \gamma \{ S(x_i) - S(x_{i-1}) \} \quad (2)$$

$S(x)$ を平均値0の不規則波形とすれば、 $e_i(\gamma\tau)$ も平均値0の変数となる。測定長 L における $e_i(\gamma\tau)$ の分散 $V(\tau)$ は、

$$\left. \begin{aligned} V(\tau) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \int_0^1 e_i^2(\gamma\tau) d\gamma = \frac{5}{3} R(0) \\ &\quad + \frac{1}{3} R(\tau) - 4 \int_0^1 (1-\gamma) R(\gamma\tau) d\gamma \\ R(\tau) &= \frac{1}{L-\tau} \int_0^{L-\tau} S(x) \cdot S(x+\tau) dx, \\ N &= L/\tau \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$R(\tau)$ は $S(x)$ の自己相関関数である。式(3)を分散 $R(0)$ で無次元化し、 $V(\tau)/R(0) = k(\tau)$ とおけば、

$$\left. \begin{aligned} k(\tau) &= V(\tau)/R(0) = \frac{5}{3} + \frac{1}{3} \rho(\tau) \\ &\quad - 4 \int_0^1 (1-\gamma) \rho(\gamma\tau) d\gamma \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\rho(\tau) = R(\tau)/R(0)$$

$k(\tau)$ は近似の1つの判定条件となり得るもので、この値が許容できる値以下であれば、直線補間によって曲線 $S(x)$ が十分近似できることになる。

4.2 基準 $k(\tau)$ の性質

正規化した自己相関関数 $\rho(\tau)$ は、式(4)からわか

Fig. 5 Typical auto-correlations of cylindrical form errors

(a) Axial direction

(b) Circumferential direction

Fig. 6 Examples of auto-correlation function $\rho(\tau)$, τ in mm

るように、 $k(\tau)$ 決定の重要な役割を演じている。定常不規則信号では、一般に $\rho(\tau)$ は指数関数的な減少をされるといわれているが²⁾、測定長が制限された円筒形状の場合には、図5に示すように指数関数的な減少を示すことは少ない。一方、本研究でのサンプリング間隔は、相関のかなり強い領域、すなわち $\rho(\tau)$ が1に近いところが対象となるので、この領域の $\rho(\tau)$ を検討しておく必要がある。

上記の理由から $\rho(\tau) \geq 0.8$ の範囲で $\rho(\tau)$ と τ (単位: mm) との関係を求めると図6ようになる。図中の実験番号は、表3によっている。いずれの結果も次式で近似することができる。

$$\rho(\tau) = \exp(-a\tau^\beta), \quad (\rho(\tau) \geq 0.8) \quad (5)$$

本実験の範囲における式(5)の係数 a, β の例を表3

Table 3 Examples of coefficients α and β , magnitudes of form errors and appropriate sampling intervals

Experiment No.	Dimension of specimen $\phi D \times L$ mm	Circumferential direction						Axial direction					
		Roundness μm	$\sqrt{R_c(0)}$ μm	α	β	$\tau_{c0.9}$ mm	$\tau_c(\text{mm})$ for $k(\tau)=0.01, 0.025$	Straightness μm	$\sqrt{R_a(0)}$ μm	α	β	$\tau_{a0.9}$ mm	$\tau_a(\text{mm})$ for $k(\tau)=0.01, 0.025$
1	$\phi 30 \times 100$	0.20	0.05	0.07	1.38	1.39	0.90 1.70	0.45	0.11	0.04	1.33	2.24	1.80 3.20
2	$\phi 30 \times 100$	0.76	0.23	0.04	1.70	1.79	1.90 3.05	1.99	0.54	0.06	1.20	1.52	0.70 1.50
3	$\phi 30 \times 100$	0.25	0.09	0.02	1.66	2.64	3.75 5.40	1.08	0.47	0.11	1.05	0.94	0.56 1.20
4	$\phi 30 \times 100$	0.43	0.11	0.11	1.35	1.00	0.64 1.20	2.04	0.26	0.10	1.05	1.05	0.35 0.84
5	$\phi 30 \times 120$	0.65	0.20	0.04	1.48	2.11	1.62 2.90	1.23	0.33	0.09	1.20	1.18	0.56 1.20
6	$\phi 40 \times 100$	0.33	0.08	0.23	1.52	0.58	0.80 1.18	3.13	0.68	0.12	1.20	0.90	0.42 0.90
7	$\phi 40 \times 100$	0.34	0.08	0.11	1.45	0.97	0.72 1.30	3.04	0.90	0.05	1.20	1.80	0.86 1.80
8	$\phi 30 \times 100$	5.66	1.68	0.09	1.81	1.07	2.50 3.20	5.81	1.64	0.05	1.43	1.74	2.00 3.40
9	$\phi 30 \times 100$	0.31	0.08	0.05	1.68	1.56	1.68 2.70	0.72	0.16	0.06	1.25	1.55	0.78 1.60
10	$\phi 45 \times 120$	0.69	0.15	0.06	1.80	1.34	1.75 2.60	0.59	0.12	0.41	1.43	0.39	0.52 0.81
11	$\phi 60 \times 100$	0.17	0.05	0.03	1.5	2.48	2.00 3.60	0.44	0.14	0.04	1.15	2.18	0.92 2.00
12	$\phi 60 \times 100$	0.47	0.11	0.02	1.75	2.84	3.40 5.20	4.36	0.14	0.04	1.30	2.28	1.30 2.60

Fig. 7 Criterion $k(\tau)$ and sampling interval τ

に示す。

図7は、表3の α, β を式(4)に代入して得た $k(\tau)$ と τ (添字 a, c ; 母線方向形状, 断面形状の区別, 以下同じ)の関係を示す。 $\tau_{0.9}$ は、 $\rho(\tau)=0.9$ となるとき τ の値であるが、これは、式(5)が $\rho(\tau)$ の1.0から0.8ないし0.7の範囲で適用できるもので、この範囲の中央値0.9を採用したこと、図5のような自己相関関数の結果から $\tau_{0.9}$ は容易に得られることなどにより、 τ の無次元化の指標としたものである。 $k(\tau)$ と $\tau/\tau_{0.9}$ は両対数紙上で直線関係にあり、その傾斜は円筒断面形状に対する値の方が母線方向の形状に対する値より多少大きめとなっている。

4.3 基準 $k(\tau)$ の決定

$k(\tau)$ は、形状誤差の度合 $R(0)$ と、隣接する離散データを直線で補間したために生ずる誤差の度合 $e_i(\gamma \cdot \tau)$ との比で与えられることから、 $k(\tau)$ は離散

データを無理のない連続曲線で補間した場合に比べて大きな値となる。したがって、 $k(\tau)$ を設定して導かれる τ は、期待する精度に対して十分安全側のサンプリング間隔といえる。このような性質をもつ $k(\tau)$ の値は、測定時に必要とする精度に合わせて設定すればよいが、本節では円筒断面の最小領域真円度¹⁰⁾と円筒の母線方向の最小領域真直度¹¹⁾を例に、 $k(\tau)$ を考察してみる。

第3節で、測定値にあてはめたスプライン関数による円筒断面形

状および母線方向形状をもとに、円筒断面につき2000等分に離散化したデータから得た最小領域真円度を f_{c0} 、0.05 mm 間隔で離散化した母線方向形状の最小領域真直度を f_{a0} とおき、 $k(\tau)$ を任意に設定して得たサンプリング間隔で離散化したデータによるそれぞれの値を f_c, f_a とおけば、 f_c, f_a と $k(\tau)$ との関係は図8のようになる。 $k(\tau)$ を大きく、すなわちサンプリング間隔を大きくするにつれ、 f_c, f_a は過小評価となってゆく。本研究の範囲では、7~8%の過小評価を許容すれば、 $k(\tau)=0.025$ 、2~3%を許容すれば $k(\tau)=0.01$ でよいことがわかる。 $k(\tau)=0.01$ は定常不規則信号である表面粗さの離散化で推奨された値であり²⁾、本報の場合でも $k(\tau)=0.01$ とすれば十分である。また、多少の誤差を許容するならば、 $k(\tau)=0.025$ としても差しつかえないであろう。図7から円筒断面形状に対する推奨サンプリング間隔は、

 Fig. 8 Effect of criterion $k(\tau)$ on form tolerances

$$\left. \begin{aligned} \tau_c/\tau_{c0.9} &= 0.7 \sim 1.4 \quad (k(\tau) = 0.01) \\ &= 1.3 \sim 2.1 \quad (k(\tau) = 0.025) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

同様に、母線方向に対して、

$$\left. \begin{aligned} \tau_a/\tau_{a0.9} &= 0.5 \sim 0.9 \quad (k(\tau) = 0.01) \\ &= 1.0 \sim 1.4 \quad (k(\tau) = 0.025) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

本研究の範囲での $\tau_{c0.9}$, $\tau_{a0.9}$ の例を表3に示してある。

4.4 円筒形状測定におけるサンプリング間隔

4.4.1 相互精度からの決定

円筒断面形状と母線方向形状を個別に測定する場合には、上述の方法によりサンプリング間隔を決めればよい。一方、逐次断面法あるいはスパイラルトレーシング法³⁾等で円筒形状を測定する場合には、上述した両形状の精度の統一をはからないと、どちらかの形状測定に厳しい精度を要求することになる。すなわち、 $R_c(0) \neq R_a(0)$ となる場合の検討が必要となる。

$R_c(0) > R_a(0)$ となる場合、すなわち円筒断面形状誤差が支配的な場合を考えてみる。円筒断面形状と母線方向形状を同一精度で測定するということは、式(3)で与えられる $V_c(\tau_c)$ と $V_a(\tau_a)$ の値が等しくなることを意味する。したがって、式(4)の関係から、

$$k_a(\tau_a) = \frac{R_c(0)}{R_a(0)} k_c(\tau_c) \quad (8)$$

$k_c(\tau_c)$ を要求精度に合わせて設定すれば（本報では、

0.01 あるいは 0.025 以下を推奨）、 τ_c が決まり、さらに式(8)から $k_a(\tau_a)$ が設定されて τ_a が与えられる。 $R_c(0) < R_a(0)$ の場合は、添字 c, a を入れ替えればよい。

4.4.2 測定機系の精度からの決定

$k(\tau)$ の値を設定してサンプリング間隔を決定する方法では、 $R(0)$ が小さくなる（形状精度がよくなる）と、式(3)の $V(\tau)$ ($\sqrt{V(\tau)}$ は、ばらつきの幅を表す標準偏差)に非常に小さな値を要求することになり、測定機系の精度を越すこともあり得る。いいかえれば、測定機系の精密度 σ (測定値のばらつきの標準偏差)が、 $\sqrt{V(\tau)}$ の値を上まわったときには、 $k(\tau)$ によるサンプリング間隔の決定は意味を失ってくる。このような場合には、 $\sqrt{V(\tau)}$ の代わりに、 $\sqrt{\sigma^2 + V(\tau)}$ を用いて*、上述の手順に従ってサンプリング間隔の決定を行えばよい。

一方、測定機系の精度を考慮して、測定精度が幅 $\pm A$ で要求された場合を考える。 $\pm A$ の範囲で形状を約 95% の確率で把握するためには、上述の考えを利用して、 $A = 2 \cdot \sqrt{\sigma^2 + V(\tau)}$ 、約 70% の確率では $A = \sqrt{\sigma^2 + V(\tau)}$ となる。したがって、上述の手順において $V(\tau)$ の代わりに $A^2/4$ あるいは A^2 (それぞれ 95%, 70% の確率に相当) を用いてサンプリング間隔を決定すればよいことになる。

4.4.3 分析したい波長からの決定

円筒断面形状については分析したい多角形成分の最大次数 n_p から、母線方向形状については分析したい最小の波長 w からサンプリング間隔を決定しなければならない場合がある。この場合は、サンプリング理論¹²⁾からそれぞれ最低 $2 \cdot n_p$ 個、 $2 \cdot l/w$ 個 (l : 測定長) のデータが必要となる。

4.4.2 節までの考え方に沿って導かれたサンプリング間隔で、 $2 \cdot n_p$ 個あるいは $2 \cdot l/w$ 個の必要データ数が充足されれば問題はないが、不足のときにはサンプリング理論に従った値を優先して用いることになる。このような場合は、 $k(\tau)$ を推奨値より厳しく設定したことになる。

これまでの方法により決定されたサンプリング間隔では、円筒断面1周当たりのサンプル数が多くなることも考えられる。1周当たりのサンプル数は最大1000個で十分であるとされているので¹³⁾、これを超える場合は、特別な場合を除いてこの値に設定する操作も必要となる。

* ばらつきが正規分布に従うとしたときの標準偏差。

5. 結 言

離散データで円筒形状が表現できる最大のサンプリング間隔について、1つの考え方を提示した。得られた主な結論は次のとおりである。

- (1) 形状曲線の正規化した自己相関関数 $\rho(\tau)$ は、 $0.8 \leq \rho(\tau) \leq 1.0$ の範囲において、 $\rho(\tau) = \exp(-\alpha \cdot \tau^{\beta})$ の形でよく近似できることを明らかにした。
- (2) 形状曲線を離散化し、隣接するデータ点間を直線補間することによる誤差を、上記の自己相関関数を基に解析し、この誤差の許容値、すなわち基準 $k(\tau)$ を設定することにより、サンプリング間隔を決定する方法を提案した。
- (3) 基準 $k(\tau)$ は必要精度に応じて設定されるが、最小領域法による円筒断面の真円度と母線方向形状の真直度を例に、 $k(\tau) = 0.01$ 程度で十分であり、多少の誤差を許容すれば $k(\tau) = 0.025$ まで採用できることを示した。
- (4) $\rho(\tau) = 0.9$ となるデータ間隔 $\tau_{0.9}$ から、容易にサンプリング間隔を決定する簡易算出式を導いた。
- (5) 円筒形状は、その断面形状および母線方向形状ともに同程度の精度で測定することが必要であり、そのためのサンプリング間隔決定のための基準を提示した。

このほかに、分析したい形状の周波数成分および測定機系の誤差等の考慮法についても考察を加えた。本研究の手法によれば、サンプリング間隔を決定してデータを離散化する場合、あらかじめ自己相関関数を求めておくという操作が付加されるが、必要とする自己相関関数は、相関の強い範囲、すなわち正規化された値では $\rho(\tau) \geq 0.8$ で十分であるため、円筒の局所的なデータから容易に得られるという利点がある。一方、

測定機にますます多くディジタルプロセッサが組み込まれる傾向にあることを考えれば、測定機システムに設定されたサンプリング間隔が十分であるかどうかの確認にも、本研究の手法が有効といえる。

最後に、本実験にご協力いただいた加納大助氏（前東京工業大学）に深く感謝します。また、本研究は、文部省科学研究費補助金（昭和 57～58 年度、一般研究 B）を得て行われたことを付記する。

文 献

- 1) 後藤充夫, 飯塚幸三: 円筒形状誤差の一解析法, 精密機械, 41, 5 (1975) 477.
- 2) 塚田忠夫, 笹島和幸: 表面凹凸の離散測定におけるサンプリング間隔の一決定法, 精密機械, 47, 12 (1981) 1510.
- 3) T. Tsukada, Y. Anno, K. Yanagi and M. Suzuki: An Evaluation of Form Errors of Cylindrical Machine Parts by Spiral Tracing Method, Proc. 18th Int. MTDR, (1977) 529.
- 4) T. Tsukada and T. Kanada: Measurement of Cylindrical Form Errors Using a Noncontact Detector, Precision Engg., 4, 3, (1982) 153.
- 5) 塚田忠夫, 金田 徹: 非接触変位センサの円筒形状測定への適用——静電容量形変位センサの特性, 精密機械, 49, 5 (1983) 630.
- 6) 塚田忠夫, 金田 徹: 円筒形状測定におけるサンプリング条件の一決定法, 昭和 57 年度精機学会春季大会学術講演会講演論文集 (1982) 74.
- 7) M. G. Cox: Curve Fitting with Piecewise Polynomials, J. Inst. Math. Appl., 8, (1971) 36.
- 8) 市田浩三, 吉本富士市: スプライン関数とその応用, 教育出版 (1979) 80.
- 9) K. Ichida, F. Yoshimoto and T. Kiyono: Curve Fitting by a Piecewise Cubic Polynomial, Computing, 16, (1976) 329.
- 10) 塚田忠夫, 金田 徹, 奥田謙造: 最適化技法を用いた最小領域法真円度の評価法, 精密機械, 49, 10 (1983) 1351.
- 11) 金田 徹, 塚田忠夫: 真直度の一評価法, 昭和 58 年度精機学会秋季大会学術講演会講演論文集 (1983) 411.
- 12) J. S. Bendat, A. G. Piersol (得丸英勝ほか共訳): ランダムデータの統計的処理, 培風館 (1971) 93.
- 13) ISO/DIS 4291, Methods for the Assessment of Departure from Roundness - Measurement of Variations in Radius, (1983) 3.