帯のこ盤による切断加工の誤差の解析と抑制*

安井 武 司** 佐藤 晶 夫*** 稲村 豊四郎**

Analysis and Reduction of Straightness Error of Cut Surface in Band Sawing

Takeshi YASUI, Akio SATO and Toyoshiro INAMURA

The mechanism to cause curved profile of cut surface in band sawing is studied from both analytical and experimental points of view. The simulation model is built taking into account the guide error of the bandsaw blade, the inequality of the sharpness and setting angle of the bandsaw teeth, the bending and torsion stiffness of the bandsaw blade and the thrust force per tooth per unit thickness, to show the validity of the model in explaining the curvature of cut surface. The discrepancy observed between the analytical and experimental results with regard to the effect of the guide error of the bandsaw blade is considered due to the neglect of the unstable state at the initial stage of cutting in the model. Finally the attachment which enables one to adjust the guide angle of the bandsaw blade is proved effective in reducing the undesirable curvature of cut surface.

Key words : bandsaw, quality of cut, simulation, curved profile

1. 結 言

切断加工はもっとも基本的な機械加工の一つであり、またもっとも頻繁に行われている作業である。しかし、この切断作業に用いられるのこ盤の多くは機械工場ではなく材料置場や倉庫等に設置されていること、未熟練工でも作業ができること、そのほか色々な理由が重なって、ほとんど関心が持たれていないのが実情である。比較的最近でも、工作精度にまで論及している論文は見当たらない。しかし、のこ盤による切断の精度が向上すれば、その後の加工工程が省略できる可能性もあり、また切断後の加工にゆだねる場合も、ターニングセンタ等の自動制御工作機械の場合には素材の精度の向上が要求されているし、切断誤差による材料ロスを少なくすることは省資源にもつながる。

ここでは帯のこ盤について、材料ロスにもっとも関連の深い切断の形状精度に関連する因子を理論モデルおよび実験の両面から検討し、切断精度向上のための具体的方策を明

らかにする。

2. 帯のこ刃の横方向変位に関する理論モデル

Thompson と Taylor は、弓のこ盤ののこ刃の横方向変位を求めるための理論モデルを提案している¹⁾²⁾。ここではこの理論を基礎として、帯のこ盤に拡張適用することを考える。

のこ刃の横方向変位の要因として次の3項目を考える。

- (1) あさり角の左右非対称
- (2) あさりを付けられた左右の刃の切れ味の差
- (3) のこ刃の案内誤差

図1に示すレーカセット（右-中-左という3枚1組のあさりの付いた刃が連なるもの）の3歯1組ののこ

Fig. 1 Three cutting edges of a blade having Raker set

* 原稿受付 昭和59年6月13日。昭和57年度北陸信越支部講演会（昭和57年6月18日）にて発表

** 正会員 金沢大学工学部（金沢市小立野2-40-20）

*** 正会員 長野実業高等学校（中野市三好町2-4-50）

歯を1ユニットと考え、歯は2次元切削をするものとする。切削定数は次式で与えられる¹⁾。

$$\delta_u = K \cdot R / t \quad (1)$$

ここで、 K ：切削定数、 δ_u ：切削厚さ、 R ：切れ刃に作用する垂直分力、 t ：この刃の厚さ、である。いま項目(1)、(2)に対応して1セット中央の歯の切削定数を K 、右側にあさを付けられている歯の切削定数を $K - \Delta K$ 、そのあさり角を $\beta + \Delta\beta$ 、左側にあさを付けられている歯の切削定数を $K + \Delta K$ 、そのあさり角を $\beta - \Delta\beta$ とする。もちろん、実際の個々の歯のあさり角や切削定数はこのような左右対称の偏差をもたないが、ここでは帯のこ刃の全周にわたる平均値を考え、これからの平均偏差を左右対称の $\Delta\beta$ 、 ΔK として考える。すると各々の歯の切れ刃に作用する切削力の垂直分力 R_A 、 R_B 、 R_C は次のように与えられる。

$$R_A = t \cdot \delta \cos \phi / K \quad (2)$$

$$R_B = t \cdot \delta \cos(\beta + \Delta\beta + \phi) / (K - \Delta K) \quad (3)$$

$$R_C = t \cdot \delta \cos(\beta - \Delta\beta + \phi) / (K + \Delta K) \quad (4)$$

ここで、 δ ：切込み量、 ϕ ：この刃胴部断面の中心線と切断の方向とが成す角とする。また厳密に言えば、各切れ刃には切削力の水平分力も存在すると考えられるが、ここでは前述のように各歯が2次元切削をするものとし、水平分力を無視する。このとき1セットの歯に作用する横方向分力は、あさり角のない中央の歯に発生する力を無視すると次式で求められる。

$$\begin{aligned} Q &= R_B \sin(\beta + \Delta\beta) - R_C \sin(\beta - \Delta\beta) \\ &\approx (R_B - R_C) \sin \beta + (R_B + R_C) \Delta\beta \cos \beta \quad (5) \end{aligned}$$

ただし $\Delta\beta$ は微小であるため $\sin \Delta\beta = \Delta\beta$ 、 $\cos \Delta\beta = 1$ とした。式(5)に式(3)、(4)を代入し、微小量を無視して整理すると、

$$Q = (2\delta t / K) [(\Delta K / K) \cos \beta \sin \beta - \phi \sin 2\beta + \Delta\beta \cos 2\phi] \quad (6)$$

単位厚さの1歯当たりのスラスト力を $f = \delta / K$ とし、工作物に接しているこの歯のセットパターン数を m とすると、この歯に作用する横方向の力は、式(6)より

$$Q = 2ftm [(\Delta K / K) \cos \beta \sin \beta - \phi \sin^2 \beta + \Delta\beta \cos 2\phi] \quad (7)$$

となる。

次にこの歯が横方向に変位したためにこの刃胴部がねじられ、曲げられた状態を図2のように仮定する。すなわち

- (1) この刃の横方向の変位およびねじれ量は、この刃の胴部が溝の壁に接する程は大きくない。
- (2) この刃は理想切断面に対して初期案内誤差 θ_E をもっている。

Fig. 2 Blade distortion occurring when the cutting edge is displaced from the mean plane of cutting

- (3) この刃は、工作物の幅の範囲内では曲がったり、ねじれたりしない。

この刃のねじりこわさ S_t および曲げこわさ S_b は、次のように定義することができる。

$$d \cdot Q' = S_t \cdot (\theta - \theta_E) \quad (8)$$

$$Q' = S_b \cdot y' \quad (9)$$

ただし、 d ：この刃のねじれの中心から切れ刃までの距離、 Q' ：この刃の弾性変形の結果生ずる横方向分力、 θ ：この刃胴部断面の中心線と理想切断面とが成す角、 y' ：曲げによるこの刃の横方向変位である。また図2で、理想切断面から切れ刃先端までの距離を y 、その初期値を y_0 とすれば、案内誤差 θ_E は θ の初期値であるから

$$y \approx y' + \theta \cdot d, \quad y_0 = \theta_E \cdot d \quad (10)$$

そこで式(8)~(10)より

$$Q' = (y - y_0) [S_b \cdot S_t / (S_t + d^2 \cdot S_b)] \quad (11)$$

なお S_b および S_t の数値は、この刃胴部の弾性係数と形状寸法および自由長さから求めることができる。

力の釣合いを考慮すると、式(7)の Q と式(11)の Q' とは等しいから、 $Q = Q'$ として整理すると最終的に次式を得る。

$$(y - y_0) [S_b \cdot S_t / (S_t + d^2 \cdot S_b)] = 2ftm (\phi_0 - \phi) \sin^2 \beta \quad (12)$$

$$\theta - \theta_E = (y - y_0) [d \cdot S_b / (S_t + d^2 \cdot S_b)] \quad (13)$$

ここで ϕ_0 は ϕ の初期値であり、

$$\phi_0 = (\Delta K / K) \cot \beta + \Delta\beta (\cot^2 \beta - 1) \quad (14)$$

で与えられる。 ϕ_0 を初期振れ角と称し、これはこの

Fig. 3 Band sawing machine used in the study

刃の精度誤差 $\Delta\beta$ と ΔK の影響を総合的に含んだ形の量となる。切削行程を N 分割すれば、第 $i-1$ ステップから第 i ステップへの状態変化は、各ステップでの切削厚さを Δ ($N\Delta = D$, D は工作物の厚み) とし、図 2、式 (12)、(13) より

$$y_i = y_{i-1} + \Delta \cdot \tan(\phi_{i-1} + \theta_{i-1}) \quad (15)$$

$$\phi_i = \phi_0 - \frac{(y_i - y_0)}{2ftm \sin^2 \beta} \left[\frac{S_b^{(i)} \cdot S_t^{(i)}}{S_t^{(i)} + d^2 S_b^{(i)}} \right] \quad (16)$$

$$\theta_i = \theta_E + (y_i - y_0) \left[\frac{S_b^{(i)} \cdot S_t^{(i)}}{S_t^{(i)} + d^2 S_b^{(i)}} \right] \quad (17)$$

ただし、 $y_0 = d \cdot \sin \theta_E$

となるから、 $\theta_0 (= \theta_E)$ 、 ϕ_0 を初期値として与えれば順次 y_i が求まり、切断面の形状が得られる。 $S_b^{(i)}$ 、 $S_t^{(i)}$ は第 i ステップでの S_b 、 S_t の値であるが、切断の進行とともにこの刃の自由長さ（この刃有効長さから切断に関与する部分を差し引いた残り）が変化するため、各ステップごとに値が変わる。

3. 実験による検証

3.1 実験方法

実験に使用したのこ盤を図 3 に示す。外形寸法（幅×奥行×高さ）2 790×1 425×2 010 mm、重量 2 200 kg、のこ刃寸法 1.24×38×5 450 mm、電動機出力 3.7 kW、のこ刃速度 30～81 m/min、切断能力 ϕ 450

mm のものである。シミュレーションに必要な切断時の切削力は、テーブル設置型の動力計（Kistler Type 9251）により測定した。また切断後の断面曲線は、のこ盤にクランプした状態で電気マイクロメータによりトレースできるようジグを製作し、結果を XY レコーダに記録した。一方、この刃案内誤差の測定にあたっては、理想切断面がこの刃送りの基準となる 2 本のコラムガイドにより作られる平面に一致することから、コラムガイド面を基準として電気マイクロメータにより非切削時のこの刃の傾きを測定し、この刃案内誤差とした。また本研究では、こののこ刃案内誤差を任意に設定できるよう可調整案内こまを試作した。図 4 にその概形と取付方法を示す。図のようにこの盤にはこの刃ガイド装置があり、本研究ではこの部分に調整こまを装着している。図中のこの刃案内下側のボルトを回転させることにより案内部分が回転して案内誤差を設定することができる。この装置では $\pm 20^\circ$ の範囲の角度が設定可能である。工作物は ϕ 90 mm の丸鋼と 90×90 mm の角鋼を使用した。

3.2 理論モデルの検証

ここでは理論モデルの検証を通して、モデルで仮定した誤差因子の妥当性を検討する。

切断精度を決定する因子として 3 項目を仮定した既述の理論モデルによれば、この刃の案内誤差 θ_E および初期振れ角 ϕ_0 を与えることにより、任意形状の工作物を切断したときの形状誤差を求めることができる。ただしこの刃の案内誤差 θ_E は、3.1 節に述べた

Fig. 4 Attachment to adjust the guide angle of the blade

Fig. 5 Profile of cut surface for a round workpiece when $\theta_E = 0^\circ$ and the theoretical curve fitted to it

方法により実測できるが、初期振れ角 ϕ_0 は切断開始直後の瞬時的な角度であるため実測は困難である。そこで ϕ_0 の決定法としては、特定の条件で実際に丸鋼を切断したときの断面曲線を測定し、これに理論曲線がもっとも良く合うように定めるという方法を採用した。そしてこの時の値を使ってその後のすべての切削条件や角形工作物を切断するときの理論断面曲線を計算し、これが実測値と合えば理論モデルの妥当性が認められたと考える。図5は、案内誤差 $\theta_E = 0^\circ$ で丸鋼を切断したときの中央部断面曲線の実測値と、これに合わせた理論曲線を示したものである。この時の ϕ_0 の値は $\phi_0 = 57.3^\circ$ となった。この値は通常予想される値よりかなり大きい。これは次のような理由によると思われる。すなわち切断開始時にのこ刃が工作物に食いつく瞬間は、極めて薄い帯板の1点に下から面内集中圧縮荷重が加わる、いわゆる座屈現象に関連した力学的不安定状態である。この場合、のこ刃のあさり角や切れ味のわずかな偏りによって瞬間的に安定な状態、すなわち切れ刃先端付近での局所的な座屈変形が起き、この座屈をモデル内で等価的に表現したものがほぼ前述の ϕ_0 に相当すると考えられる。このような考え方が妥当であるか否かは直接的に確かめられないが、仮に正しいとしてこの等価な ϕ_0 の値を受け入れるとすれば、あとはこの値によって他の因子の影響

Fig. 6 Relation between the first order Fourier coefficient and the thrust force per tooth per unit thickness

響、すなわち異なる条件での状況が理論的に予測できるか否かが問題になる。そこで次に $\theta_E = 0^\circ$ 、 $\phi_0 = 57.3^\circ$ として各種ののこ刃速度、送りで丸鋼を切断し、断面曲線を測定した。ただしこのとき得られた実測値には図5と同様に表面粗さが含まれているため、理論曲線との定量的な一致度の比較は困難である。そこで実測値の粗さ成分を除去する意味で測定された断面曲線をフーリエ級数展開し、その1次成分の振幅と、同じく対応する理論曲線のフーリエ1次振幅とを比較することにした。フーリエ級数の第1次成分による波形は必ずしも実測値のうねり形状とは一致しないが、実測値のうねり形状と理論曲線とが一致すれば、両者のフーリエ1次成分も一致するからである。図6は、このようにして得られた実測値および理論値のフーリエ1次振幅を、単位厚さの1歯当たりのスラスト力に対してプロットしたものである。図からわかるように、各種ののこ刃速度、送りにもかかわらず両者の間には比例関係が認められること、特に両者の関係が実測値、理論値ともに同一の直線上にのっていることがわかる。したがって理論モデルは少なくともこの刃案内誤差 0° の場合、すなわちモデル構築にあたって仮定した2章冒頭の3項目のうち、少なくとも(1)、(2)の因子の影響については、ある程度の妥当性が得られたと言える。さらにこれは図7に示す角鋼切断の場合からも確認できる。同図の理論曲線は丸鋼切断の場合と同一の初期条件で得られたもので、この場合、理論曲線と実測値とが良く一致している。そこで次に項目(3)の案内誤差の影響について検討する。方法としては、既述の可調整案内こまにより案内誤差を

Fig. 7 Measured and theoretically predicted profiles of cut surface for a square workpiece

$\theta_E = -1.5^\circ$ に設定して切断実験を行い、一方理論計算では $\theta_E = -1.5^\circ$, $\phi_0 = 57.3^\circ$ として計算する。理論モデルでは、実際の断面形状を決めるのは理論切断面と切断の方向とが成す角の初期値 $\theta_E + \phi_0$ であり、ここではこの値が 57.3° から $-1.5^\circ + 57.3^\circ = 55.8^\circ$ に変化することになる。したがってこの時の理論断面曲線は図5と類似の形状であり、その最大振幅が若干減少するに過ぎない。これに対し、この時の実測値は図8に示すようにこれとは大きく異なり、理論とは逆の方向に変位した。なお図では理論曲線を省略してある。このことは ϕ_0 の値に関連した前述の議論において、のこ刃が工作物に食いつく瞬間に局部的な座屈変形を起こしているという傍証にもなる。このようなことが起これば、座屈による局所的な曲げの角度はモデル内での巨視的な等価角度である ϕ_0 とは異なるから、案内誤差 0° のときに等価的にこれを表現し得たとしても、案内誤差が変われば当然この等価性は崩れてしまう。したがって理論曲線と実際とは必然的にかい違うことになる。しかしそれならば理論で仮定した他の因子の影響だけは、この場合も見られるはずである。前出の図6によれば、理論モデルから得られる結果

Fig. 8 Profile of cut surface when $\theta_E = -1.5^\circ$ and its expression by the first term of Fourier series expansion

Fig. 9 Relation between the first order Fourier coefficient and the thrust force per tooth per unit thickness when $\theta_E = -1.5^\circ$

は、切削条件の変化にもかかわらず、単位厚さの1歯当たりのスラスト力と断面曲線のフーリエ1次振幅との間に直線的な関係が成り立つというものであった。そこで案内誤差 $\theta_E = -1.5^\circ$ の場合にもこの関係が成り立つかどうかを調べる目的で図8の断面曲線をフーリエ解析した。図には、この時の1次成分による曲線を併記してある。またこのようにして得られた結果を図9に示す。図を見ると、両者には明らかな直線関係が認められ、少なくとも切削条件の影響については理論モデルの仮定が正しいことがわかる。

Fig. 10 Profile of cut surface for a round workpiece when $\theta_E = -0.652^\circ$

3.3 のこ刃横方向変位の抑制

前節の議論より、のこ刃による切断時の誤差発生機構がほぼ解明されたから、次にこの結果を利用してできるだけ切断誤差を少なくすることを考える。この場合、誤差因子としてはのこ刃の案内誤差のほかに、のこ刃のあさり角や切れ味、またねじれや曲げの剛性などもあるが、制御因子としては案内誤差を適当に調整する方法がもっとも現実的であろう。既述のように、適正な案内誤差の値を理論モデルから算出することはできないが、既に見た図5と図8の結果を総合すれば、少なくとも案内誤差 0° から -1.5° の間には断面曲線の彎曲がもっとも少なくなる角度があるはずである。そこでここでは $\theta_E = -0.65^\circ$ として丸鋼の切断実験を行ってみた。このとき得られた断面曲線を図10に示す。図を見ると、横方向の変位がかなり低く抑えられていることがわかる。ただし図10を前出の図5と比較すると、断面曲線に含まれる周期の短い、左右ぶれの振幅は図5の場合よりかえって大きく、切断時の力学的不安定性をうかがわせる。これはのこ刃に対し強制的に不安定中立状態を維持させたことによると言えよう。この事実、のこ刃の速度と送りの変化に対し切断曲線の波形が大きくばらつくことにも見られる。図11は、これを示すために切断面のフーリエ1次成分の位相を、3種の案内誤差をパラメータとして単位厚さの1歯当たりのスラスト力に対しプロットしたものである。図を見ると、案内誤差 0° の場合には位相角は $120 \sim 180^\circ$ の間にあり、形状としてのばらつき

Fig. 11 Relation between the phase angle of the first order Fourier coefficient and the thrust force per tooth per unit thickness

きは少ないこと、また案内誤差 -1.5° の場合にも位相角は $280 \sim 315^\circ$ に集中しており、同様に形状のばらつきは少ないことがわかる。これに対し案内誤差 -0.65° の場合には、位相角はほとんどすべての領域に分散しており、現象の不安定性が明らかに読みとれる。しかし断面形状のばらつきがたとえ増えたとしても、実用の目的からすればその最大振幅が低く抑えられることが重要である。この意味では、既出の図6や図9に対応する直線の傾きを低く抑えることが問題であろう。図12は3種類の案内誤差について、丸鋼切断時の断面曲線から得られるフーリエ1次振幅を、単位厚さの1歯当たりのスラスト力に対してプロットしたときの回帰直線を示したものである。ただし図では、案内誤差 -1.5° の場合、通常とは逆の方向に変位するため傾きを負にとっている。この図より、案内誤差を適正に調整するだけで、のこ刃の横方向変位は相当低くまで抑えられることがわかる。最適な角度はのこ歯の切れ刃の状態に依存し、経時変化もするであろうが、のこ刃の案内部に角度調整機構をつけることは容易であり、これによって必要な時に案内誤差を調整する方法は実用的見地からも有効であると考えられる。

Fig. 12 Relation between the first order Fourier coefficient and the thrust force per tooth per unit thickness

4. 結 言

本研究で明らかになった事柄は以下の通りである。

(1) のこ刃の横方向変位に影響を及ぼす因子は、

のこ刃の案内誤差、切れ刃のあさり角と切れ味の不均一性、のこ刃の剛性および単位厚さの1歯当たりのスラスト力である。

(2) 上記の諸因子を考慮した理論モデルは実際の現象を大筋で説明できるが、切断開始時の力学的不安定状態を表現できるようにしないと案内誤差の影響は適切に表し得ない。

(3) のこ刃の横方向変位を抑える方法としては、のこ刃案内誤差を適正に調整することがもっとも実用的である。

終わりに本研究の実施にあたり、帯のこ盤を提供いただいた共和電機工業(株)に感謝いたします。また実験の実施には本学学生(当時)竹松俊和、西孝博、石垣隆、坂井良の諸君の協力があったことを付記し感謝する。

参 考 文 献

- 1) P. J. Thompson and R. W. Taylor : An Analysis of the Lateral Displacement of a Power Hacksaw Blade and its Influence on the Quality of the Cut, Int. J. Mach. Tool Des. Res., **16**, (1976) 57.
- 2) M. Sarwar and P. J. Thompson : Simulation of the Cutting Action of a Single Hacksaw Blade Tooth, Prod. Engg., June (1974) 195.

“実験計画法—田口の方法”が SMEのManufacturing Engineering 5月号のトップ記事に

本誌連載の講義“品質工学のための実験計画法”の著者田口玄一先生の記事がSMEの雑誌のトップ記事として掲載されました。

“アメリカと日本とでは、品質の見方が著しく違っている。アメリカにおける大方の見方は、品質管理の努力目標を部品仕様に合格させることに置く。この目的に沿って品質の保証と検査の組織が社内で整備される。大抵の場合、社外に出てゆく製品は事実良品である。しかし、社外に出てゆかない部分も同様に重要で、生産者にとっても使用者にとっても費用負担となる。

日本においては独特な考え方がある。通常の使用条件、材料摩耗の下で十分機能するよう製品設計をすることによって、彼らの最終目標は検査工程を除くことにある。生産工程の1つ1つも厳密にチェックされる。いずれの場合も、日本の品質管理の目標は、目標値のまわりのばらつきを減少することにおかれる。

このような手法は継続的な品質改善を保証するもので、多くのアメリカ企業が忘れていた考え方である。

この考え方を実行するために日本の技術者が用いる手法——米国でこれを知る人は少ない——が田口の方法である。

“田口の方法”が注目されたキッカケは、1982年Larry Sullivanを団長とするフォード自動車の調査団が日本を訪問し、日本電装におけるこの方法の実績を調査したことに始まる。この結果、1984年4月には、American Supplier Institute's Centerにおいて“田口の方法”の第1回講習会が開かれ、Xerox, AT & T, Bell Lab., ITT, フォード, GM などから指導者200名の参加があった。さらに、多くの要望にこたえるため、1984年11月にも同様の講習会が開かれている。アメリカにおける“田口の方法”の評価に興味のある会員諸氏は表記の記事をご覧ください。(宮下政和)